

Arrêt optimal pour la maintenance prédictive

B. de Saporta, F. Dufour, H. Zhang C. Elegbede

INRIA Bordeaux et Université de Bordeaux

EADS Astrium

[ANR-09-SEGI-004 Fautocoès](#)

GT22, Bordeaux, novembre 2010

Plan

- 1 Un problème de maintenance
 - Formulation
 - Modélisation
- 2 Stratégie de résolution
 - Solution itérative
 - Quantification
- 3 Résultats numériques
- 4 Conclusion et perspectives

Corrosion d'une structure métallique

Structure de missile balistique stratégique soumis à corrosion



Corrosion d'une structure métallique

Structure de missile balistique stratégique soumis à corrosion

Profil d'emploi

Stockage dans 3 ambiances différentes

- 1 atelier
- 2 sous-marin nucléaire en mission
- 3 sous-marin en cale sèche

Exigence du sûreté très forte



Maîtriser l'évolution de l'épaisseur

Corrosion d'une structure métallique

Structure de missile balistique stratégique soumis à corrosion

Profil d'emploi

Stockage dans 3 ambiances différentes

- 1 atelier
- 2 sous-marin nucléaire en mission
- 3 sous-marin en cale sèche

Exigence du sûreté très forte



Maîtriser l'évolution de l'épaisseur

Corrosion d'une structure métallique

Structure de missile balistique stratégique soumis à corrosion

Profil d'emploi

Stockage dans 3 ambiances différentes

- 1 atelier
- 2 sous-marin nucléaire en mission
- 3 sous-marin en cale sèche

Exigence du sûreté très forte



Maîtriser l'évolution de l'épaisseur

Politique de Maintenance

Une seule intervention avant la rupture \Rightarrow remise à neuf de la structure

Optimisation de la maintenance : équilibre entre

- une maintenance trop précoce
- une maintenance trop tardive

Optimisation des marges

En phase de conception

- consolider les marges de dimensionnement par rapport aux spécifications
- assurer à 95% qu'aucune maintenance ne sera nécessaire avant la date objective contractuelle

Dynamique du processus de dégradation

- Succession déterministe des ambiances : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \dots$
- Temps **aléatoire** passé dans l'ambiance i loi $Exp(\lambda_i)$
- Protection anti-corrosion initiale d'une durée **aléatoire** suivant une loi de Weibul tirée une seule fois
- Equation de la **perte d'épaisseur** dans l'ambiance i :

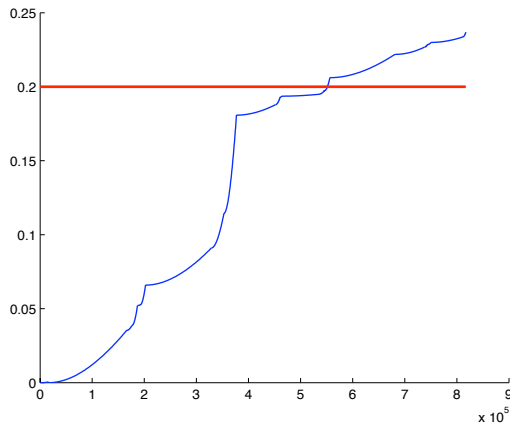
$$d_t = \rho_i \left(t - \eta_i + \eta_i \exp(-t/\eta_i) \right)$$

- ρ_i taux de corrosion stable **aléatoire** suivant une loi uniforme dépendant de l'ambiance i
- η_i durée de transition déterministe dans l'ambiance i .

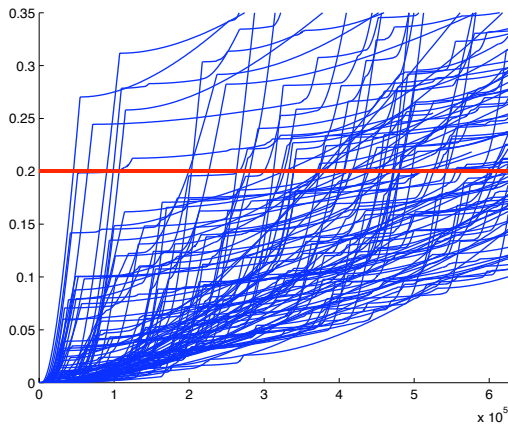
On dispose de valeurs numériques pour tous les paramètres.

Structure inutilisable si $d_t \geq 0.2mm$

Exemples de trajectoires simulées



Exemples de trajectoires simulées



Modélisation par un PDMP

Processus Markovien déterministe par morceaux

$$X_t = (m_t, d_t, \gamma_t, \rho_t)$$

mode m_t : ambiance à l'instant t

γ_t : reste de la protection anti-corrosion à l'instant t

Chaîne de Markov sous-jacente

$$(S_n, Z_n)$$

S_n : temps passé dans la n -ème d'ambiance

Z_n : valeur du processus juste après le n -ème changement d'ambiance

Formulation mathématique du problème d'optimisation

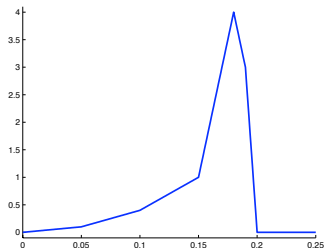
Problème d'arrêt optimal

- Calculer la **fonction valeur**

$$V(x) = \sup_{\tau} \mathbb{E}_x[g(X_{\tau})]$$

- Trouver un temps d'arrêt **optimal** τ^* qui atteint $V(x)$

Fonction de performance g



Résolution itérative théorique

Programmation dynamique

- $v_N = g$
- $v_n = L(v_{n+1}, g)$ pour $n \leq N - 1$

$$v_0(x) = \sup_{\tau \leq S_N} \mathbb{E}_x[g(X_\tau)] = V(x)$$

$$L(w, g)(x)$$

$$= \sup_{u \leq t^*(Z_n)} \left\{ \mathbb{E} \left[w(Z_{n+1}) \mathbf{1}_{\{S_{n+1} < u\}} + g(\phi(Z_n, u)) \mathbf{1}_{\{S_{n+1} \geq u\}} \mid Z_n = x \right] \right\}$$
$$\vee \mathbb{E} [w(Z_{n+1}) \mid Z_n = x]$$

Résolution itérative théorique

Programmation dynamique

- $v_N = g$
- $v_n = L(v_{n+1}, g)$ pour $n \leq N - 1$

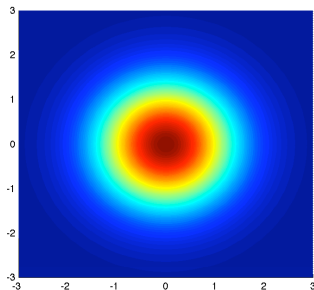
$$v_0(x) = \sup_{\tau \leq S_N} \mathbb{E}_x[g(X_\tau)] = V(x)$$

Notre but : proposer une méthode **numérique** d'approximation de V

Quantification

Méthode de **discrétisation** de variables aléatoires sur des grilles **adaptées à leur loi**

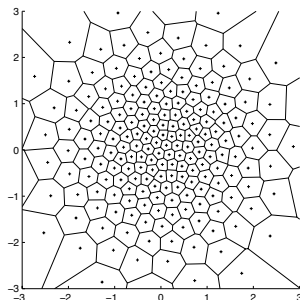
Exemple loi gaussienne $\mathcal{N}(0, I_2)$:



Quantification

Méthode de **discrétisation** de variables aléatoires sur des grilles **adaptées à leur loi**

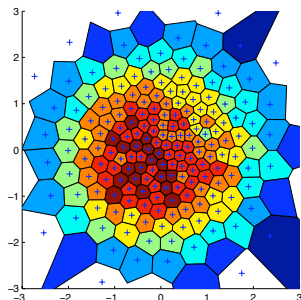
Exemple loi gaussienne $\mathcal{N}(0, I_2)$:



Quantification

Méthode de **discrétisation** de variables aléatoires sur des grilles **adaptées à leur loi**

Exemple loi gaussienne $\mathcal{N}(0, I_2)$:



Problème pratique

Echelles des différents paramètres

- taux de corrosion stable $\rho \sim 10^{-6}$
- temps moyen de séjour dans l'ambiance $2 \lambda_2^{-1} = 131\,400$ h

Loi uniforme sur
 $[0, 1] \times [0, 5000]$

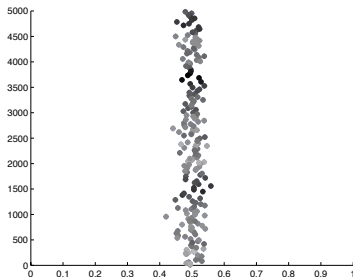
Problème pratique

Echelles des différents paramètres

- taux de corrosion stable $\rho \sim 10^{-6}$
- temps moyen de séjour dans l'ambiance $2 \lambda_2^{-1} = 131\,400 \text{ h}$

Loi uniforme sur
 $[0, 1] \times [0, 5000]$

algorithme standard



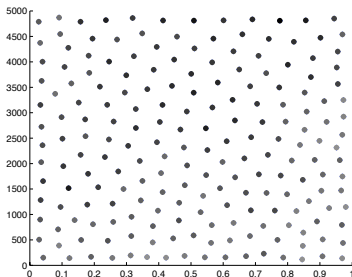
Problème pratique

Echelles des différents paramètres

- taux de corrosion stable $\rho \sim 10^{-6}$
- temps moyen de séjour dans l'ambiance $2 \lambda_2^{-1} = 131\,400$ h

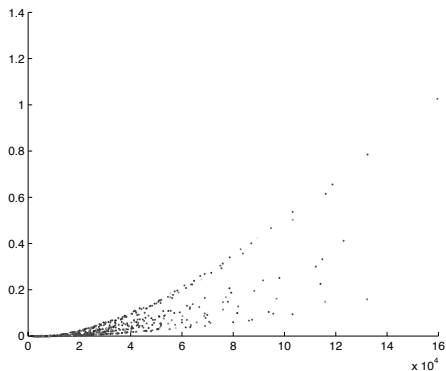
Loi uniforme sur
 $[0, 1] \times [0, 5000]$

algorithme pondéré



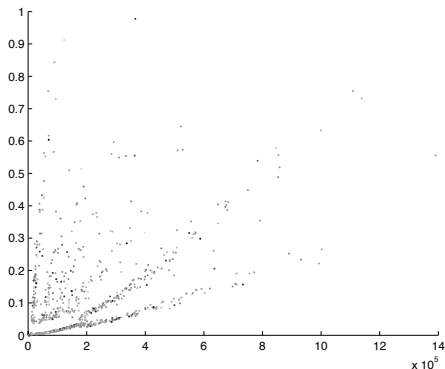
Grilles pour le processus de dégradation

Dans l'ambiance 2 après le 1er saut



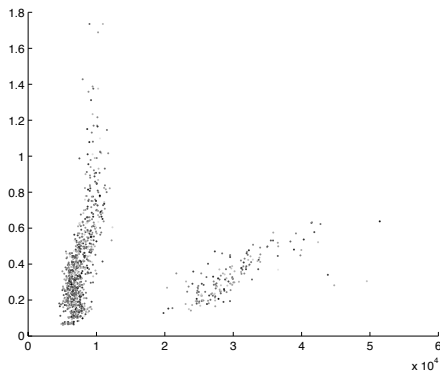
Grilles pour le processus de dégradation

Dans l'ambiance 3 après le 2ème saut



Grilles pour le processus de dégradation

Dans l'ambiance 1 après le 15ème saut

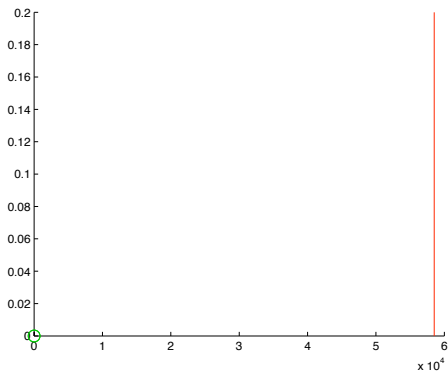


Calcul de la fonction valeur

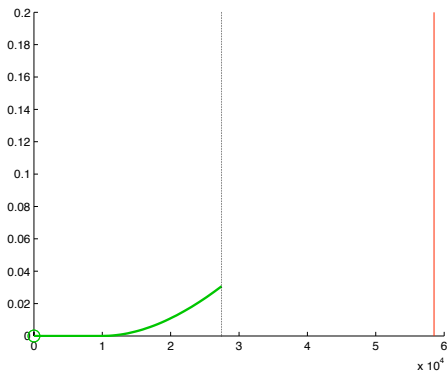
Résultats numériques (vraie valeur : 4)

Nombre de points dans les grilles de quantification	Fonction valeur approchée	Fonction valeur par Monte Carlo
10	2.48	0.94
50	2.70	1.84
100	2.94	2.10
200	3.09	2.63
500	3.39	3.15
1000	3.56	3.43
2000	3.70	3.60
5000	3.82	3.73
8000	3.86	3.75

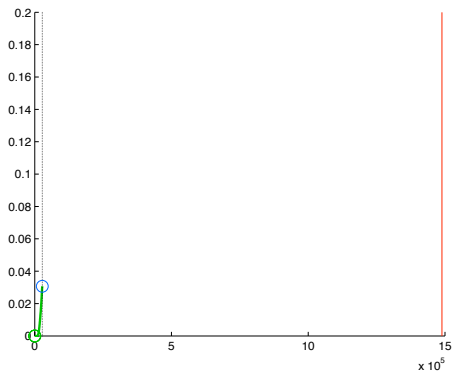
Règle d'arrêt itérative



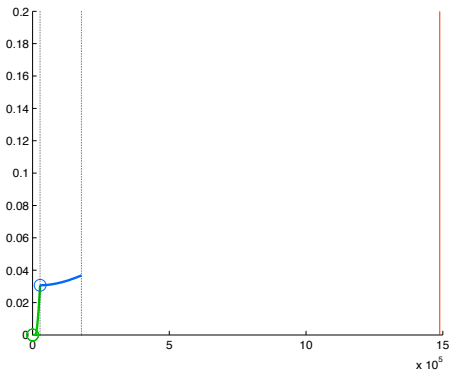
Règle d'arrêt itérative



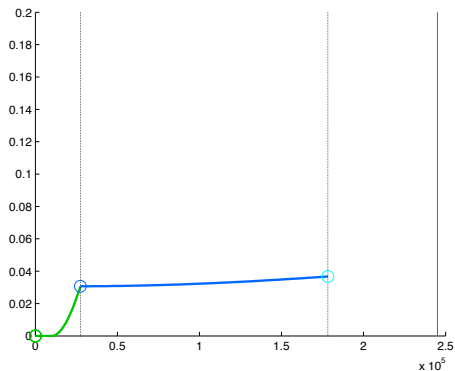
Règle d'arrêt itérative



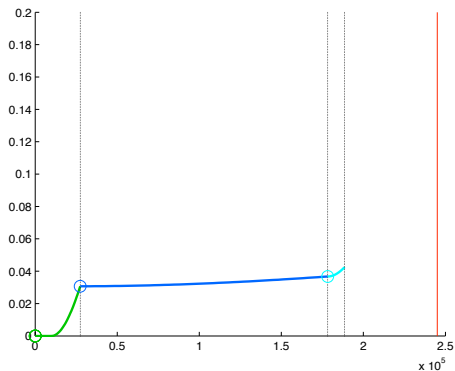
Règle d'arrêt itérative



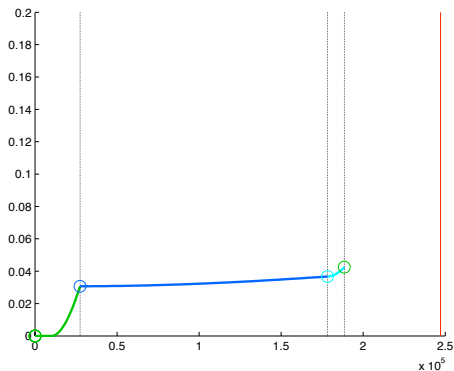
Règle d'arrêt itérative



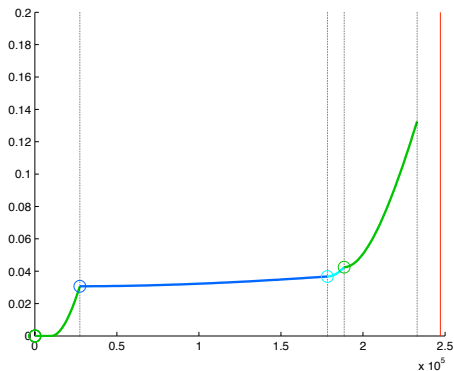
Règle d'arrêt itérative



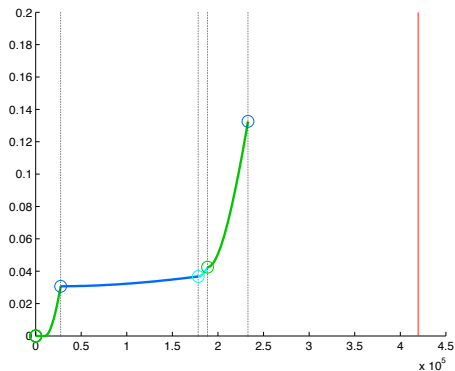
Règle d'arrêt itérative



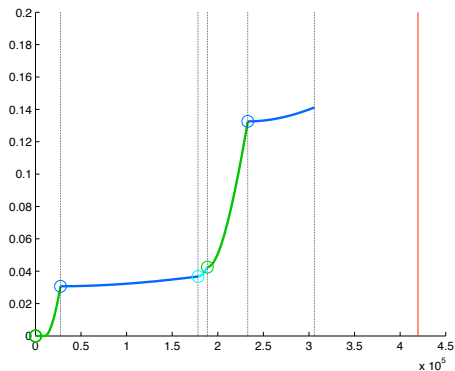
Règle d'arrêt itérative



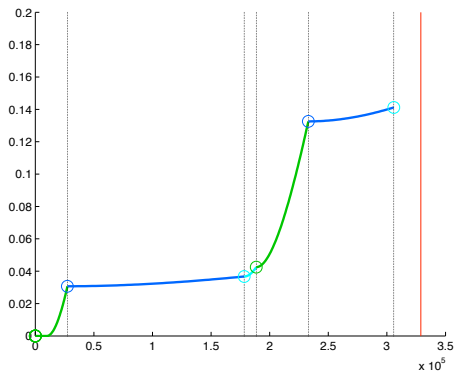
Règle d'arrêt itérative



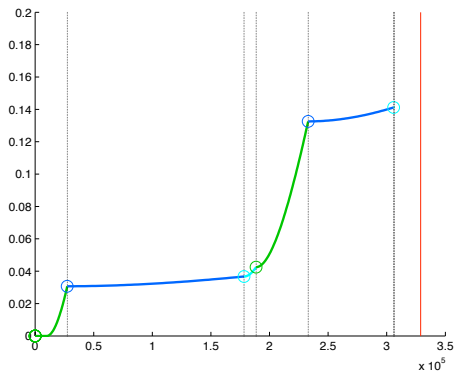
Règle d'arrêt itérative



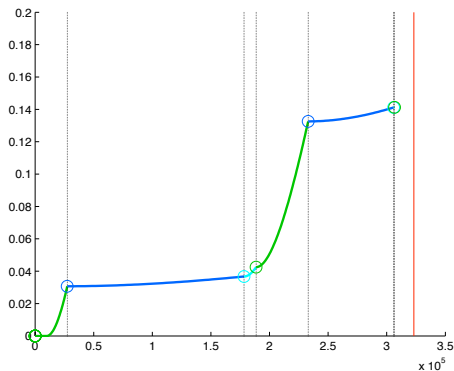
Règle d'arrêt itérative



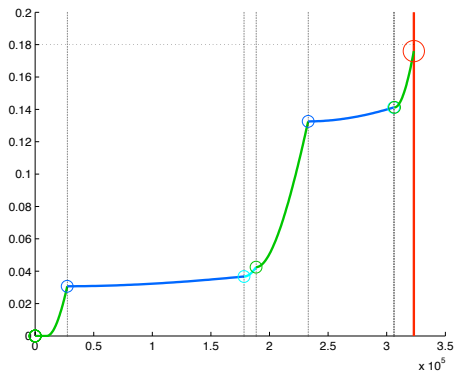
Règle d'arrêt itérative



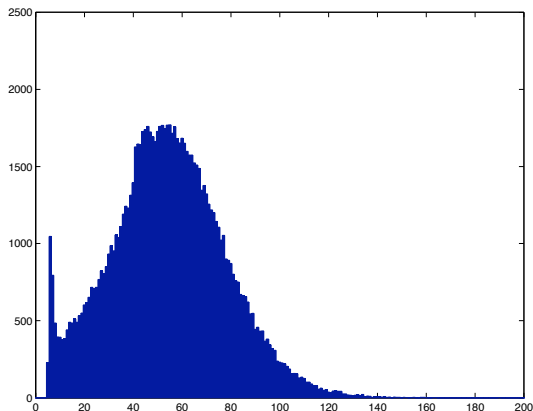
Règle d'arrêt itérative



Règle d'arrêt itérative



Optimisation des marges



Seuil	Probabilité
5 ans	0.0002
10 ans	0.0304
15 ans	0.0524
20 ans	0.0793
40 ans	0.2647
60 ans	0.6048
80 ans	0.8670
100 ans	0.9691
150 ans	0.9997

Conclusion

- méthode numérique performante
- calculs lourds *off line* indépendants de la fonction coût
- calcul de la règle arrêt en temps réel
- règle d'arrêt adaptée à chaque trajectoire
- pas besoin de mesure en continu : seulement aux changements d'ambiance
- contexte mathématique rigoureux
 - algorithme général pour ce type de processus
 - preuve de convergence avec vitesse

Perspectives

Etape suivante : maintenance avec réparations éventuellement partielles

⇒ contrôle impulsionnel

difficultés théoriques et pratiques importantes