Arrêt optimal pour la maintenance prédictive

B. de Saporta, F. Dufour, H. Zhang C. Elegbede

INRIA Bordeaux et Université de Bordeaux EADS Astrium

ANR-09-SEGI-004 Fautocoes

λ-μ 17, La Rochelle, octobre 2010

Plan

Corrosion d'une structure métallique

Structure de missile balistique stratégique soumis à corrosion

Corrosion d'une structure métallique

Structure de missile balistique stratégique soumis à corrosion

Profil d'emploi

Stockage dans 3 ambiances différentes

1. atelier
2. sous-marin nucléaire en mission
3. sous-marin en cale sèche

Exigence du sûreté très forte

$\Downarrow$

Maîtriser l'évolution de l'épaisseur

Corrosion d'une structure métallique

Structure de missile balistique stratégique soumis à corrosion

Profil d'emploi

Stockage dans 3 ambiances différentes

1. atelier
2. sous-marin nucléaire en mission
3. sous-marin en cale sèche

Exigence du sûreté très forte

$\Downarrow$

Maîtriser l'évolution de l'épaisseur

Corrosion d'une structure métallique

Structure de missile balistique stratégique soumis à corrosion

Profil d'emploi

Stockage dans 3 ambiances différentes

1. atelier
2. sous-marin nucléaire en mission
3. sous-marin en cale sèche

Exigence du sûreté très forte

$$\Downarrow$$

Maîtriser l'évolution de l'épaisseur

Politique de Maintenance

Une seule intervention avant la rupture $\Rightarrow$ remise à neuf de la structure

Optimisation de la maintenance : équilibre entre

- une maintenance trop précoce
- une maintenance trop tardive

Optimisation des marges

En phase de conception

- consolider les marges de dimensionnement par rapport aux spécifications
- assurer à 95% qu'aucune maintenance ne sera nécessaire avant la date objective contractuelle

Dynamique du processus de dégradation

- Succession déterministe des ambiances : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \cdots$
- Temps aléatoire passé dans l'ambiance i loi $Exp(\lambda_i)$
- Protection anti-corrosion initiale d'une durée aléatoire suivant une loi de Weibul
- Equation de la perte d'épaisseur dans l'ambiance i :

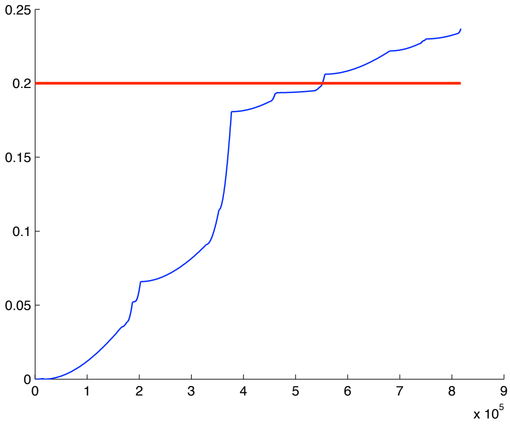
$$d_t = \rho_i \Big(t - \eta_i + \eta_i exp(-t/\eta_i) \Big)$$

- ρ_i taux de corrosion stable aléatoire suivant une loi uniforme dépendant de l'ambiance i
- η_i durée de transition déterministe dans l'ambiance i.

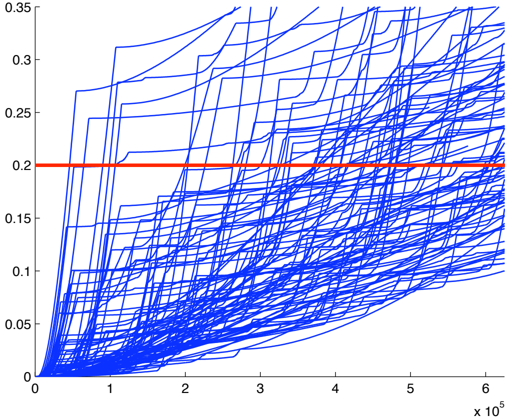
On dispose de valeurs numériques pour tous les paramètres.

Structure inutilisable si $d_t \geq 0.2mm$

Exemples de trajectoires simulées



Exemples de trajectoires simulées



Modélisation par un PDMP

Processus Markovien déterministe par morceaux

$$X_t = (m_t, d_t, \gamma_t, \rho_t)$$

mode m_t : ambiance à l'instant t

γ_t : reste de la protection anti-corrosion à l'instant t

Chaîne de Markov sous-jacente

$$(S_n, Z_n)$$

S_n : temps passé dans la n-ème d'ambiance

Z_n : valeur du processus juste après le n-ème changement d'ambiance

Formulation mathématique du problème d'optimisation

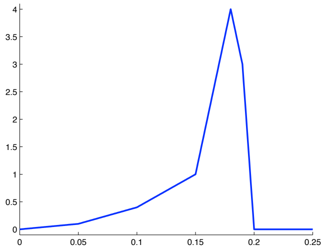
Problème d'arrêt optimal

- Calculer la fonction valeur

$$V(x) = \sup_{\tau \leq T_N} \mathbb{E}_x[g(X_\tau)]$$

- Trouver un temps d'arrêt optimal τ^* qui atteint $V(x)$

Fonction de performance g



Résolution itérative théorique

Programmation dynamique

- $v_N = g$
- $v_n = L(v_{n+1}, g)$ pour $n \leq N-1$

$$v_0(x) = \sup_{\tau \leq T_N} \mathbb{E}_x[g(X_\tau)] = V(x)$$

$$\begin{aligned} & L(w,g)(x) \\ = & \sup_{u \leq t^*(Z_n)} \Big\{ \mathbb{E}\Big[w(Z_{n+1}) \mathbf{1}_{\{S_{n+1} < u\}} + g\big(\phi(Z_n, u)\big) \mathbf{1}_{\{S_{n+1} \geq u\}} \;\Big|\; Z_n = x \Big] \Big\} \\ & \vee \; \mathbb{E}\Big[w(Z_{n+1}) \;\Big|\; Z_n = x \Big] \end{aligned}$$

Résolution itérative théorique

Programmation dynamique

- $v_N = g$
- $v_n = L(v_{n+1}, g)$ pour $n \leq N-1$

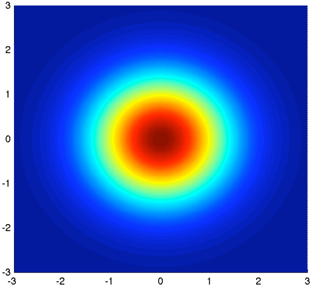
$$v_0(x) = \sup_{\tau \leq T_N} \mathbb{E}_x[g(X_\tau)] = V(x)$$

Notre but : proposer une méthode numérique d'approximation de V

Quantification

Méthode de discrétisation de variables aléatoires sur des grilles adaptées à leur loi

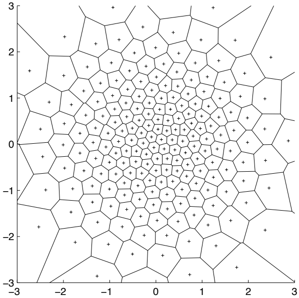
Exemple loi gaussienne $\mathcal{N}(0, I_2)$:



Quantification

Méthode de discrétisation de variables aléatoires sur des grilles adaptées à leur loi

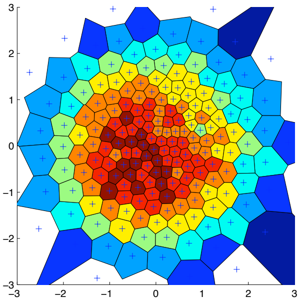
Exemple loi gaussienne $\mathcal{N}(0, I_2)$:



Quantification

Méthode de discrétisation de variables aléatoires sur des grilles adaptées à leur loi

Exemple loi gaussienne $\mathcal{N}(0, I_2)$:



Problème pratique

Echelles des différents paramètres

- taux de corrosion stable $\rho \sim 10^{-6}$
- temps moyen de séjour dans l'ambiance 2 $\lambda_2^{-1} = 131\,400$ h

Loi uniforme sur $[0, 1] \times [0, 5000]$

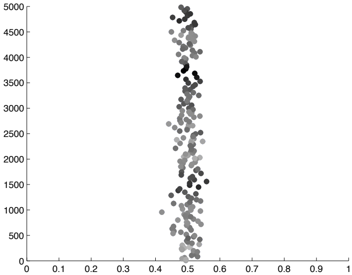
Problème pratique

Echelles des différents paramètres

- taux de corrosion stable $\rho \sim 10^{-6}$
- temps moyen de séjour dans l'ambiance 2 $\lambda_2^{-1} = 131\,400$ h

Loi uniforme sur $[0,1] \times [0,5000]$

algorithme standard

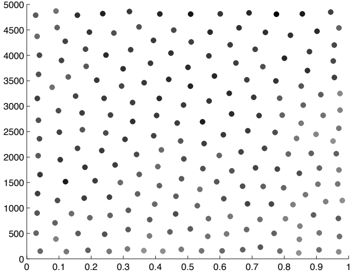


Problème pratique

Echelles des différents paramètres

- taux de corrosion stable $\rho \sim 10^{-6}$
- temps moyen de séjour dans l'ambiance 2 $\lambda_2^{-1} = 131\ 400$ h

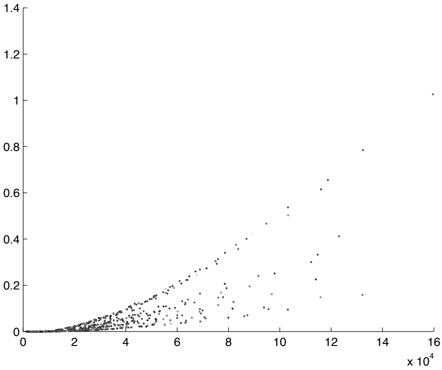
Loi uniforme sur $[0,1] \times [0,5000]$



algorithme pondéré

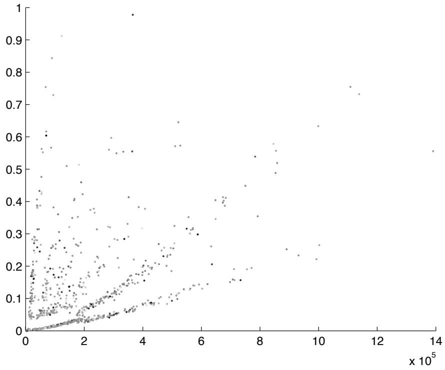
Grilles pour le processus de dégradation

Dans l'ambiance 2 après le 1er saut



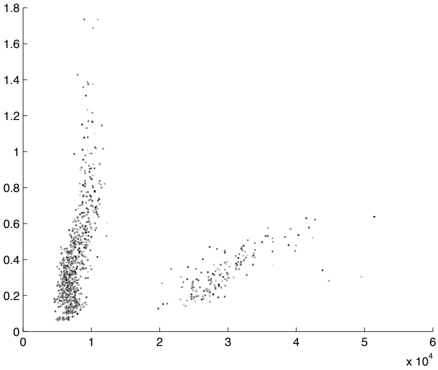
Grilles pour le processus de dégradation

Dans l'ambiance 3 après le 2ème saut

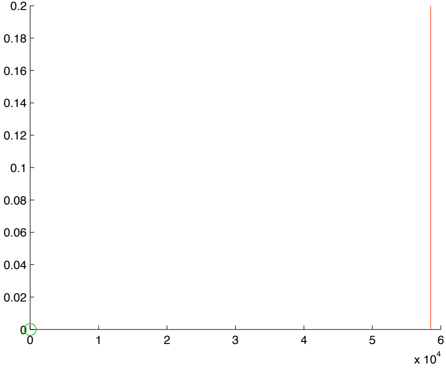


Grilles pour le processus de dégradation

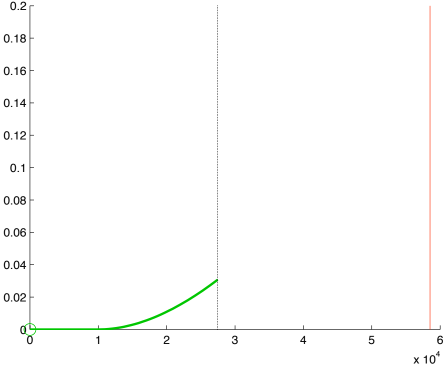
Dans l'ambiance 1 après le 15ème saut



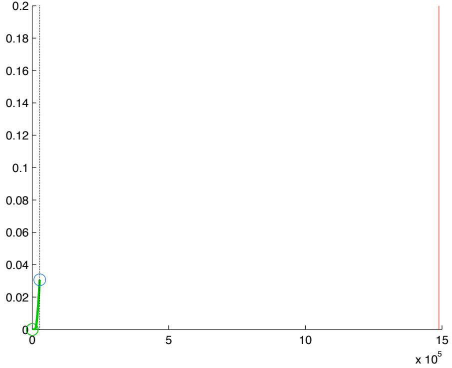
Règle d'arrêt itérative



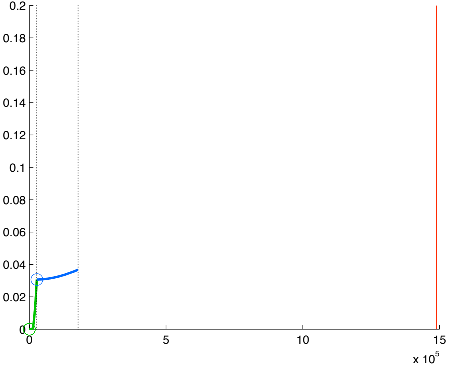
Règle d'arrêt itérative



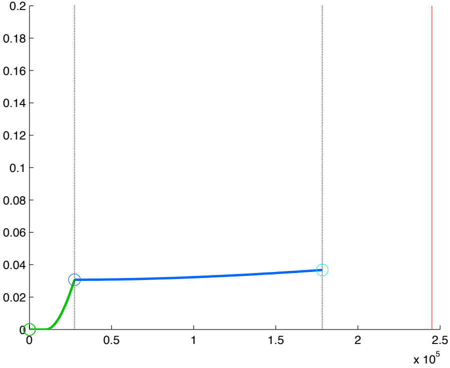
Règle d'arrêt itérative



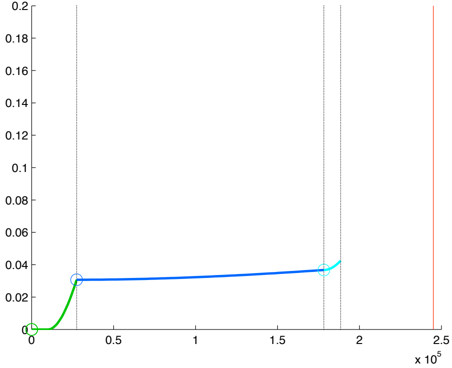
Règle d'arrêt itérative



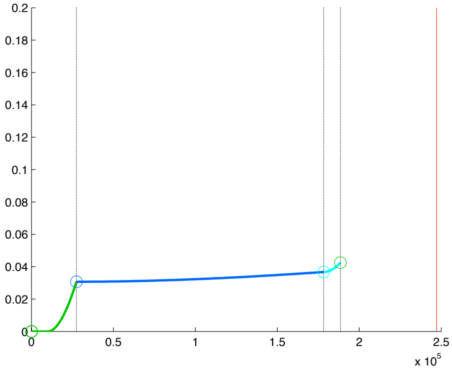
Règle d'arrêt itérative



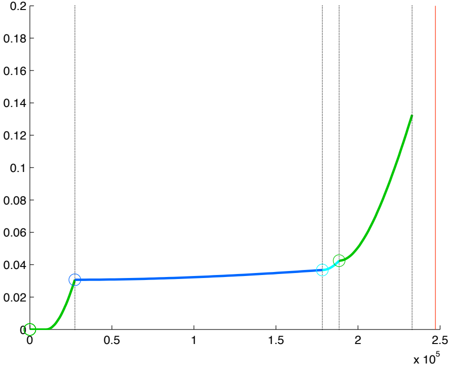
Règle d'arrêt itérative



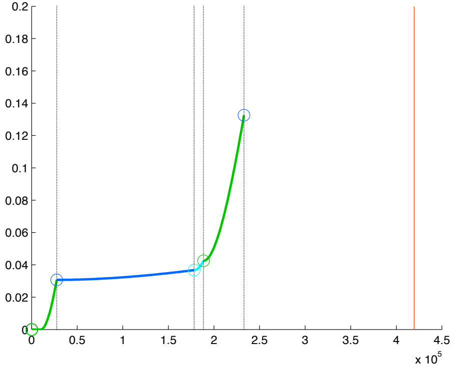
Règle d'arrêt itérative



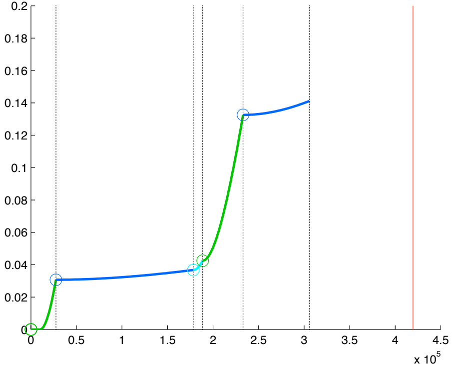
Règle d'arrêt itérative



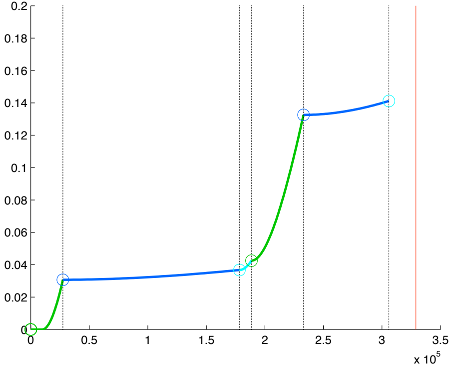
Règle d'arrêt itérative



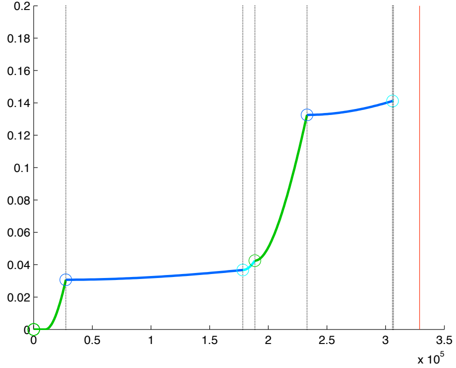
Règle d'arrêt itérative



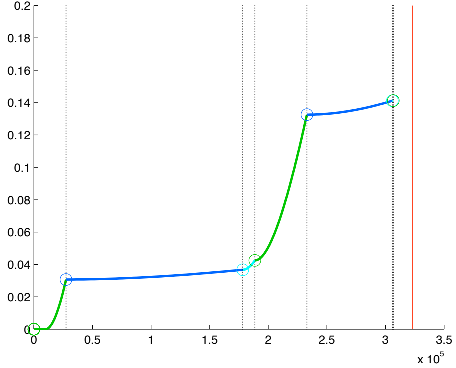
Règle d'arrêt itérative



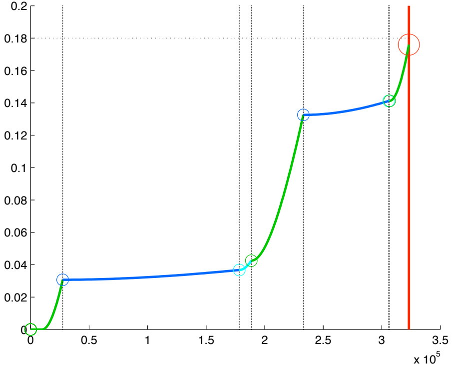
Règle d'arrêt itérative



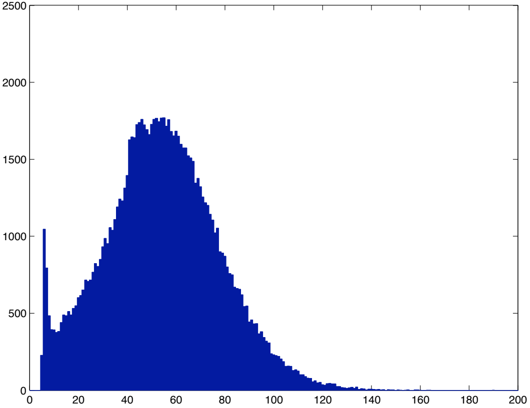
Règle d'arrêt itérative



Règle d'arrêt itérative



Optimisation des marges



Seuil	Probabilité
5 ans	0.0002
10 ans	0.0304
15 ans	0.0524
20 ans	0.0793
40 ans	0.2647
60 ans	0.6048
80 ans	0.8670
100 ans	0.9691
150 ans	0.9997

Calcul de la fonction valeur

Résultats numériques (vraie valeur : 4)

Nombre de points dans les grilles de quantification	Fonction valeur approchée	Fonction valeur par Monte Carlo
10	2.48	0.94
50	2.70	1.84
100	2.94	2.10
200	3.09	2.63
500	3.39	3.15
1000	3.56	3.43
2000	3.70	3.60
5000	3.82	3.73
8000	3.86	3.75

Conclusion

- méthode numérique performante
- calculs lourds *off line* indépendants de la fonction coût
- calcul de la règle arrêt en temps réel
- règle d'arrêt adaptée à chaque trajectoire
- pas besoin de mesure en continu : seulement aux changements d'ambiance
- contexte mathématique rigoureux
  - algorithme général pour ce type de processus
  - preuve de convergence avec vitesse
- EADS-Astrium étude exploratoire en vue d'optimiser et de justifier les marges de conception

Perspectives

Etape suivante : maintenance avec réparations éventuellement partielles
$\Rightarrow$ contrôle impulsionnel
difficultés théoriques et pratiques importantes