Premier semestre

Géométrie algébrique – Sylvain Brochard

Variétés affines ,Variétés projectives, Morphismes, Applications rationnelles, Éclatements, Lissite' et espace tangent

---

Topologie Algébrique – Stéphane Baseilhac

Chemins, homotopies, Groupe fondamental du cercle, Théorème de Seifert-Van Kampen, Revêtements,Groupe fondamental et revêtements (classification).

Géométrie Différentielle - Philippe Castillon.

Le but est de présenter les notions de base de géométrie différentielle et, pour le dernier tiers du cours, d’introduire la géométrie riemannienne pour préparer au cours du S4.

- Variété différentielle, fibrés vectoriels, fibré tangent et cotangent.
- Champ de vecteurs, formes différentielles, cohomologie de De Rham.
- Introduction à la géométrie Riemannienne: distance, géodésiques, connexion et courbure.

Approfondissements en géométrie et analyse – Paul-Emile Paradan

1. Fonctions d’une variable complexe

— Intégrale d’une fonction continue le long d’un chemin C^1 par morceaux.

— Formules de Cauchy.

— Principe du prolongement analytique.

— Séries de Laurent. Fonctions méromorphes.

— Théorème des résidus.
— Suites et séries de fonctions holomorphes.

2. Topologie

— Topologie et espaces métriques : compacité, connexité, complétude

— Espaces vectoriels normés sur R ou C: espace de Banach, dualité, théorème d’Ascoli.
— Espaces de Hilbert: projection sur un convexe fermé, bases hilbertiennes, théorème de Lax-Milgram.

3. Calcul différentiel

—Fonctions différentiables : notion de différentielle, formule de Taylor-Young, théorème des accroissements finis, recherche des extrema, difféomorphismes, théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites.

— Équations différentielles : théorème de Cauchy-Lipschitz, solutions maximales, lemme de Grönwall, cas des équations différentielles autonomes, stabilité des points d'équilibre

— Géométrie différentielle: sous-variétés de R^n, espace tangent, extrema liés, multiplicateurs de Lagrange.

4. Calcul intégral

— Notions de théorie de la mesure

— Intégration : lemme de Fato, théorème de convergence dominée, espaces L^p, inégalités de Hölder, convolution, régularisation et approximation par convolution.

— Analyse de Fourier : lemme de Riemann-Lebesgue, théorèmes de Dirichlet, de Fejer et de Parseval, transformation de Fourier sur les espaces L^1 et L^2

5. Distributions tempérées

— Espace de Schwartz S(R^d): transformation de Fourier et convolution

— Espace S'(R^d) des distributions tempérées: dérivation, convolution, transformation de Fourier

---

UE Séminaire

Vous devriez préparer une courte exposé de sujet mathématique pour vos collègues de cours, encadrés par un enseignant chercheur.

Deuxième semestre

Topologie et Courbure - Marc Herzlich.

Le but est d'illustrer les liens entre la courbure d'une variété riemannienne et sa topologie à travers deux approches : d'une part en présentant des hypothèses de courbure qui ont des conséquences de nature topologique sur la variété, et d'autre part en montrant que certaines conditions sur la courbure sont plus souples que d'autres, au sens où, partant d'une variété qui satisfait une de ces conditions, on dispose d'une large palette d'outils permettant de construire d'autres variétés riemanniennes (non difféomorphes) vérifiant la même condition. Un des objectifs du cours est d'amener à la lecture de l'article « Surgery stable curvature conditions » de S. Hoelzel, (Math. Ann. 365 (2016), 13-47).

- Somme connexe de variétés, chirurgie, effet sur la topologie
- Espace de tenseurs de courbure : les différentes courbures en géométrie riemannienne
- Conditions de courbure et topologie : quelques théorèmes classiques (Bonnet-Myers, Cartan-

Hadamard, Micallef-Moore, etc...)
- Le cas particulier de la courbure scalaire
- Conditions de courbure stables par chirurgie

Cedric Bonnafé

Titre : Correspondance de McKay

Résumé : À un sous-groupe fini de SL(2,C), McKay associe
deux graphes, l'un de manière algébrique (en utilisant
la théorie des représentations des groupes finis), l'autre
de manière géométrique (par l'étude des singularités de
la variété quotient C^2/G). L'observation de McKay est
que ces deux graphes coïncident, et sont ceux qui
apparaissent dans d'autres domaines des mathématiques
(classification des algèbres de Lie simple complexes,
carquois de type fini, groupes de réflexions,...).
L'objet de ce cours est d'expliquer certaines
de ces coïncidences, ce qui sera l'occasion de visiter
plusieurs sujets, avec notamment une interaction constante
entre géométrie algébrique et théorie des représentations.
On abordera entre autres :
- la théorie des représentations des groupes finis
- les quotients de variétés par un groupe fini
- les éclatements de singularités

Mémoire de M2

Vous allez travailler quelques mois sur un sujet avancé de recherche, encadrés par un enseignant/chercheur, en produisant un mémoire de quelques dizaines de pages. Vous allez présenter ce mémoire devant une commission d'enseignants/chercheurs de l'IMAG.