UNIVERSITÉ MONTPELLIER **Année 2015-2016**

HLMA101, Contrôle continu 2, 1h15

Exercice 1 (2 pts)
Ecrire la négation de l'assertion : $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{Q}, y \neq x$.

Exercice 2 (4 pts)
On donne les ensembles $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ et $C = \{\square, \star\}$.

1. Faire un schéma d'une application $f : A \to B$ qui soit injective. Est elle bijective ? Pourquoi ?
2. Faire un schéma d'une application $g : A \to C$ qui soit surjective. Est elle bijective ? Pourquoi ?

Exercice 3 (3 pts)
Dans $\mathbb{R}^3$ on donne le plan P_1 d'équation $3x + y + 2z = 1$ et le plan P_2 d'équation $x - y + z = 2$. Déterminer une représentation paramétrique de $P_1 \cap P_2$. Quel objet géométrique est $P_1 \cap P_2$?

Exercice 4 (3 pts)
Résoudre le système

$$\begin{cases} 2x - y + z &= 1 \\ x - y + 3z &= 2 \\ -4x + z &= 0. \end{cases}$$

Exercice 5 (8 pts)
On donne la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1. Préciser l'application linéaire ϕ associée à la matrice A, en précisant bien les espaces de départ et d'arrivée.
2. Déterminer $\mathrm{K}er\, \phi$. L'application ϕ est elle injective ?
3. Déterminer $\mathrm{I}m\, \phi$. L'application ϕ est elle surjective ?
4. Déterminer l'image de $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ par ϕ.
5. En déduire tous les antécédents de $\begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix}$ par ϕ.