

# Contrôle stochastique appliqué au pilotage de sous-marin

Benoîte de Saporta

IMAG, Inria CQFD, Montpellier

François Dufour, Huilong Zhang

IMB, Inria CQFD, Bordeaux

Dann Laneuville, Adrien Nègre

DCNS Research, Paris



# Plan de l'exposé

Mon parcours

Problème posé par DCNS

Solution proposée par CQFD

Modélisation

Discrétisation

Résolution théorique

Résultats numériques

Extensions

Plusieurs cibles

Pilotage en 3d

Prise en compte des mesures sonar

Conclusion

# Mon parcours

## Etudes

- ▶ 1995 Bac S, Marseille

# Mon parcours

## Etudes

- ▶ 1995 Bac S, Marseille
- ▶ 1995-1997 Classes préparatoires MPSI, MP\*, Marseille

# Mon parcours

## Etudes

- ▶ 1995 Bac S, Marseille
- ▶ 1995-1997 Classes préparatoires MPSI, MP\*, Marseille
- ▶ 1997-2001 Ecole Normale Supérieure, Lyon
  - ▶ licence de maths
  - ▶ maîtrise de maths
  - ▶ agrégation de maths, option probabilité

# Mon parcours

## Etudes

- ▶ 1995 Bac S, Marseille
- ▶ 1995-1997 Classes préparatoires MPSI, MP\*, Marseille
- ▶ 1997-2001 Ecole Normale Supérieure, Lyon
  - ▶ licence de maths
  - ▶ maîtrise de maths
  - ▶ agrégation de maths, option probabilité
- ▶ Université de Rennes 1
  - ▶ 2001 DEA de mathématiques appliquées, parcours probabilité
  - ▶ 2001-2004 doctorat
    - Etude de la solution stationnaire de l'équation*  
 $Y_{n+1} = a_n Y_n + b_n$  à coefficients aléatoires

# Mon parcours

## Parcours professionnel

- ▶ 2004-2005 ATER Université de Nantes,

# Mon parcours

## Parcours professionnel

- ▶ 2004-2005 ATER **Université** de Nantes,
- ▶ 2005-2006 Post-doctorat **Inria**, Sophia Antipolis



# Mon parcours

## Parcours professionnel

- ▶ 2004-2005 ATER **Université** de Nantes,
- ▶ 2005-2006 Post-doctorat **Inria**, Sophia Antipolis
- ▶ 2006-2014 Maître de conférence **Université** de Bordeaux
  - ▶ Membre de l'équipe Inria CQFD
  - ▶ 2013 Habilitation à diriger des recherches  
*Contributions à l'estimation et au contrôle de processus stochastiques*

# Mon parcours

## Parcours professionnel

- ▶ 2004-2005 ATER **Université** de Nantes,
- ▶ 2005-2006 Post-doctorat **Inria**, Sophia Antipolis
- ▶ 2006-2014 Maître de conférence **Université** de Bordeaux
  - ▶ Membre de l'équipe Inria CQFD
  - ▶ 2013 Habilitation à diriger des recherches  
*Contributions à l'estimation et au contrôle de processus stochastiques*
- ▶ depuis 2014 Professeure des Universités **Université** de Montpellier

# Plan de l'exposé

Mon parcours

Problème posé par DCNS

Solution proposée par CQFD

Modélisation

Discrétisation

Résolution théorique

Résultats numériques

Extensions

Plusieurs cibles

Pilotage en 3d

Prise en compte des mesures sonar

Conclusion

# Collaboration Inria-DCNS

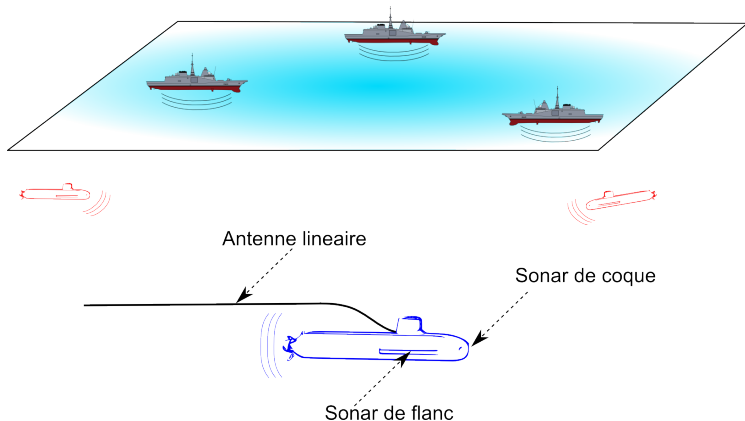
Contrats de recherche entre CQFD et DCNS entre 2010 et 2014

- ▶ CQFD équipe INRIA, Bordeaux
- ▶ DCNS direction des constructions navales



# Problème posé par DCNS

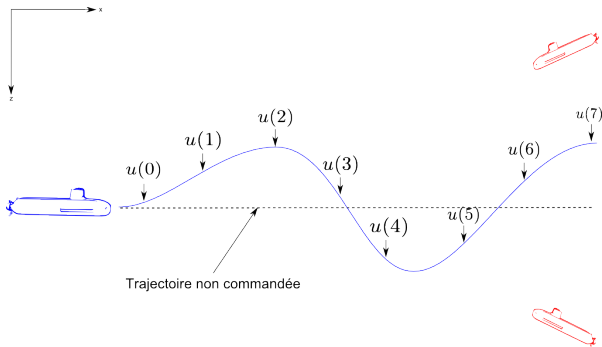
Un sous-marin avec des **senseurs** entourés de **cibles**



# Mission du sous-marin

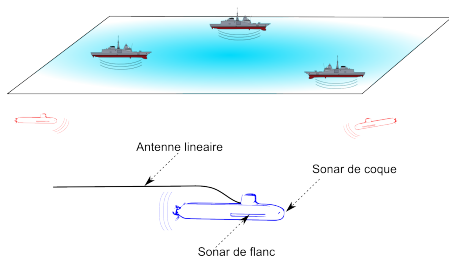
## Objectif

Proposer une trajectoire **optimale** au sous-marin pour remplir sa mission **route de chasse** : **écouter** au mieux les cibles pour faire feu



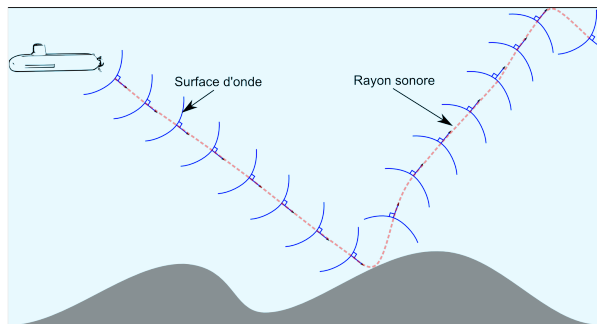
# Difficultés

- ▶ plusieurs cibles
- ▶ position des cibles mal connue
- ▶ les cibles bougent
- ▶ 3 dimensions de pilotage, milieu continu
- ▶ complexité de la propagation du son dans l'eau



# Propagation du son dans l'eau

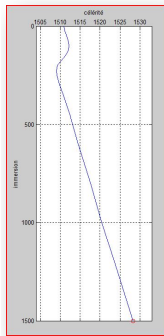
- ▶ milieu sous-marin complexe, non homogène, fluctuant
- ▶ température, salinité, vitesse du son dans l'eau
- ▶ réflexions sur les fonds marins, la surface



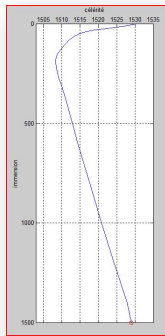


# Profils de vitesse du son dans l'eau

## Méditerranée

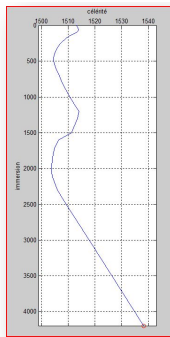


Été

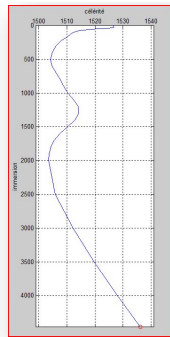


Hiver

## Atlantique

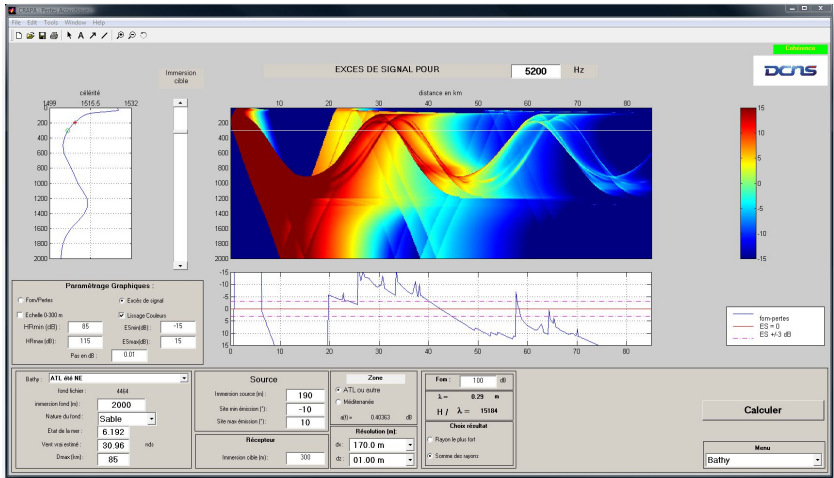


Été



Hiver

# Code DCNS



# Plan de l'exposé

Mon parcours

Problème posé par DCNS

Solution proposée par CQFD

Modélisation

Discrétisation

Résolution théorique

Résultats numériques

Extensions

Plusieurs cibles

Pilotage en 3d

Prise en compte des mesures sonar

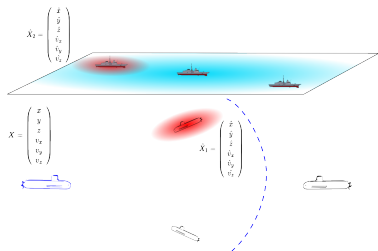
Conclusion

# Méthodologie

- ▶ proposer un modèle de la dynamique des cibles
- ▶ simplifier **exagérément** le problème pour pouvoir le résoudre et valider la solution
- ▶ ajouter de la **complexité** par étapes pour se rapprocher du problème réel

## Première étape : Modélisation

- ▶ position et vitesse du sous-marin **connues**
- ▶ position et vitesse des cibles **aléatoires**



### Simplification : dynamique des cibles

une **seule** cible qui suit un mouvement rectiligne à vitesse constante + **bruit gaussien**, à immersion constante

### Simplification : dynamique du sous-marin

Le sous-marin suit un mouvement rectiligne à vitesse constante, seule la **profondeur** est contrôlée

## Deuxième étape : Discrétisation

### Objectif

Transformer un problème **continu** en temps et en espace en un problème **discret** en temps et en espace

### Discrétisation du temps

Pas de temps  $\Delta t = 1$  minute

Discrétisation du mouvement du sous-marin Grille d'immersion  
 $\Delta z = 6$  mètres, variation maximale de l'immersion sur un pas de temps  $\pm 4\Delta z$

# Dynamique de la cible

Mouvement rectiligne à vitesse constante + bruit gaussien  
immersion constante

⇒ mouvement décrit par deux variables

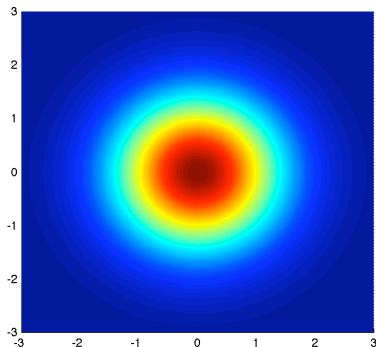
- ▶  $d_t$  : distance entre la cible et le sous-marin
- ▶  $v_t$  : vitesse de la cible

$$\begin{cases} d_{t+1} &= d_t + \Delta t v_t + \epsilon_t^1 \\ v_{t+1} &= v_t + \epsilon_t^2 \end{cases}$$

avec  $(\epsilon_t^1, \epsilon_t^2)$  variables aléatoires indépendantes de même loi normale centrée de matrice de variance-covariance  $\Sigma$ .

# Discrétisation des cibles par quantification

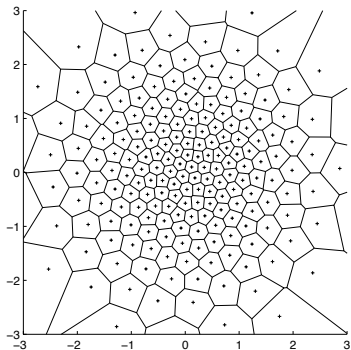
Transformer des variables aléatoires **continues** (position et vitesse des cibles) en variables **discrètes** de façon **intelligente**





# Discretisation des cibles par quantification

Transformer des variables aléatoires **continues** (position et vitesse des cibles) en variables **discrètes** de façon **intelligente**



# Discrétisation des cibles par quantification

Transformer des variables aléatoires **continues** (position et vitesse des cibles) en variables **discrètes** de façon **intelligente**

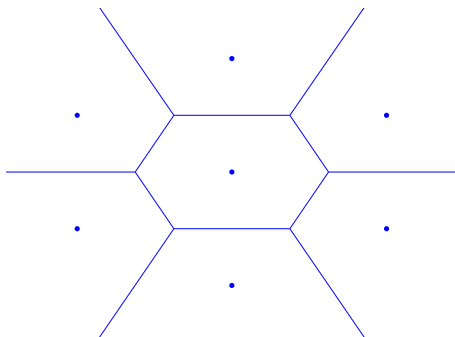
Ensemble **fini** de positions/vitesses possibles pour la cible à chaque pas de temps



S \_\_\_\_\_ ●

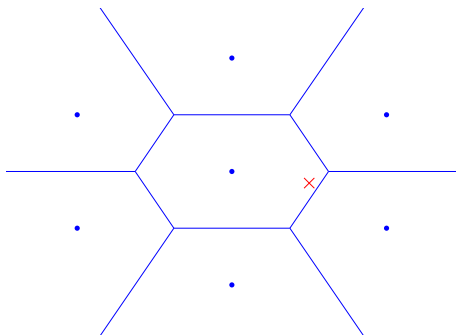
# Mise en oeuvre

Modèle  $\longrightarrow$  simulateur de trajectoires  $\longrightarrow$  grilles



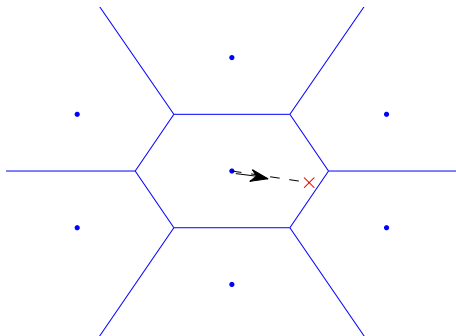
# Mise en oeuvre

Modèle  $\longrightarrow$  simulateur de trajectoires  $\longrightarrow$  grilles



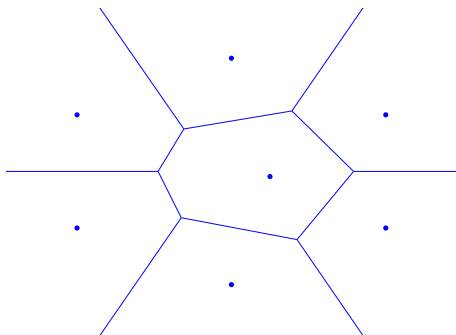
# Mise en oeuvre

Modèle  $\longrightarrow$  simulateur de trajectoires  $\longrightarrow$  grilles



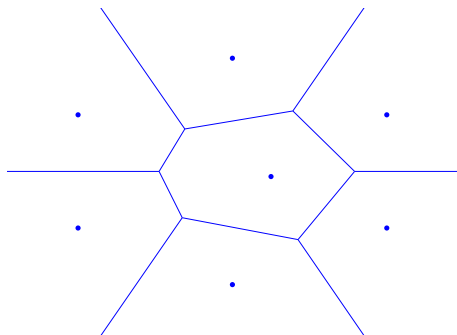
# Mise en oeuvre

Modèle  $\longrightarrow$  simulateur de trajectoires  $\longrightarrow$  grilles



# Mise en oeuvre

Modèle  $\longrightarrow$  simulateur de trajectoires  $\longrightarrow$  grilles



Nouvelle position observée  $\longrightarrow$  projection dans les grilles

# Quantification

## Avantages

- ▶ vitesse de convergence  $N^{1/d}$  en fonction du nombre de points  $N$  et de la dimension  $d$

## Inconvénients

- ▶ temps de calcul des grilles



# Où on en est ?

## Cahier des charges

- ▶ plusieurs cibles
- ▶ position des cibles mal connue
- ▶ les cibles bougent
- ▶ 3 dimensions de pilotage

## Modèle proposé

- ▶ une cible
- ▶ position des cibles aléatoire, mouvement rectiligne uniforme
- ▶ problème dynamique
- ▶ 1 dimensions de pilotage

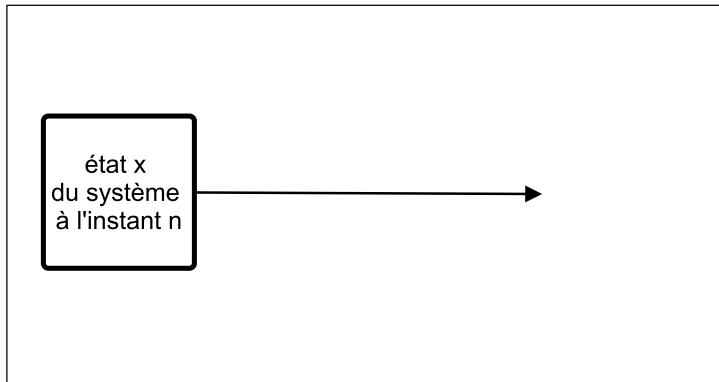
## Troisième étape : résolution du problème discretisé

### Processus de Décision Markoviens (MDP)

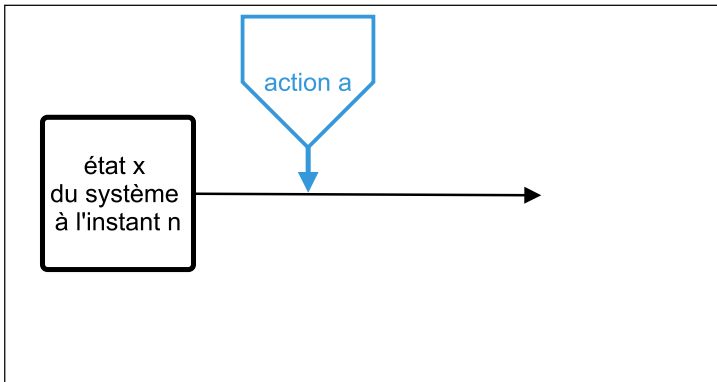
$$(X, A, \{A(x), x \in X\}, Q, c)$$

- ▶  $X$  espace d'état, positions/vitesses possibles du sous-marin et des cibles
- ▶  $A$  espace des actions, changements possibles de l'immersion du sous-marin
- ▶  $A(x)$  actions possibles sachant qu'on est en configuration  $x$
- ▶  $Q$  noyau Markovien, donne les nouvelles positions/vitesses aléatoires relatives des cibles à chaque pas de temps
- ▶  $c$  fonction de performance qui détermine la récompense associée à chaque action, acoustique

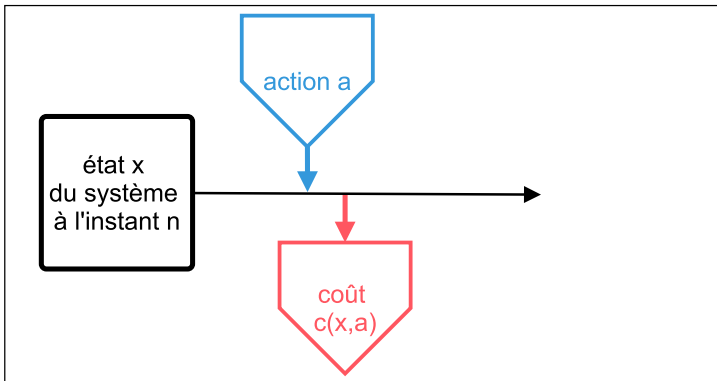
# Fonctionnement d'un MDP



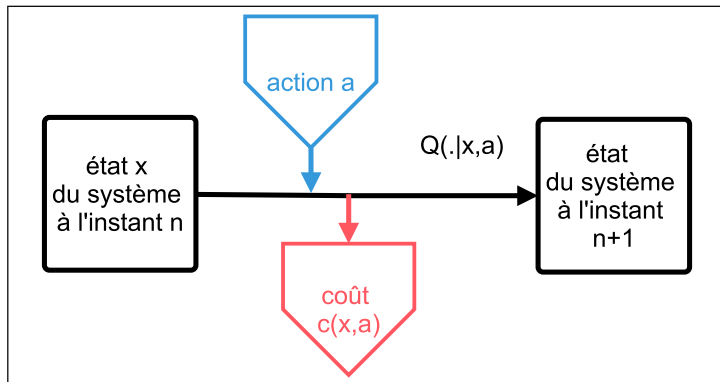
# Fonctionnement d'un MDP



# Fonctionnement d'un MDP



# Fonctionnement d'un MDP



# Exemples d'utilisation des MDP

- ▶ sous-marins
- ▶ **logistique** gestion d'un entrepôt, choix des dates et seuils de restockage (minimiser les coûts de stockage)
- ▶ **finance** exercice d'une option américaine (maximiser le gain)
- ▶ **fiabilité** maintenance de systèmes complexes, choix des dates d'intervention et des types de réparation (minimiser le coût de la maintenance, maximiser la productivité)
- ▶ **santé animale** choix des politiques de vaccination (minimiser le nombre de fermes infectées et le coût de vaccination)
- ▶ ...

# Programmation dynamique

## Equations de programmation dynamique

### Problème de contrôle optimal

Trouver la stratégie  $(a_0, a_2, \dots, a_{N-1})$  qui minimise le coût

$$J^*(x_0) = \min_{(a_0, a_2, \dots, a_{N-1})} \mathbb{E} \left[ \sum_{n=0}^{N-1} c(x_n, a_n) + c(x_N) \right]$$

### Résolution par programmation dynamique

- ▶  $J_N(x) = c(x)$
- ▶  $J_n(x) = \min_{a \in A(x)} \mathbb{E} \left[ c(x, a) + \int J_{n+1}(y) Q(x, a; dy) \right]$
- ▶  $J_0 = J^*$



# Programmation dynamique

## Mise en oeuvre

$$J_n(x) = \min_{a \in A(x)} \mathbb{E} \left[ c(x, a) + \int J_{n+1}(y) Q(x, a; dy) \right]$$

- ▶ Calculer  $\mathbb{E} \left[ c(x, a) + \int J_{n+1}(y) Q(x, a; dy) \right]$ 
  - ▶ pour tous les temps  $n$
  - ▶ pour tous les états  $x$
  - ▶ pour tous les contrôles  $a$  et chercher le minimum
- ▶ Mémoriser la meilleur valeur  $a^*$  pour chaque  $x$  et chaque  $n$

Exploration **complète** des états et actions : travailler avec des ensembles de **petite taille**

# Programmation dynamique

## Cardinal des espaces

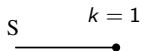
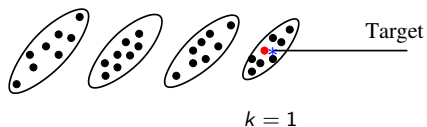
- ▶ Temps :  $\Delta t = 1$  minute, horizon  $N = 45$  minutes
- ▶ Actions :  $\pm 4\Delta z$  :  $|A| = 9$  actions possibles
- ▶ Etat de la cible au temps  $n$  : nombre de points  $K = 100$  dans les grilles de quantification
- ▶ Etat du sous-marin au temps  $n$  :
  - ▶  $n = 0$  : une seule valeur
  - ▶  $n = 1$  : 9 valeurs
  - ▶  $n = 2$  : 17 valeurs
  - ▶ temps  $n$  :  $1 + 8 \times n$  valeurs

## Nombre d'opérations

$$\sum_{n=0}^N |A| \times K \times (1 + 8n) = |A| \times K(4N^2 + 5N + 1)$$

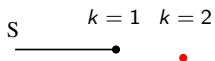
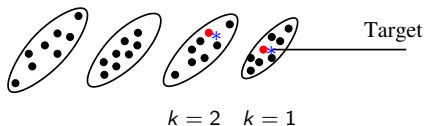
# Programmation dynamique

## Mise en oeuvre numérique



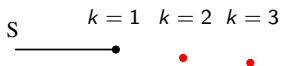
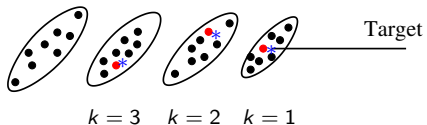
# Programmation dynamique

## Mise en oeuvre numérique



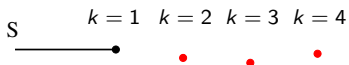
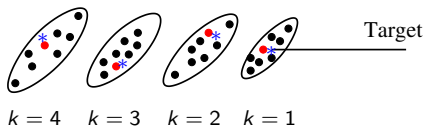
# Programmation dynamique

## Mise en oeuvre numérique



# Programmation dynamique

## Mise en oeuvre numérique



# Plan de l'exposé

Mon parcours

Problème posé par DCNS

Solution proposée par CQFD

Modélisation

Discrétisation

Résolution théorique

Résultats numériques

Extensions

Plusieurs cibles

Pilotage en 3d

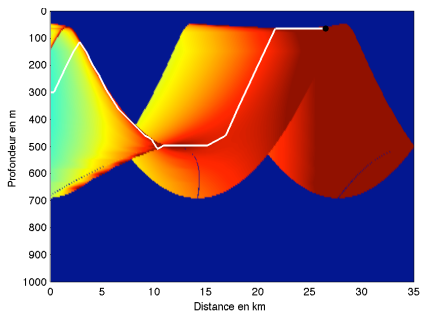
Prise en compte des mesures sonar

Conclusion

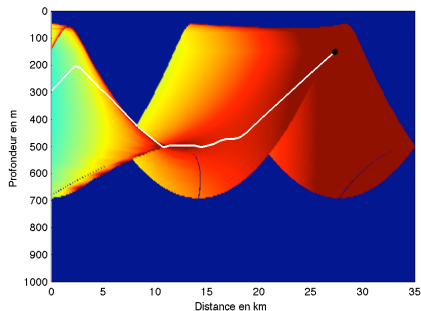
# Une cible

## Résultats numériques

- ▶ immersion de la cible :  $500m$ , du sous-marin :  $300m$
- ▶ distance initiale de la cible et du sous-marin :  $35km$
- ▶ vitesse initiale de la cible par rapport au sous-marin :  $-10ms^{-1}$
- ▶ horizon de calcul :  $45min$



$$\Delta z = 12m$$



$$\Delta z = 6m$$



# Une cible

## Validation

### Pour CQFD

- ▶ pas de solution théorique calculable de façon exacte par une formule mathématique
- ▶ validation par les diagrammes acoustiques : résultats raisonnables sur toutes les trajectoires testées

### Pour DCNS

- ▶ résultats graphiques faciles à interpréter / comprendre
- ▶ exemple une cible sans intérêt pratique : les pilotes de sous-marin savent faire

# Passage à plusieurs cibles

## Cahier des charges

- ▶ plusieurs cibles
- ▶ position des cibles mal connue
- ▶ les cibles bougent
- ▶ 3 dimensions de pilotage

## Modèle proposé

- ▶ plusieurs cibles
- ▶ position des cibles aléatoire, mouvement rectiligne uniforme
- ▶ problème dynamique
- ▶ 1 dimensions de pilotage

# Complexité

Nombre d'opérations inchangé

$$\sum_{n=0}^N |A| \times K \times (1 + 8n) = |A| \times K(4N^2 + 5N + 1)$$

Ce qui change c'est la **dimension** des grilles de quantification, et donc leur temps de calcul

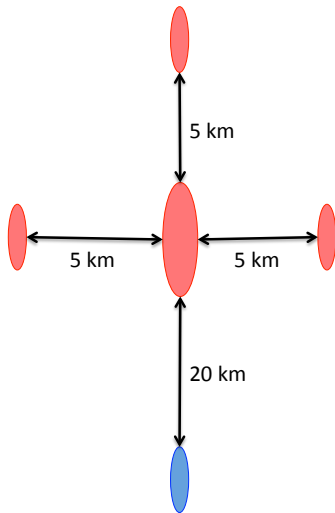
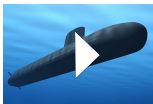
# Deux cibles

- ▶ immersion des cibles :  $500m$  et  $100m$ , du sous-marin :  $300m$
- ▶ distance initiale des cibles et du sous-marin :  $50km$
- ▶ vitesse initiale relatives des cibles par rapport au sous-marin :  $-12ms^{-1}$
- ▶ horizon de calcul :  $45min$



## Quatre cibles

- ▶ immersion des cibles : 600m, 300m, 100m et 400m, du sous-marin : 300m
- ▶ vitesses initiales des cibles : 20 noeuds, du sous-marin : 25 noeuds
- ▶ horizon de calcul : 45 minutes



# Pilotage en 3 dimensions

## Cahier des charges

- ▶ une ou plusieurs cibles
- ▶ position des cibles mal connue
- ▶ les cibles bougent
- ▶ 3 dimensions de pilotage

## Modèle proposé

- ▶ plusieurs cibles
- ▶ position des cibles aléatoire, mouvement rectiligne uniforme
- ▶ problème dynamique
- ▶ 3 dimensions de pilotage

# Complexité

- ▶ Temps :  $\Delta t = 1$  minute, horizon  $N = 45$  minutes
- ▶ Actions :  $\pm 4\Delta x, \pm 4\Delta y, \pm 4\Delta z$  :  $|A| = 9^3$  actions possibles
- ▶ Etat de la cible au temps  $n$  : nombre de points  $K = 100$  dans les grilles de quantification
- ▶ Etat du sous-marin au temps  $n$  :
  - ▶  $n = 0$  : une seule valeur
  - ▶  $n = 1$  :  $9^3$  valeurs
  - ▶ temps  $n$  :  $(1 + 8n)^3$  valeurs

Nombre d'opérations beaucoup plus grand

$$\sum_{n=0}^N |A| \times K \times (1 + 8n)^3$$

## 3d, deux cibles

- ▶ immersion des cibles :  $500m$  et  $100m$ , du sous-marin :  $300m$
- ▶ distance initiale des cibles et du sous-marin :  $50km$ ,  $60km$
- ▶ vitesse initiale relatives des cibles par rapport au sous-marin :  $10ms^{-1}$
- ▶ horizon de calcul :  $45min$





# Modélisation de la position des cibles

## Cahier des charges

- ▶ position des cibles **estimée** par un algorithme de filtrage à partir de mesures sonar

## Modèle proposé

- ▶ **coupler** l'algorithme de filtrage et celui d'optimisation

## Difficulté nouvelle

- ▶ **temps de calcul** des grilles de quantification : mise à jour impossible en temps réel

## Solution

- ▶ **découpage** en une suite de problèmes à horizon court  
⇒ **sous-optimal**
- ▶ tous les calculs sont en temps réel

## Scénario en deux temps

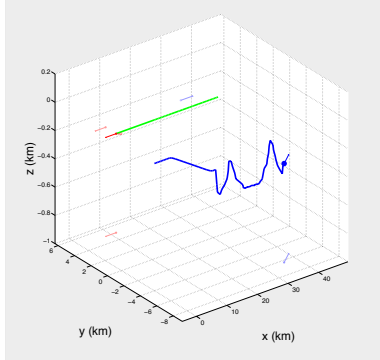
- ▶ Filtrage seul (0-22 min) deux manœuvres sont nécessaires pour faire converger le filtre
- ▶ Filtrage et optimisation (22-72 min) calcul des manœuvres optimales, quand le sous-marin bouge, l'algorithme de filtrage change également de paramètres
- ▶ pilotage en 2d : cap  $y$  et immersion  $z$

### Objectif double

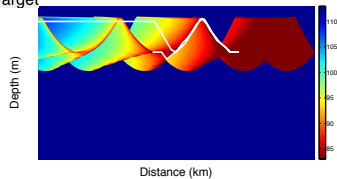
- ▶ écouter au mieux la cible
- ▶ ne pas se faire entendre par la cible

# Objectif 1 seul : écouter la cible

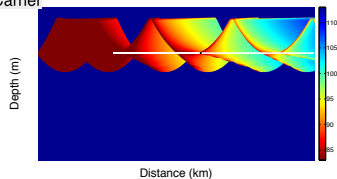
Scenario



Target

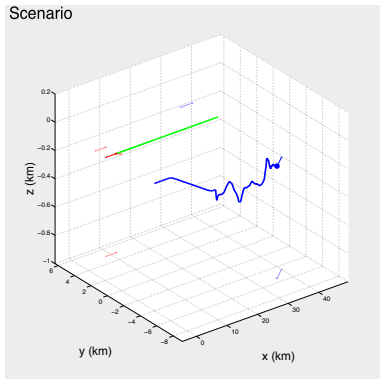


Carrier

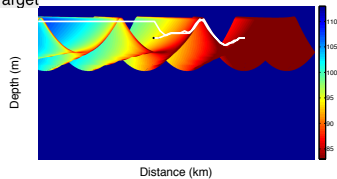


# Objectif double

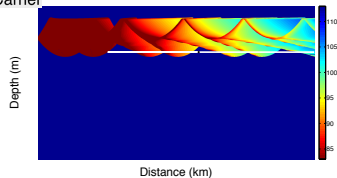
Scenario



Target



Carrier



# Conclusion

## Un exemple de collaboration université-entreprise

- ▶ résolution par **étapes**, pour vérifier si la méthode envisagée peut marcher sur des modèles très simplifiés
- ▶ **validation** sur le modèle simple
- ▶ **complexification progressive** du problème

