

# Géométries

Cédric Bonnafé

CNRS (UMR 5149) - Université de Montpellier 2

Besançon, Novembre 2011

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes,

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés,

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur,

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu,

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté,



# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination,

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France
  - Milliers de problèmes non résolus

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France
  - Milliers de problèmes non résolus
- À quoi ça sert ?

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France
  - Milliers de problèmes non résolus
- À quoi ça sert ?
  - Satellites, GPS, portables...



# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France
  - Milliers de problèmes non résolus
- À quoi ça sert ?
  - Satellites, GPS, portables...
  - Bombe atomique, bourse

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France
  - Milliers de problèmes non résolus
- À quoi ça sert ?
  - Satellites, GPS, portables...
  - Bombe atomique, bourse
  - Google : Théorème de Perron-Frobenius

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France
  - Milliers de problèmes non résolus
- À quoi ça sert ?
  - Satellites, GPS, portables...
  - Bombe atomique, bourse
  - Google : Théorème de Perron-Frobenius
- Pourquoi en fait-on ?

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France
  - Milliers de problèmes non résolus
- À quoi ça sert ?
  - Satellites, GPS, portables...
  - Bombe atomique, bourse
  - Google : Théorème de Perron-Frobenius
- Pourquoi en fait-on ?
  - Développement de la connaissance

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France
  - Milliers de problèmes non résolus
- À quoi ça sert ?
  - Satellites, GPS, portables...
  - Bombe atomique, bourse
  - Google : Théorème de Perron-Frobenius
- Pourquoi en fait-on ?
  - Développement de la connaissance
  - Pour le plaisir

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France
  - Milliers de problèmes non résolus
- À quoi ça sert ?
  - Satellites, GPS, portables...
  - Bombe atomique, bourse
  - Google : Théorème de Perron-Frobenius
- Pourquoi en fait-on ?
  - Développement de la connaissance
  - Pour le plaisir
  - Challenge

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France
  - Milliers de problèmes non résolus
- À quoi ça sert ?
  - Satellites, GPS, portables...
  - Bombe atomique, bourse
  - Google : Théorème de Perron-Frobenius
- Pourquoi en fait-on ?
  - Développement de la connaissance
  - Pour le plaisir
  - Challenge
  - Parce que ça sert...

# Quelques mots sur l'activité "mathématique"

- Problèmes, difficultés, raisonnement/rigueur, technique  
jeu, plaisir/beauté, intuition/imagination, création...
- Vieillot/archaïque ?
  - 82 000 articles de recherche parus en 2010
  - Environ 3 000 mathématiciens en France
  - Milliers de problèmes non résolus
- À quoi ça sert ?
  - Satellites, GPS, portables...
  - Bombe atomique, bourse
  - Google : Théorème de Perron-Frobenius
- Pourquoi en fait-on ?
  - Développement de la connaissance
  - Pour le plaisir
  - Challenge
  - Parce que ça sert...



# Géométrie euclidienne

# Géométrie euclidienne

- Points

# Géométrie euclidienne

P



Q



• Points

# Géométrie euclidienne

P

A small black dot representing a point in a 2D coordinate system.

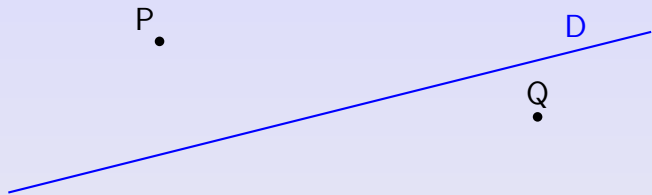
Q

A small black dot representing a point in a 2D coordinate system.

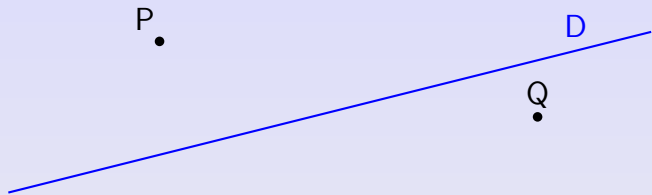
- Points
- Droites

# Géométrie euclidienne

- Points
- Droites

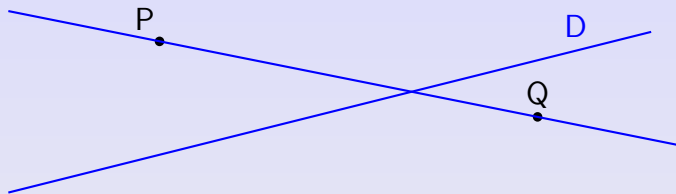


# Géométrie euclidienne



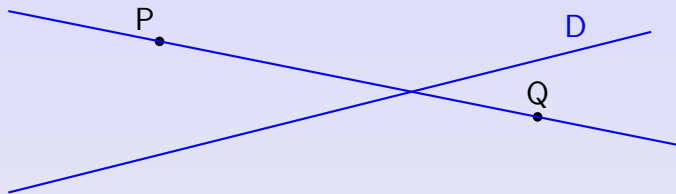
- Points
- Droites
- Par deux points il passe une et une seule droite

# Géométrie euclidienne



- Points
- Droites
- Par deux points il passe une et une seule droite

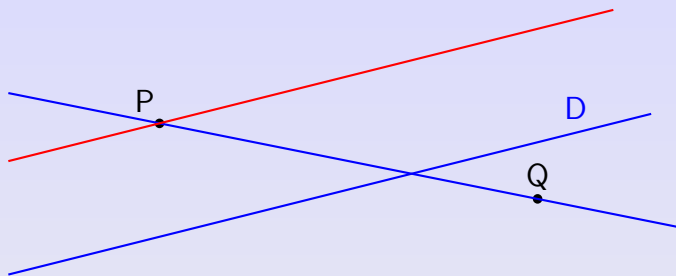
# Géométrie euclidienne



- Points
- Droites
- Par deux points il passe une et une seule droite
- **Axiome d'Euclide** : Étant donné une droite  $D$  et un point  $P$ , il existe une et une seule parallèle à  $D$  passant par  $P$ .



# Géométrie euclidienne



- Points
- Droites
- Par deux points il passe une et une seule droite
- **Axiome d'Euclide** : Étant donné une droite  $D$  et un point  $P$ , il existe une et une seule parallèle à  $D$  passant par  $P$ .

# Triangles

# Triangles

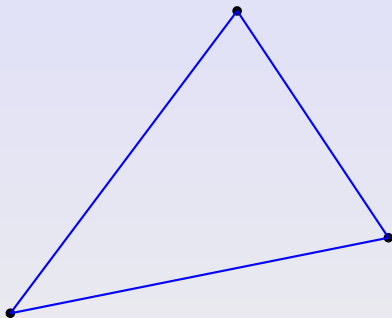
## Théorème

*La somme des angles d'un triangle fait  $180^\circ$ .*

# Triangles

## Théorème

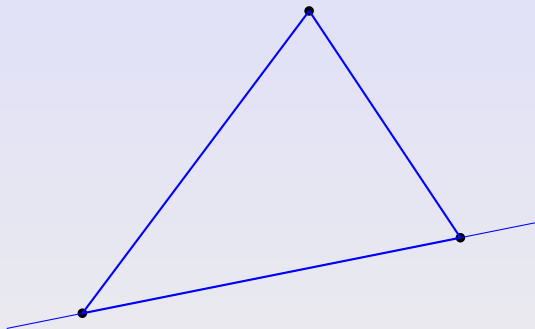
*La somme des angles d'un triangle fait  $180^\circ$ .*



# Triangles

## Théorème

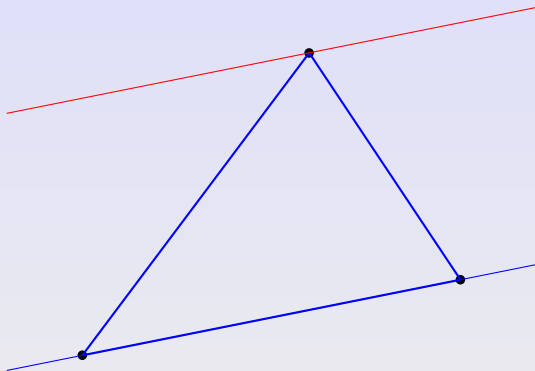
*La somme des angles d'un triangle fait  $180^\circ$ .*



# Triangles

## Théorème

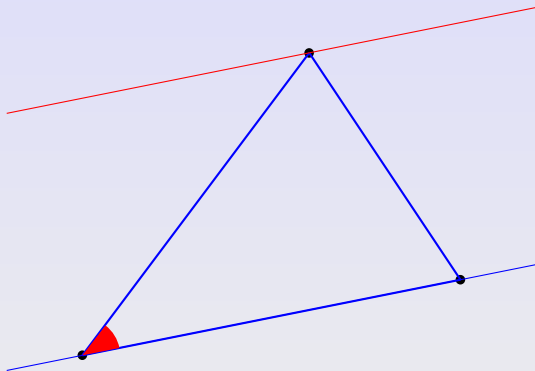
*La somme des angles d'un triangle fait  $180^\circ$ .*



# Triangles

## Théorème

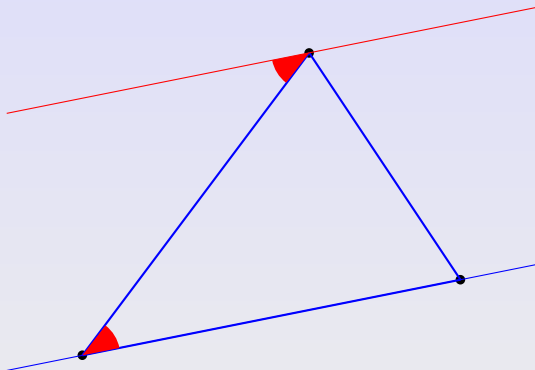
*La somme des angles d'un triangle fait  $180^\circ$ .*



# Triangles

## Théorème

*La somme des angles d'un triangle fait  $180^\circ$ .*

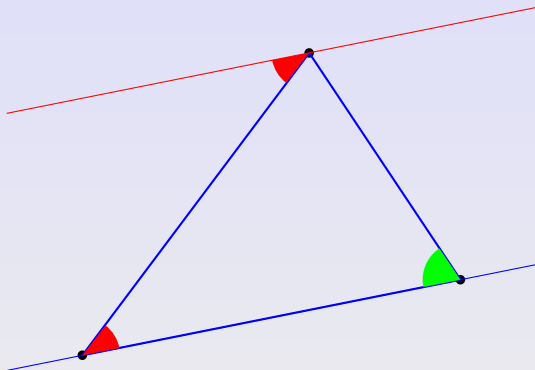




# Triangles

## Théorème

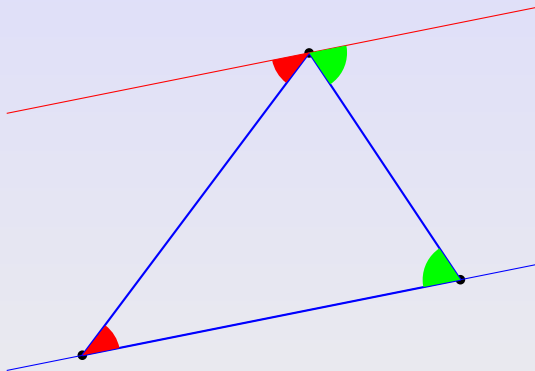
*La somme des angles d'un triangle fait  $180^\circ$ .*



# Triangles

## Théorème

*La somme des angles d'un triangle fait  $180^\circ$ .*



# Transformations

# Transformations

**But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances**

# Transformations

**But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances**

- Rotations

# Transformations

**But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances**

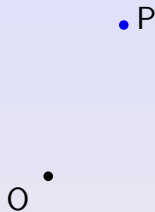
- Rotations

0

# Transformations

But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances

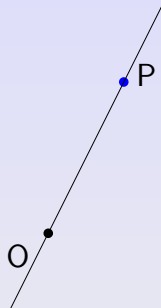
- Rotations



# Transformations

But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances

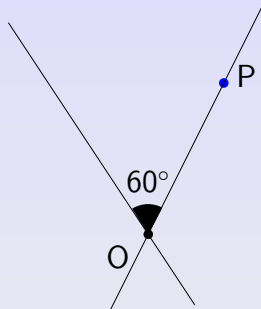
- Rotations





# Transformations

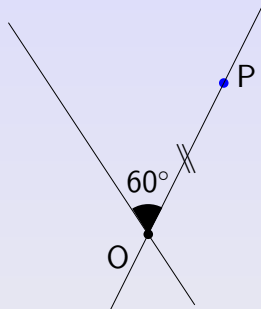
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

# Transformations

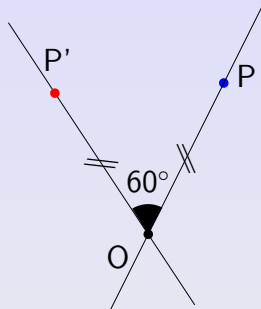
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

# Transformations

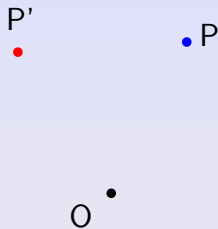
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

# Transformations

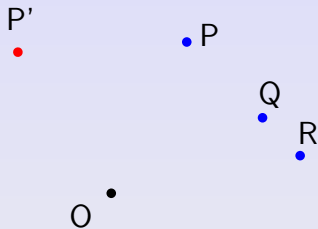
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

# Transformations

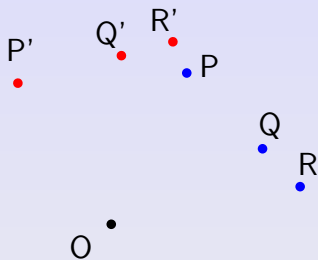
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

# Transformations

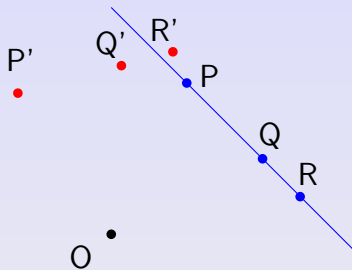
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

# Transformations

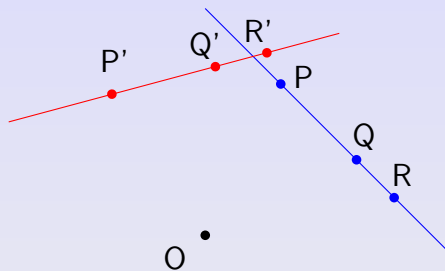
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

# Transformations

But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances

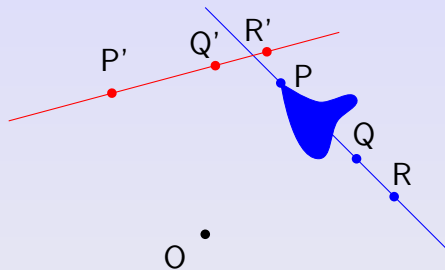


- Rotations



# Transformations

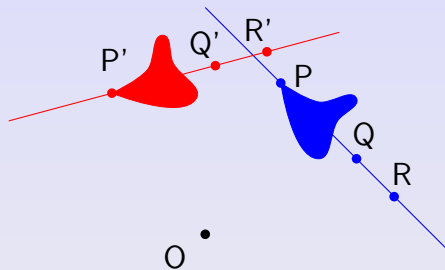
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

# Transformations

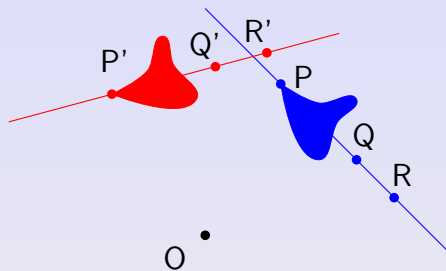
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

# Transformations

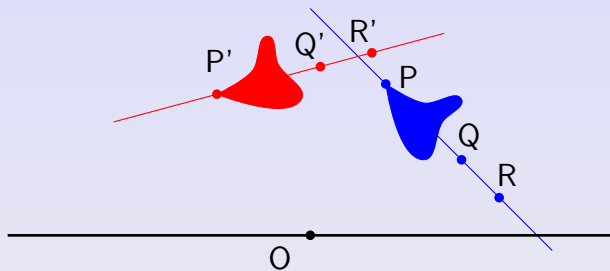
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

# Transformations

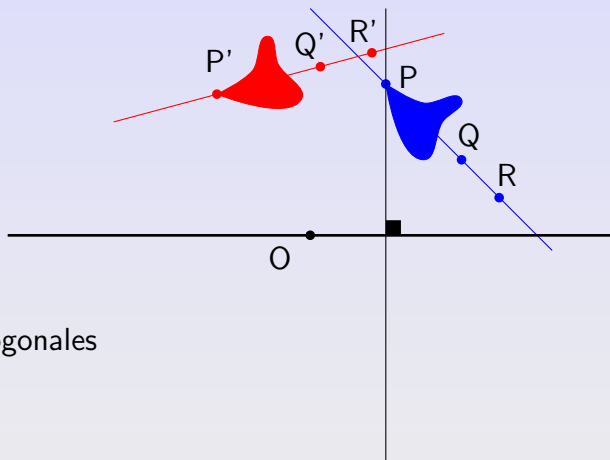
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

# Transformations

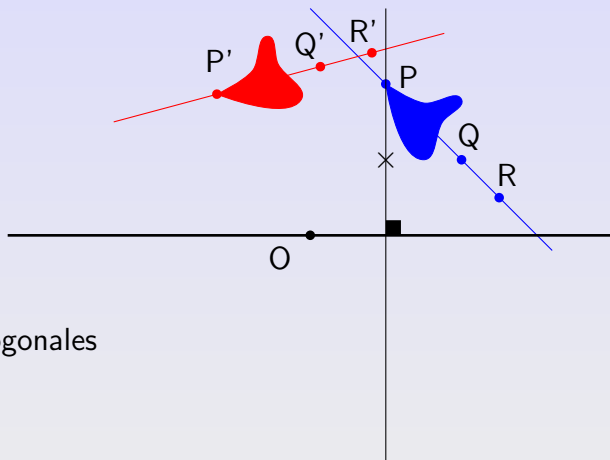
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

# Transformations

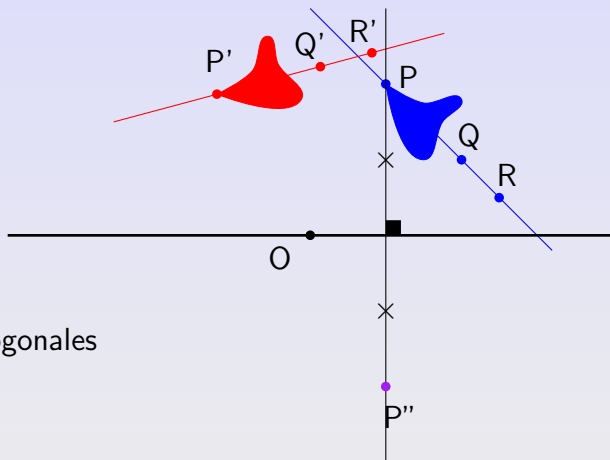
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

# Transformations

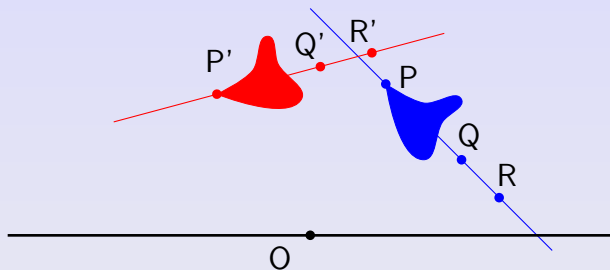
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

# Transformations

But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



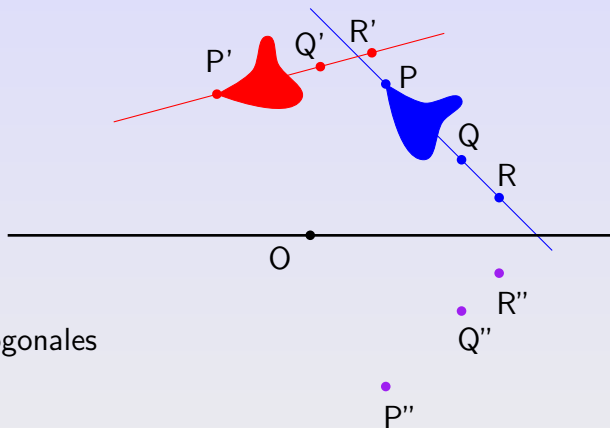
- Rotations
- Symétries orthogonales

P''



# Transformations

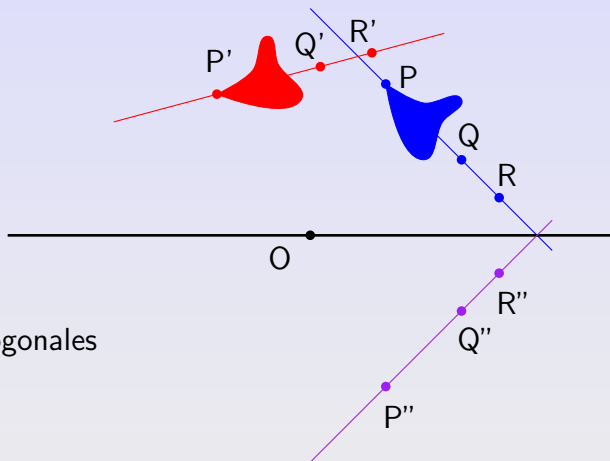
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

# Transformations

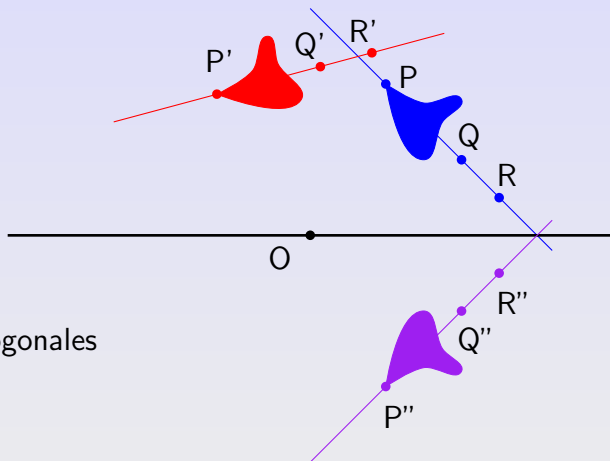
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

# Transformations

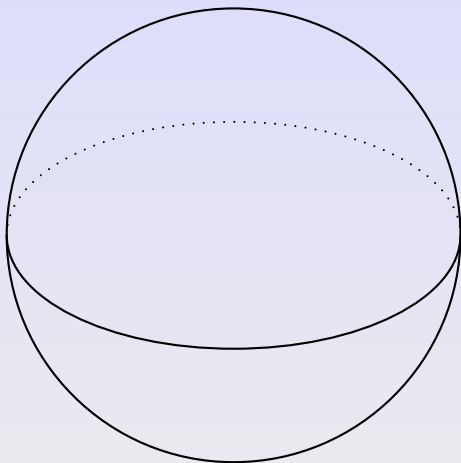
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



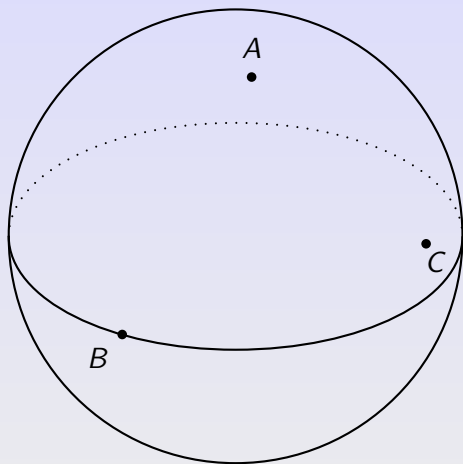
- Rotations
- Symétries orthogonales

# Géométrie sphérique

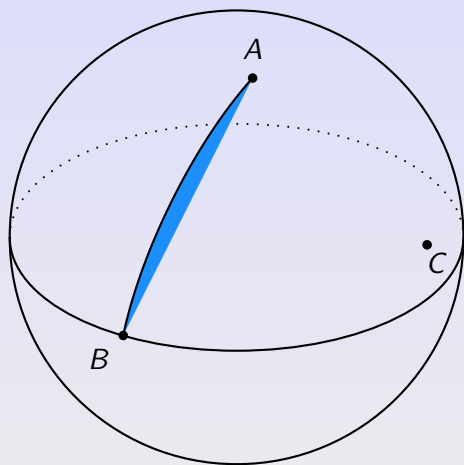
# Géométrie sphérique



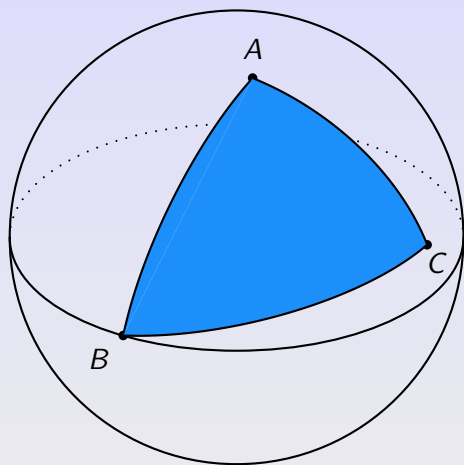
# Géométrie sphérique



# Géométrie sphérique

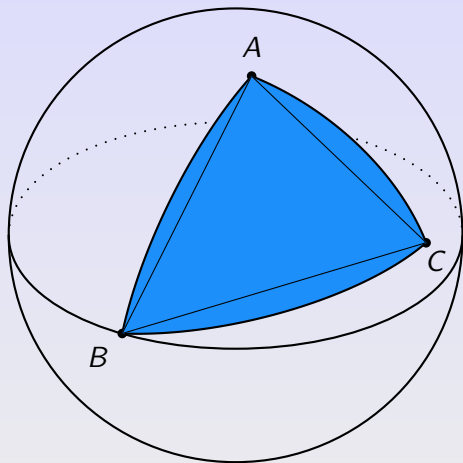


# Géométrie sphérique

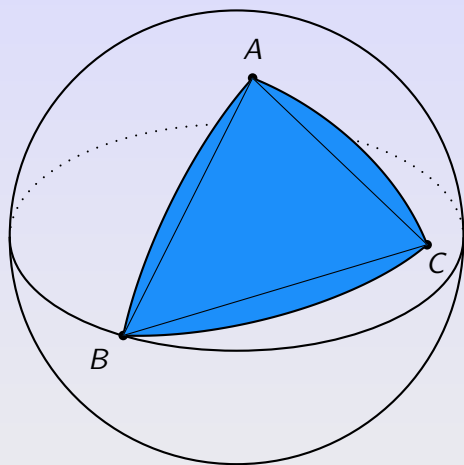




# Géométrie sphérique

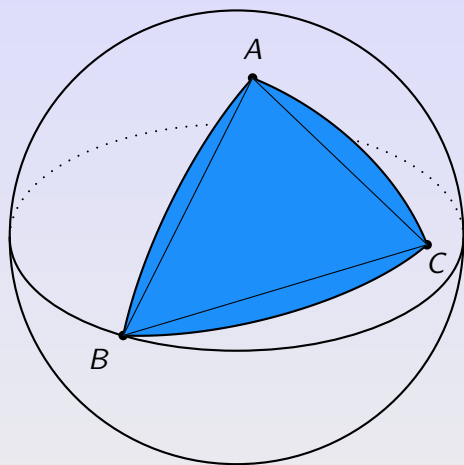


# Géométrie sphérique



Toutes les  
droites sphériques  
se coupent

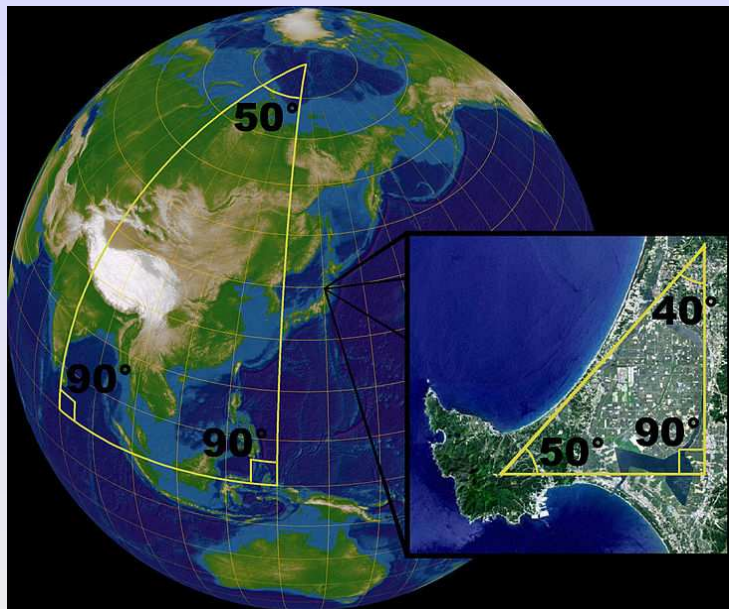
# Géométrie sphérique



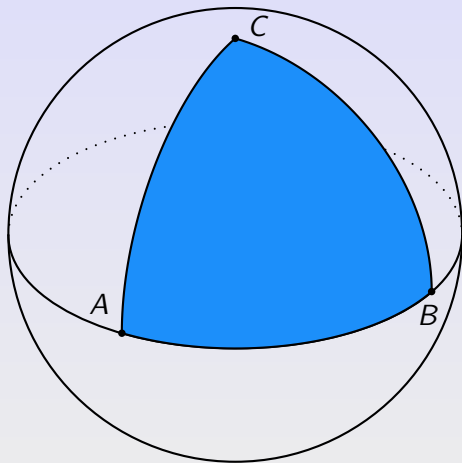
Toutes les  
droites sphériques  
se coupent

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} > 180^\circ$$

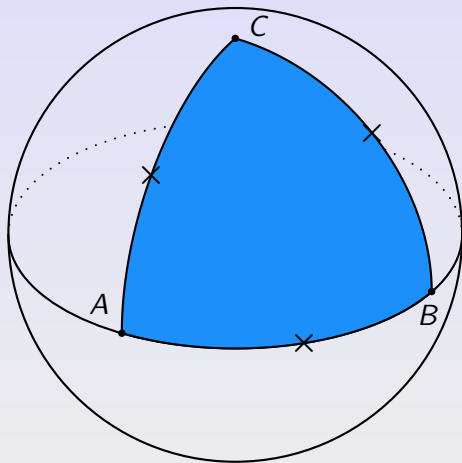
# Géométrie sphérique



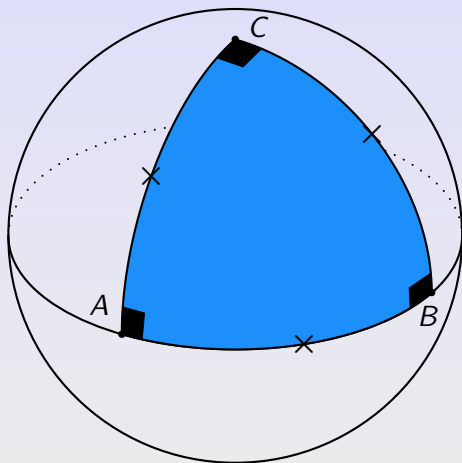
# Géométrie sphérique : un triangle équilatéral rectangle !



# Géométrie sphérique : un triangle équilatéral rectangle !



# Géométrie sphérique : un triangle équilatéral rectangle !



# Géométrie hyperbolique



# Géométrie hyperbolique

Plan  $\leftrightarrow$  Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

Droites  $\leftrightarrow$  Droites hyperboliques

# Géométrie hyperbolique

Plan  $\leftrightarrow$  Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

Droites  $\leftrightarrow$  Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux aux bords

# Géométrie hyperbolique

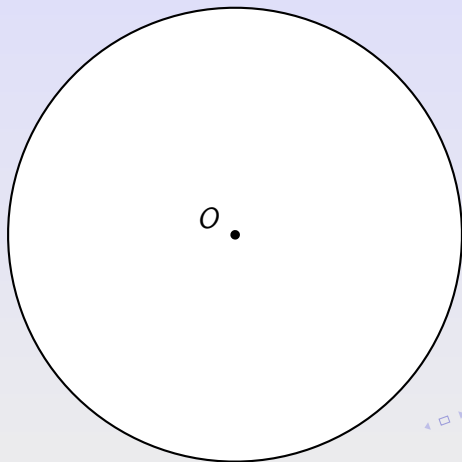
Plan  $\leftrightarrow$  Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

Droites  $\leftrightarrow$  Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux aux bords (+ les diamètres)

# Géométrie hyperbolique

Plan  $\leftrightarrow$  Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

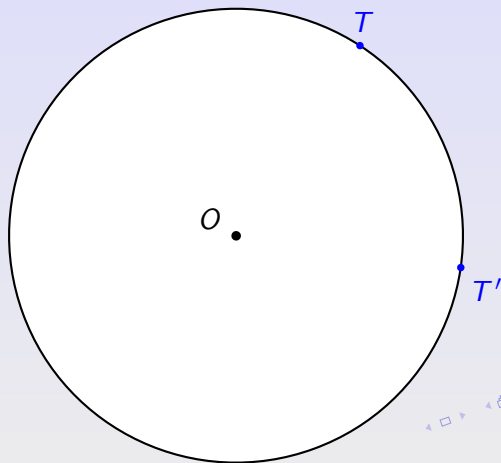
Droites  $\leftrightarrow$  Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux aux bords (+ les diamètres)



# Géométrie hyperbolique

Plan  $\leftrightarrow$  Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

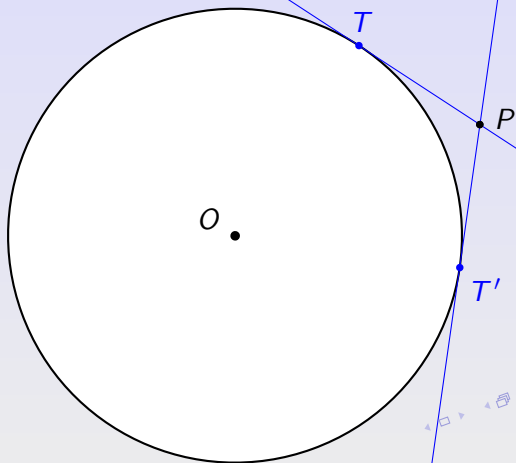
Droites  $\leftrightarrow$  Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux aux bords (+ les diamètres)



# Géométrie hyperbolique

Plan  $\leftrightarrow$  Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

Droites  $\leftrightarrow$  Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux aux bords (+ les diamètres)

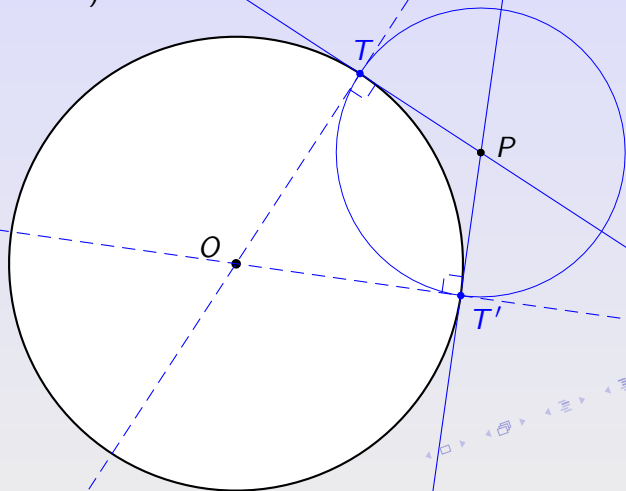




# Géométrie hyperbolique

Plan  $\leftrightarrow$  Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

Droites  $\leftrightarrow$  Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux aux bords (+ les diamètres)

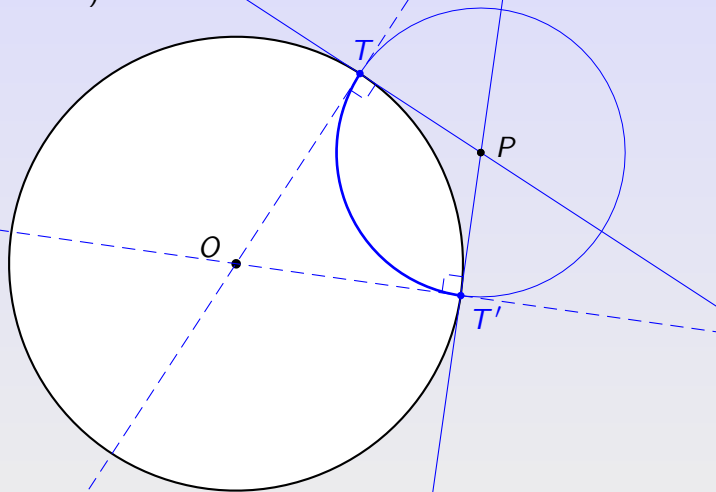




# Géométrie hyperbolique

Plan  $\leftrightarrow$  Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

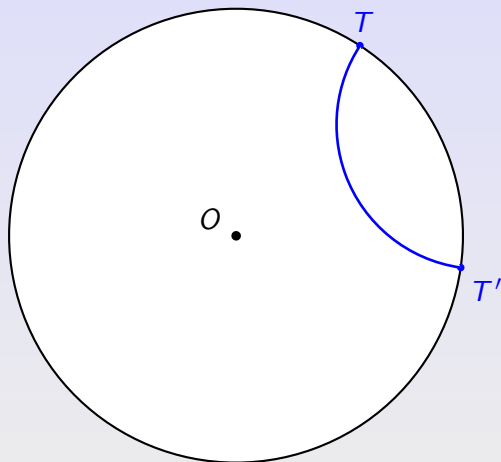
Droites  $\leftrightarrow$  Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux aux bords (+ les diamètres)



# Géométrie hyperbolique

Plan  $\leftrightarrow$  Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

Droites  $\leftrightarrow$  Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux aux bords (+ les diamètres)



# Géométrie hyperbolique

# Géométrie hyperbolique

## Théorème

- *Par deux points (du disque de Poincaré) il passe **une et une seule** droite (hyperbolique)*

# Géométrie hyperbolique

## Théorème

- *Par deux points (du disque de Poincaré) il passe **une et une seule** droite (hyperbolique)*
- *Il existe une **distance** pour laquelle les segments de droites hyperboliques sont les plus courts chemins d'un point à un autre*

# Géométrie hyperbolique

## Théorème

- Par deux points (du disque de Poincaré) il passe *une et une seule* droite (hyperbolique)
- Il existe une *distance* pour laquelle les segments de droites hyperboliques sont les plus courts chemins d'un point à un autre
- Étant donné un point  $P$  (du disque de Poincaré) et une droite  $D$  (hyperbolique) ne contenant pas  $P$ , il passe une *infinité de parallèles* à  $D$  passant par  $P$ .

# Géométrie hyperbolique

## Théorème

- Par deux points (du disque de Poincaré) il passe *une et une seule* droite (hyperbolique)
- Il existe une *distance* pour laquelle les segments de droites hyperboliques sont les plus courts chemins d'un point à un autre
- Étant donné un point  $P$  (du disque de Poincaré) et une droite  $D$  (hyperbolique) ne contenant pas  $P$ , il passe une *infinité de parallèles* à  $D$  passant par  $P$ .
- La somme des angles d'un triangle est  $< 180^\circ$ .

# Géométrie hyperbolique

## Théorème

- Par deux points (du disque de Poincaré) il passe *une et une seule* droite (hyperbolique)
- Il existe une *distance* pour laquelle les segments de droites hyperboliques sont les plus courts chemins d'un point à un autre
- Étant donné un point  $P$  (du disque de Poincaré) et une droite  $D$  (hyperbolique) ne contenant pas  $P$ , il passe une *infinité de parallèles* à  $D$  passant par  $P$ .
- La somme des angles d'un triangle est  $< 180^\circ$ .
- Les cercles hyperboliques sont des cercles euclidiens (mais le centre a changé...)



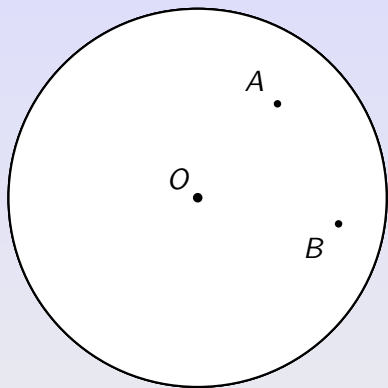
# Géométrie hyperbolique

## Théorème

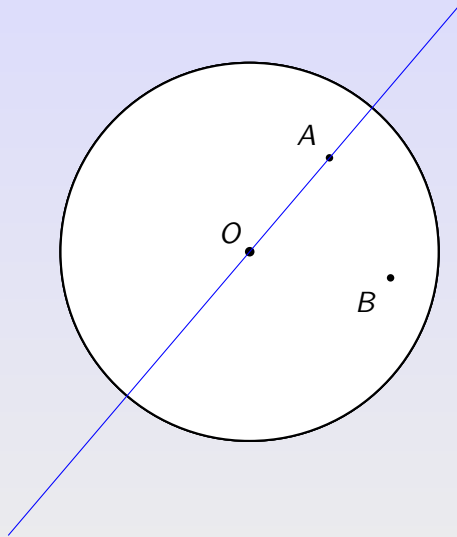
- Par deux points (du disque de Poincaré) il passe *une et une seule droite (hyperbolique)*
- Il existe une *distance* pour laquelle les segments de droites hyperboliques sont les plus courts chemins d'un point à un autre
- Étant donné un point  $P$  (du disque de Poincaré) et une droite  $D$  (hyperbolique) ne contenant pas  $P$ , il passe une *infinité de parallèles* à  $D$  passant par  $P$ .
- La somme des angles d'un triangle est  $< 180^\circ$ .
- Les cercles hyperboliques sont des cercles euclidiens (mais le centre a changé...)

# Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points

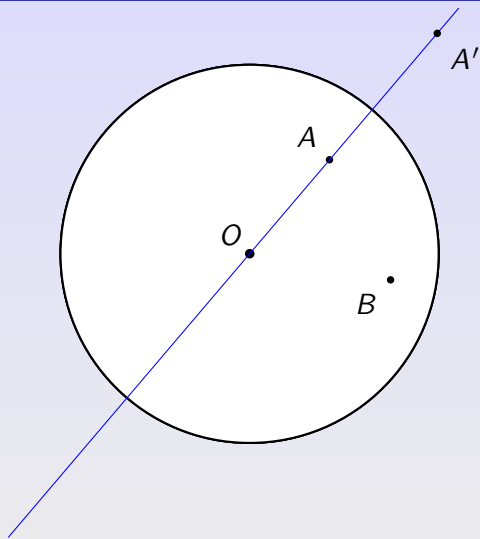
# Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points



# Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points

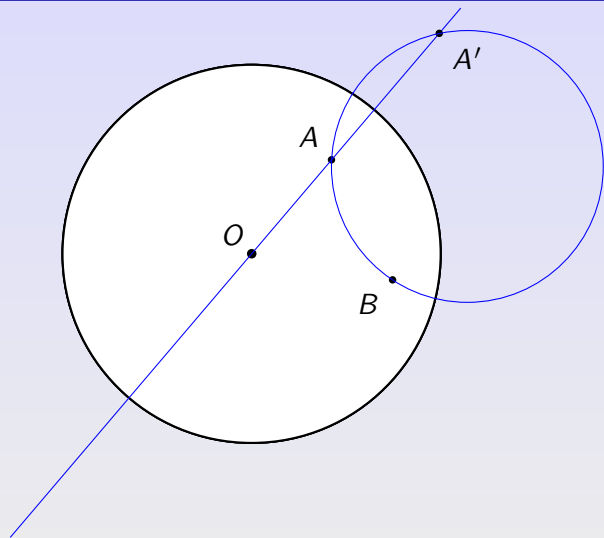


# Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points



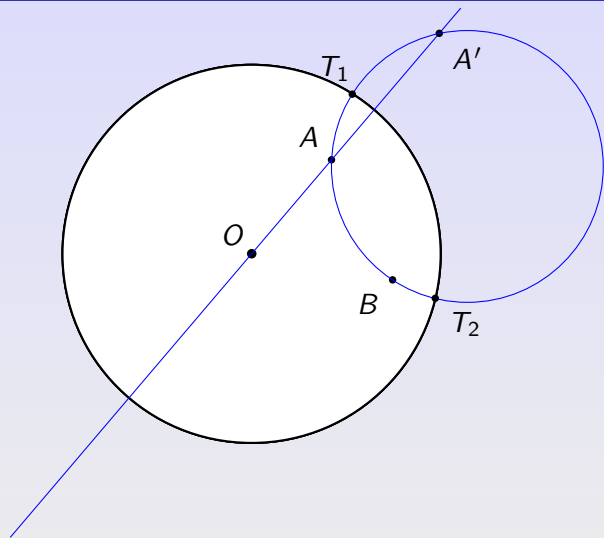
$$OA' = \frac{1}{OA}$$

# Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points



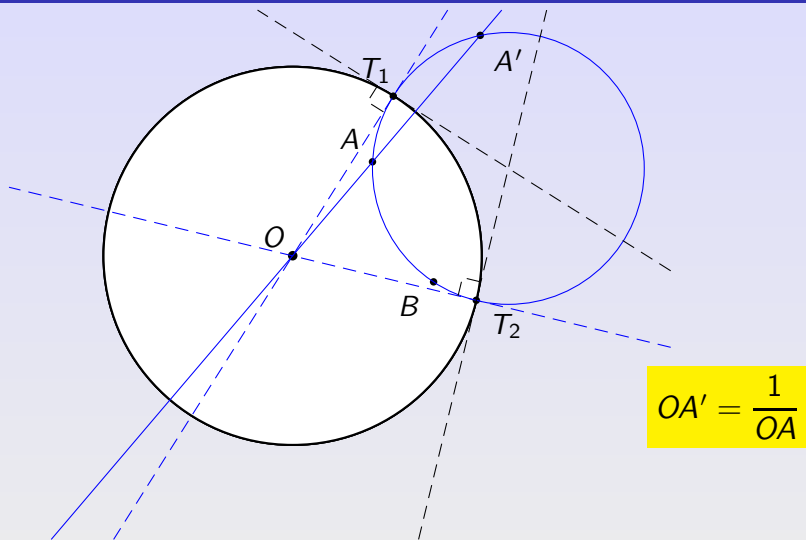
$$OA' = \frac{1}{OA}$$

# Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points



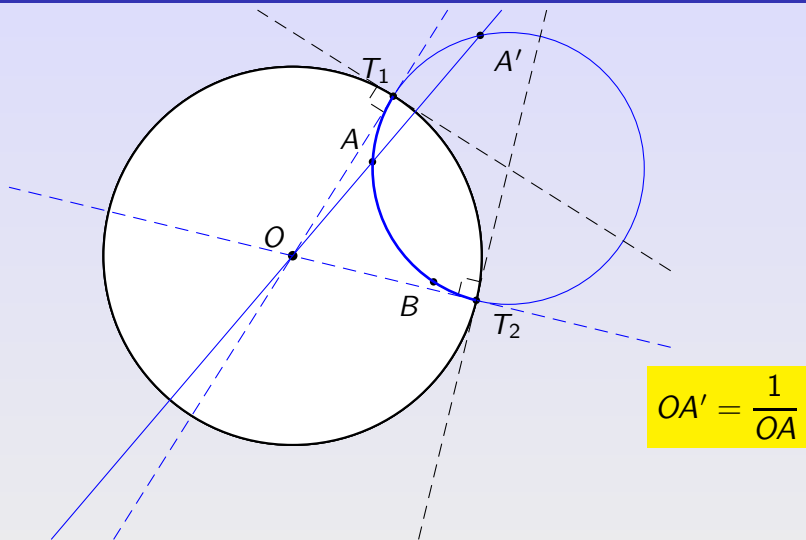
$$OA' = \frac{1}{OA}$$

# Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points



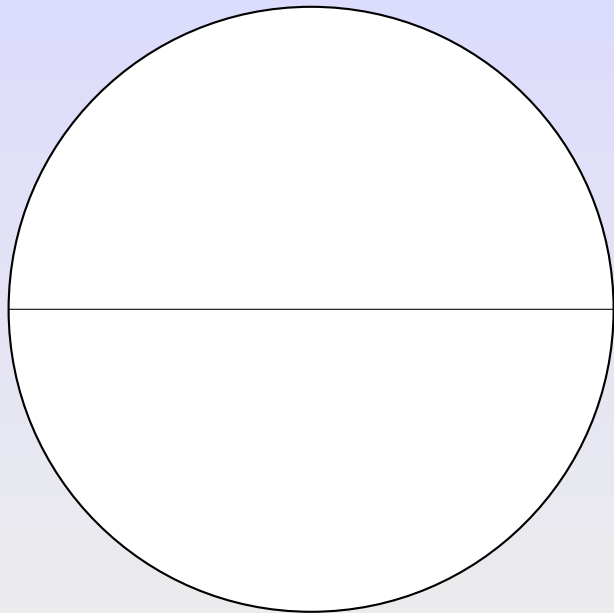


# Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points

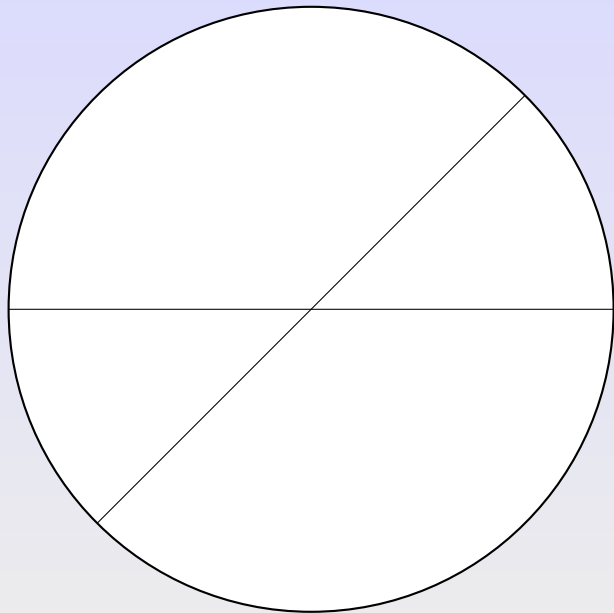


# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$

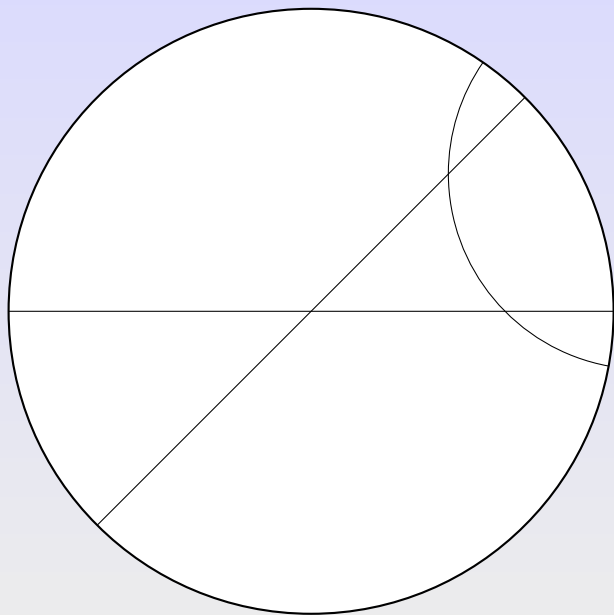
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



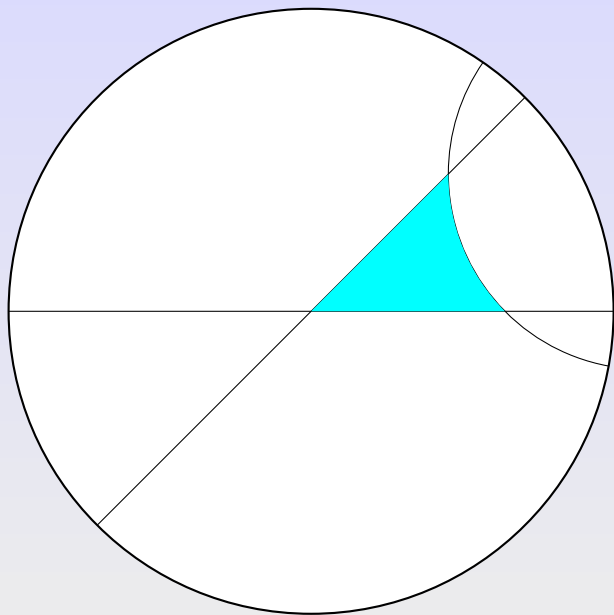
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



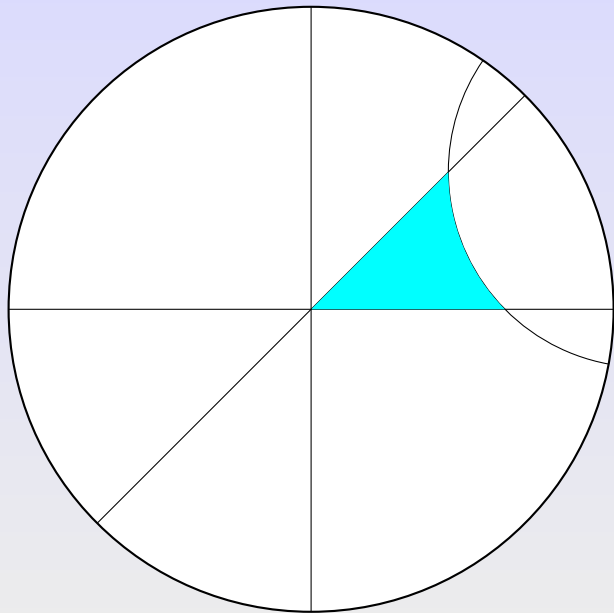
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



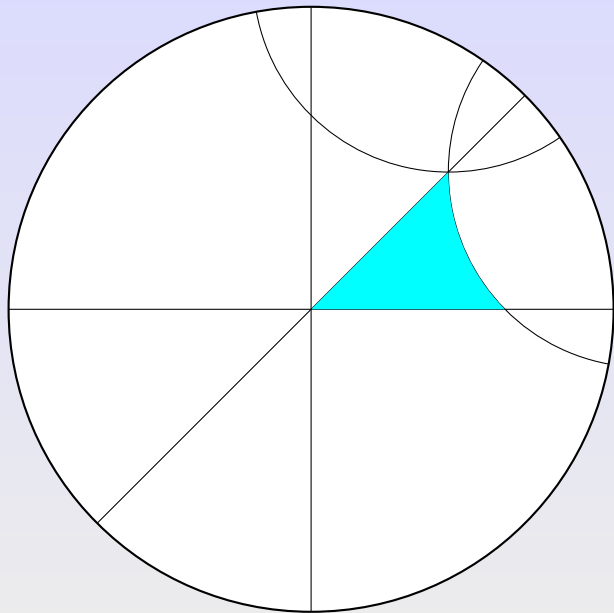
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$

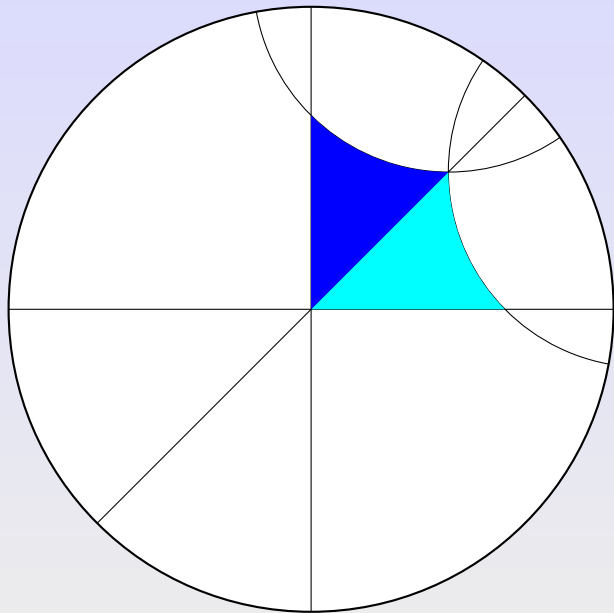


# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$

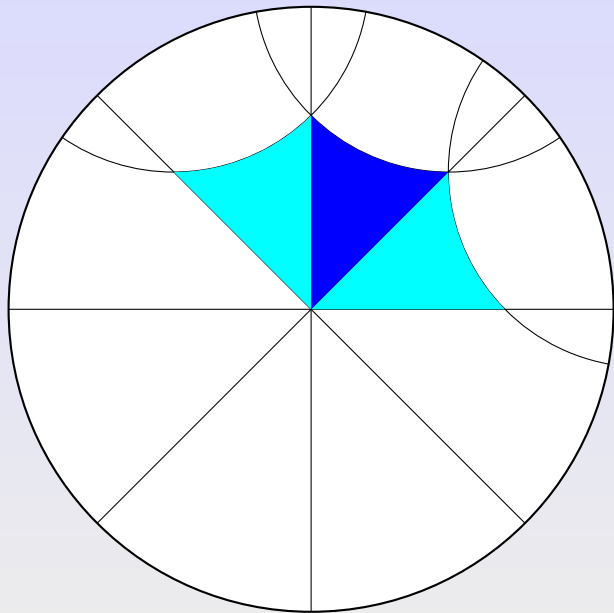




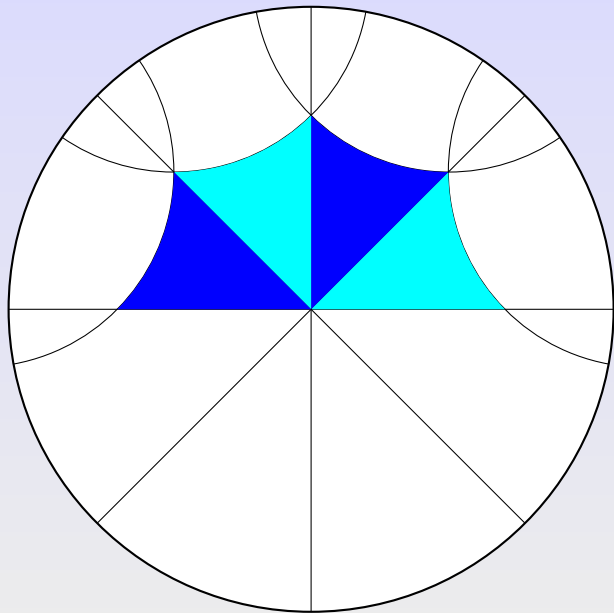
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



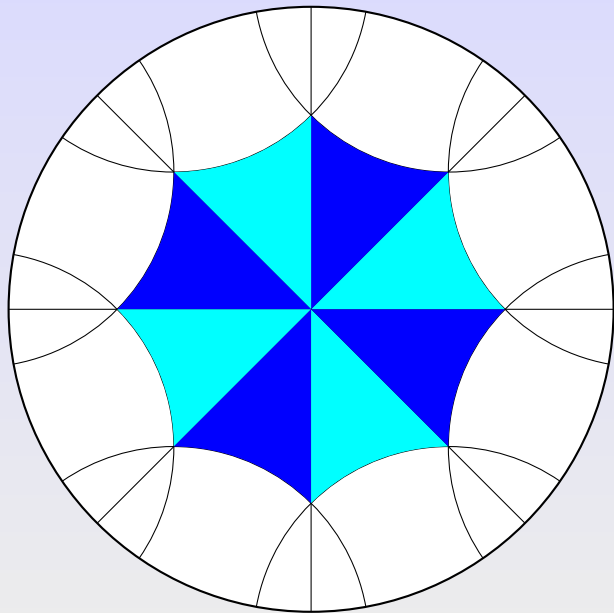
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



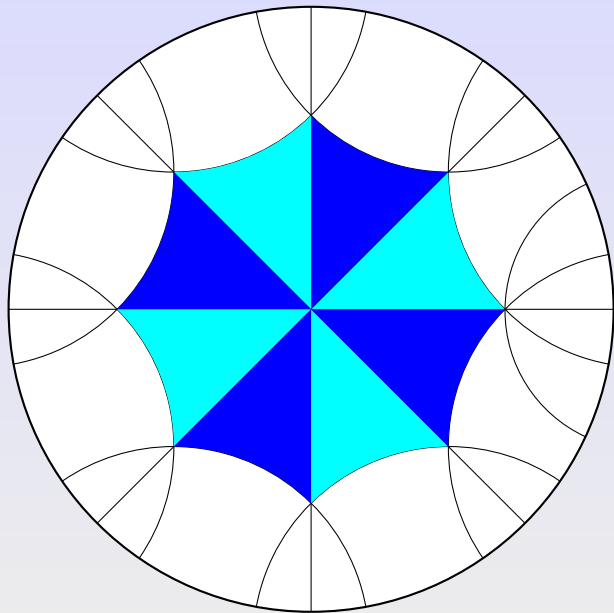
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



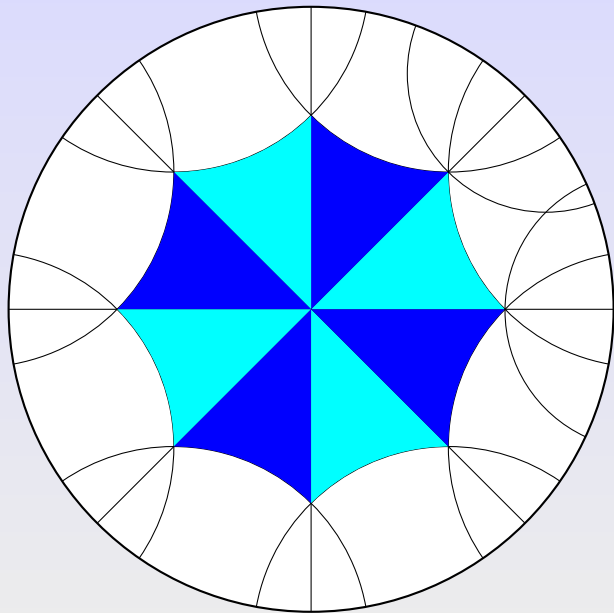
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



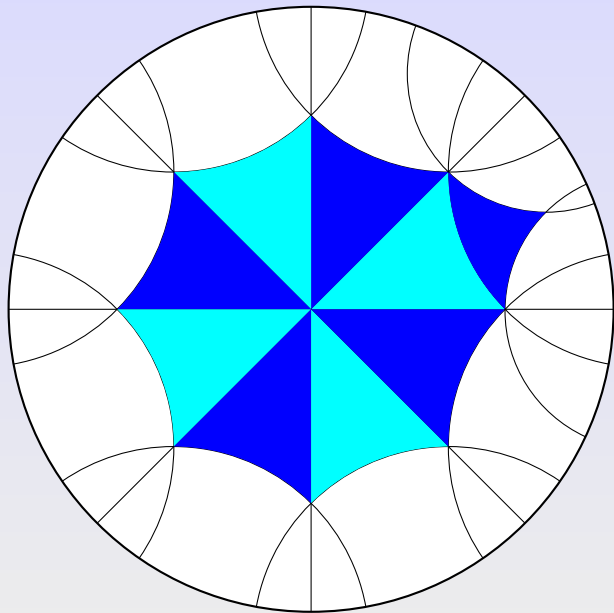
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



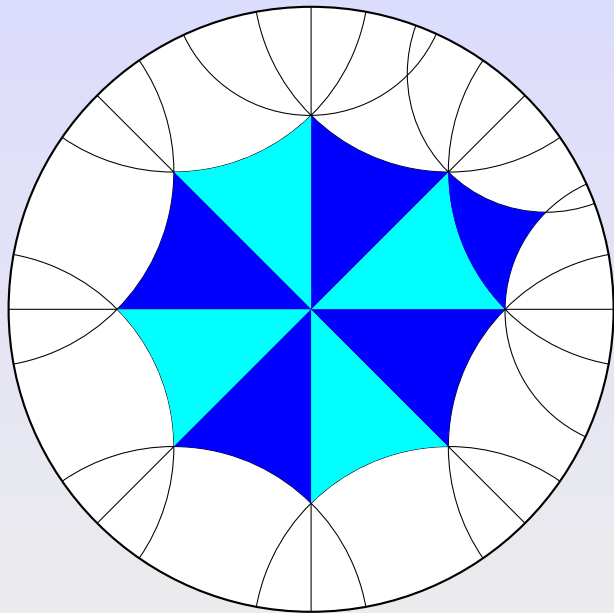
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$

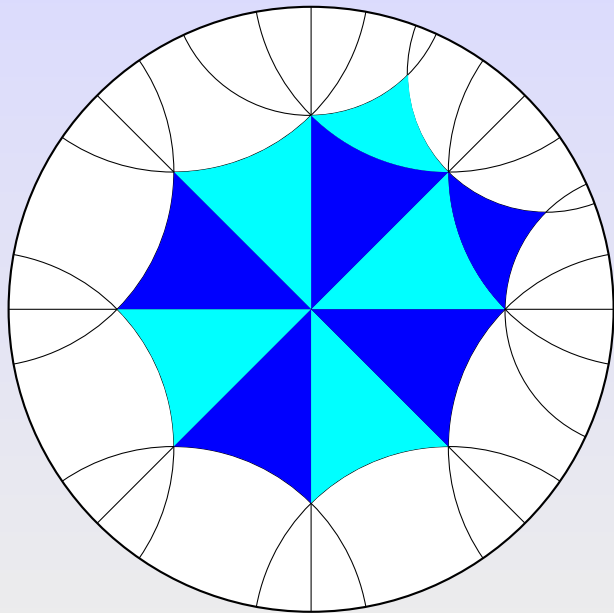


# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$

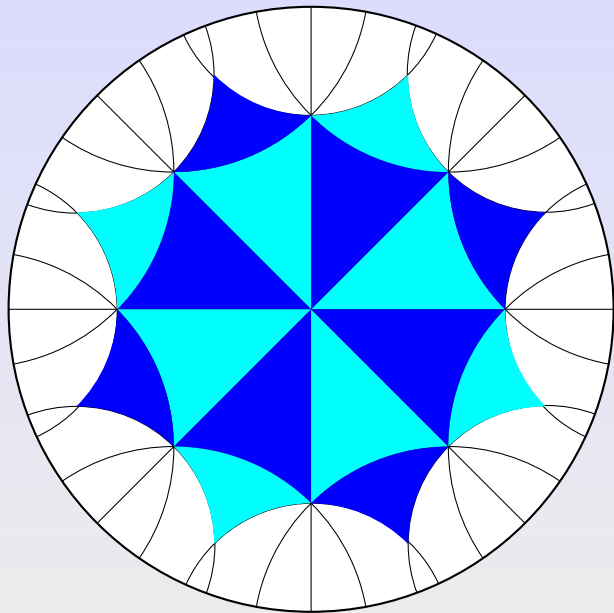




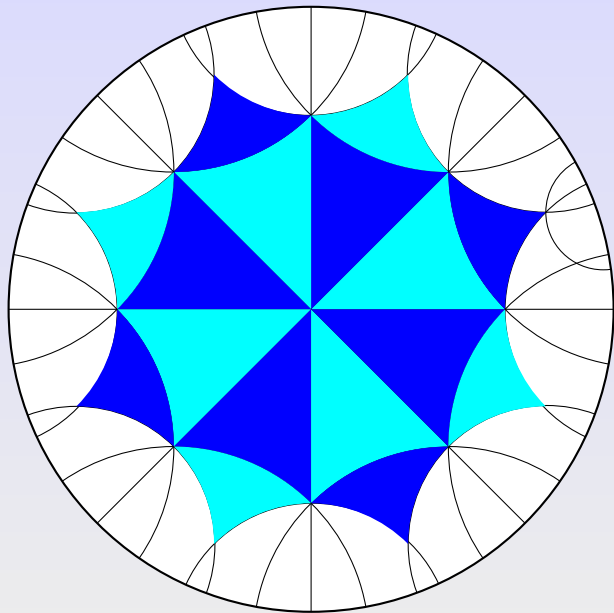
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



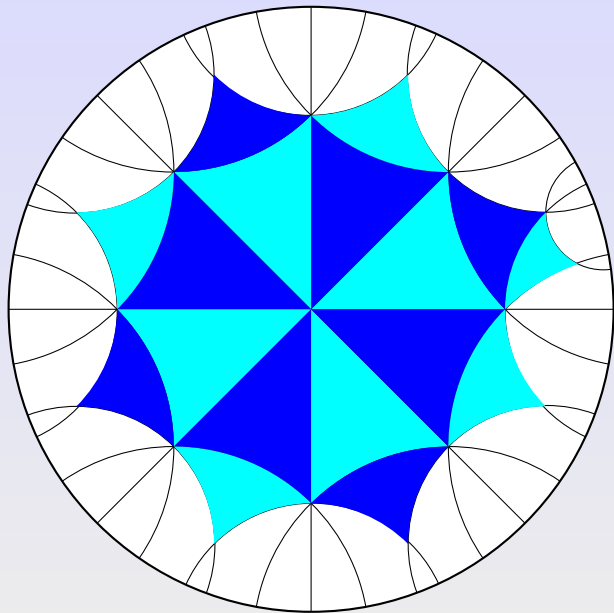
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



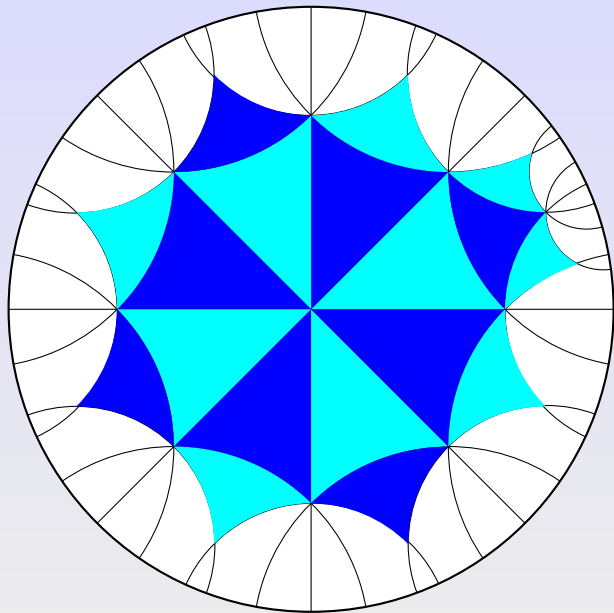
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



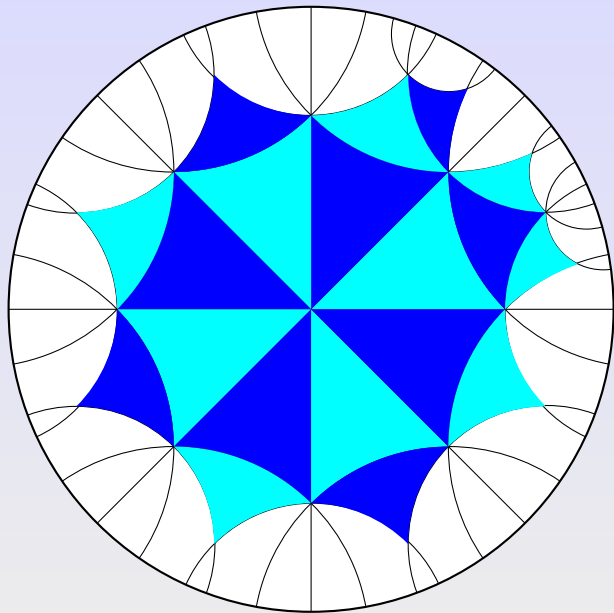
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



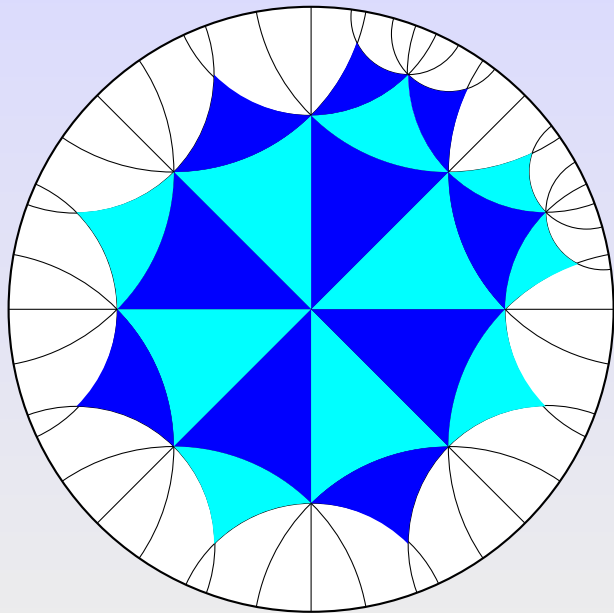
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



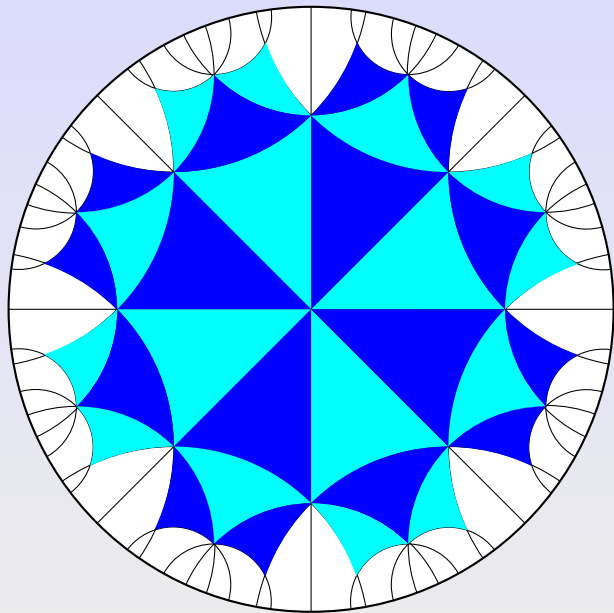
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$

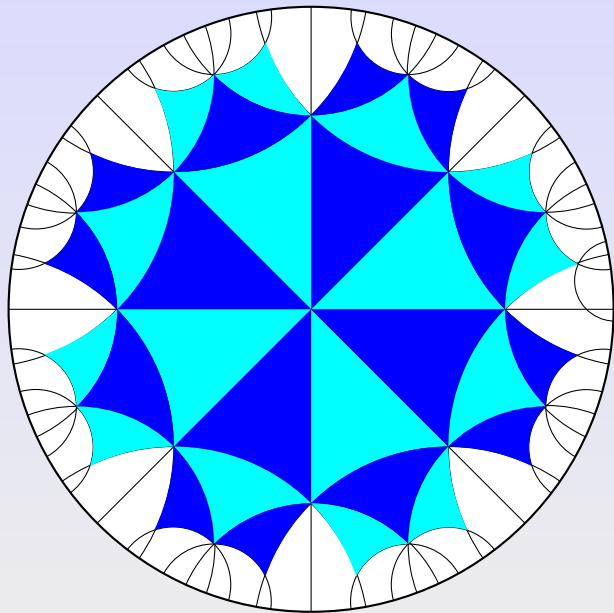


# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$

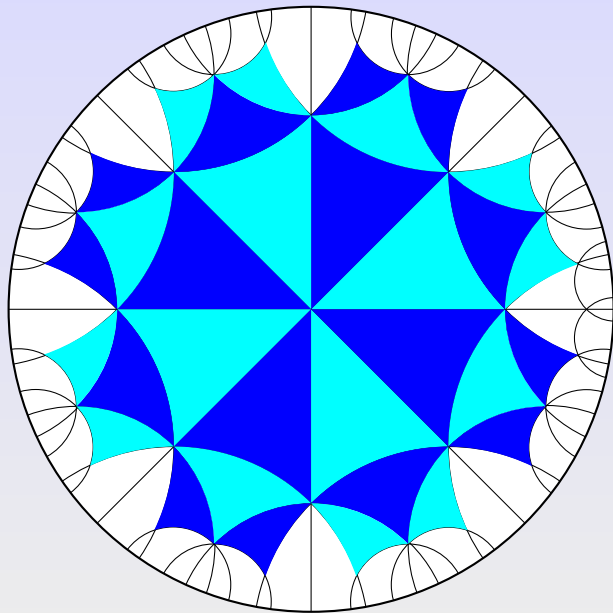




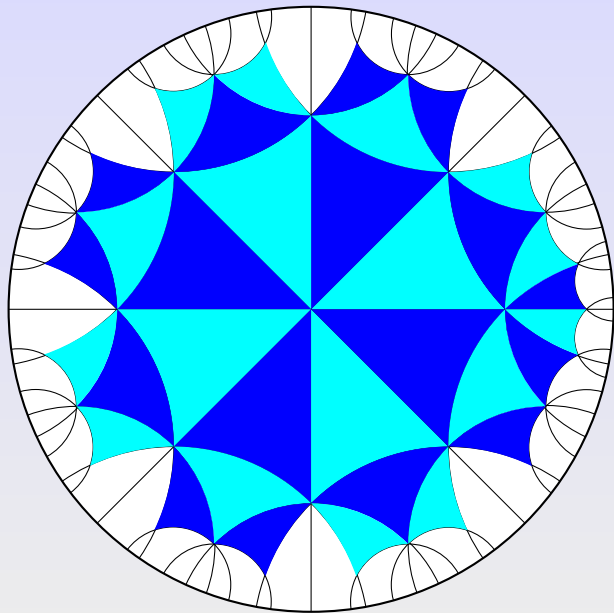
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



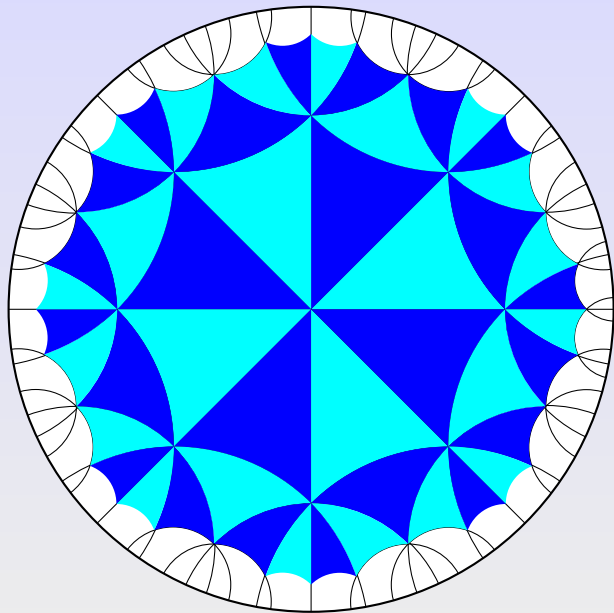
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



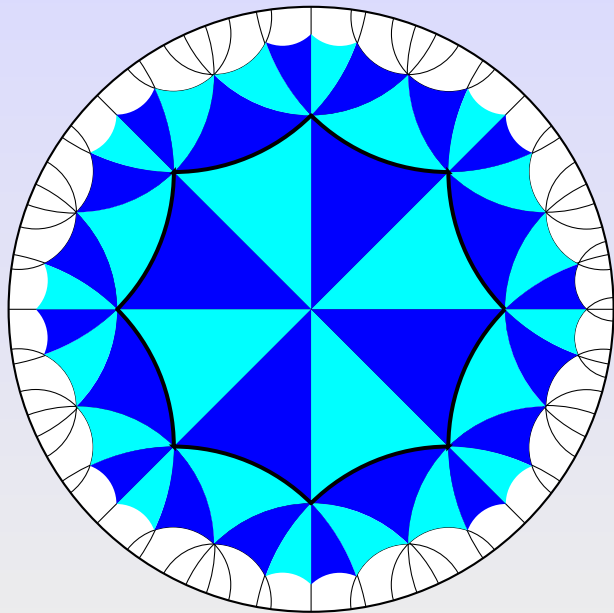
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



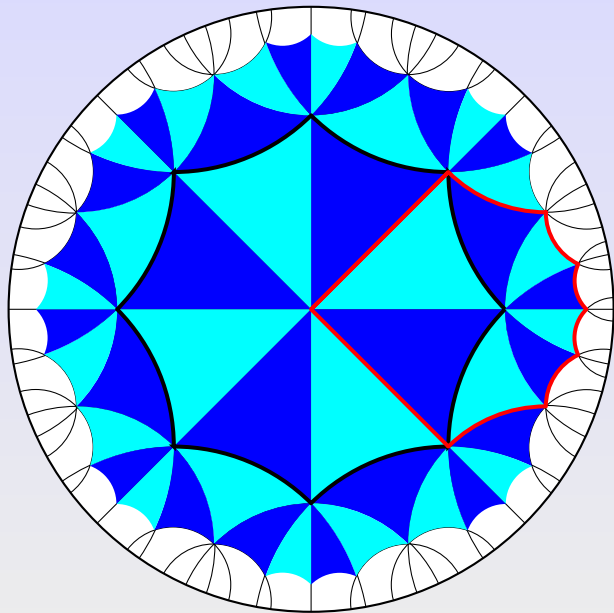
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



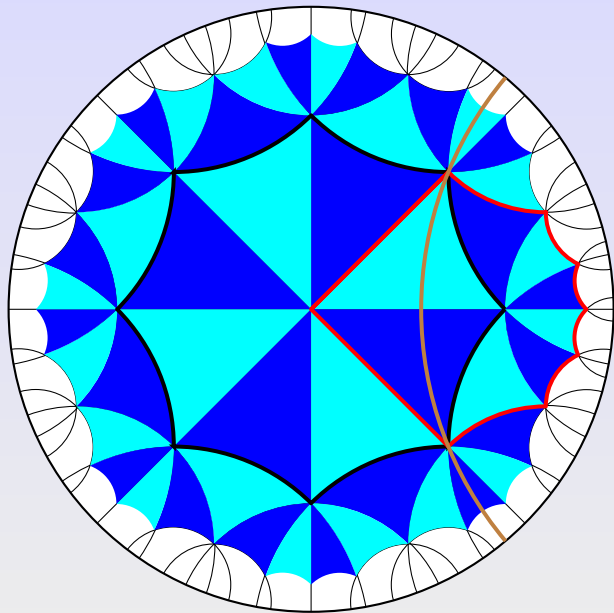
# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



# Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



# Pavages hyperboliques



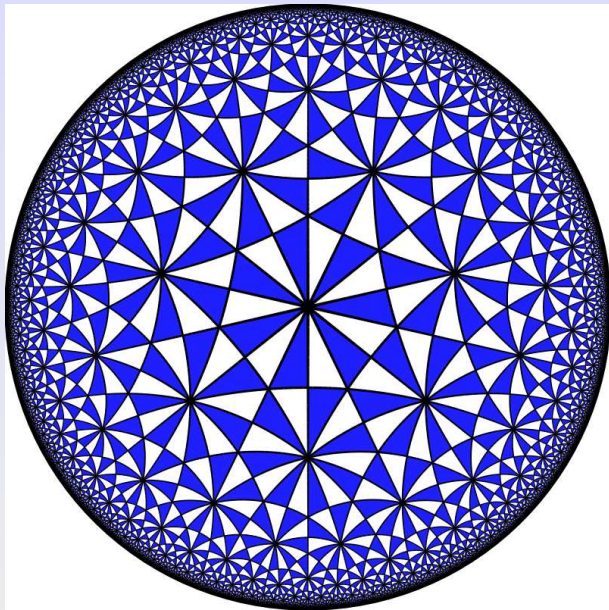
# Pavages hyperboliques

## Théorème (Poincaré)

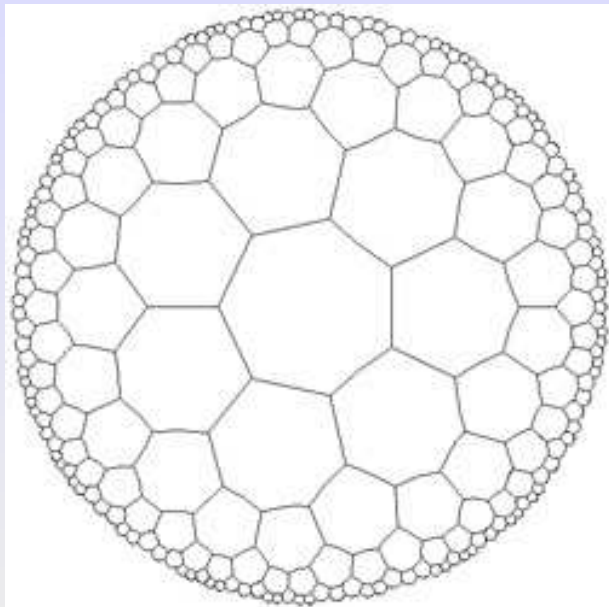
*Soient  $p$ ,  $q$  et  $r$  trois entiers tels que  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} < 1$ . Alors le disque de Poincaré admet un pavage de type  $(p, q, r)$ .*



# Pavage hyperbolique de type $(2, 3, 7)$



# Pavage hyperbolique heptagonal



# Géométrie hyperbolique : pourquoi ?

# Géométrie hyperbolique : pourquoi ?

- Arithmétique

# Géométrie hyperbolique : pourquoi ?

- Arithmétique
- Théorie de la relativité (non-additivité des vitesses, déformation de l'espace par la gravitation)

# Géométrie hyperbolique : pourquoi ?

- Arithmétique
- Théorie de la relativité (non-additivité des vitesses, déformation de l'espace par la gravitation)
- Théorème de Poncelet (billards elliptiques)



# Géométrie hyperbolique : pourquoi ?

- Arithmétique
- Théorie de la relativité (non-additivité des vitesses, déformation de l'espace par la gravitation)
- Théorème de Poncelet (billards elliptiques)
- Physique mathématique

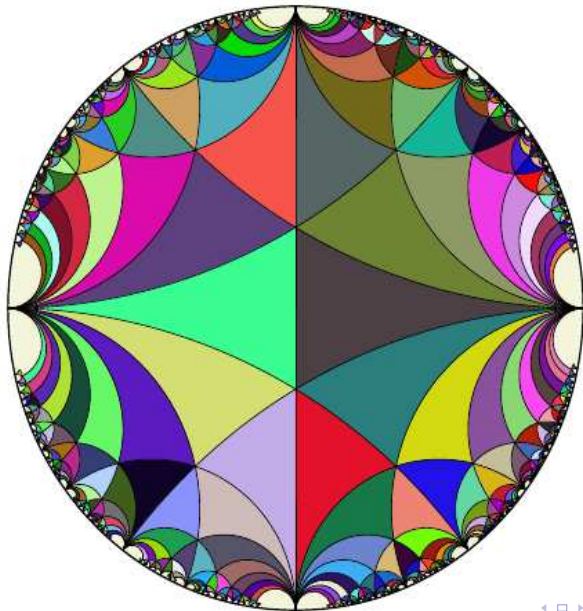
# Géométrie hyperbolique : pourquoi ?

- Arithmétique
- Théorie de la relativité (non-additivité des vitesses, déformation de l'espace par la gravitation)
- Théorème de Poncelet (billards elliptiques)
- Physique mathématique
- Théorie des groupes

# Géométrie hyperbolique : pourquoi ?

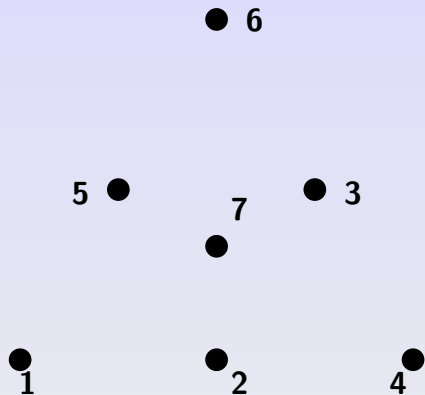
- Arithmétique
- Théorie de la relativité (non-additivité des vitesses, déformation de l'espace par la gravitation)
- Théorème de Poncelet (billards elliptiques)
- Physique mathématique
- Théorie des groupes
- ...

# Pavage hyperbolique de type $(3, 3, \infty)$

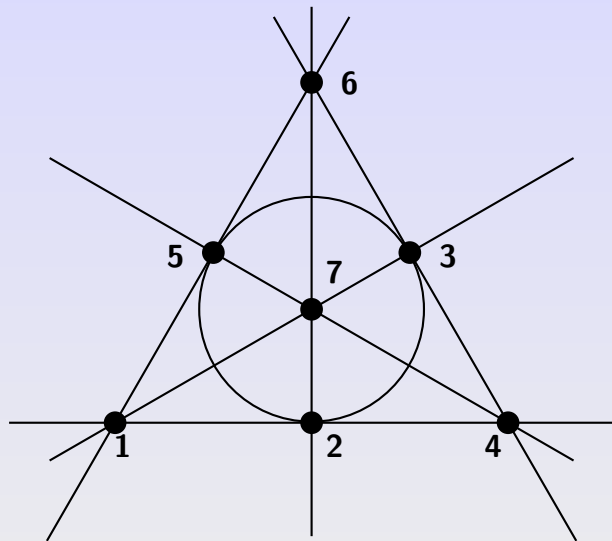


# Une géométrie discrète

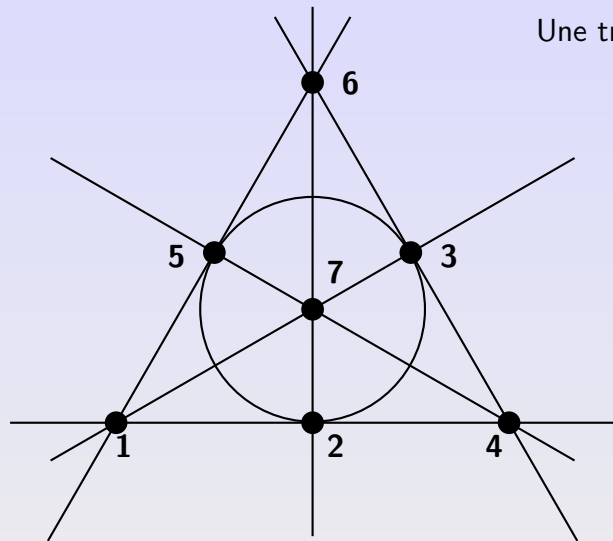
# Une géométrie discrète



# Une géométrie discrète



# Une géométrie discrète



Une transformation amusante

1  $\rightarrow$  2

2  $\rightarrow$  3

3  $\rightarrow$  4

4  $\rightarrow$  5

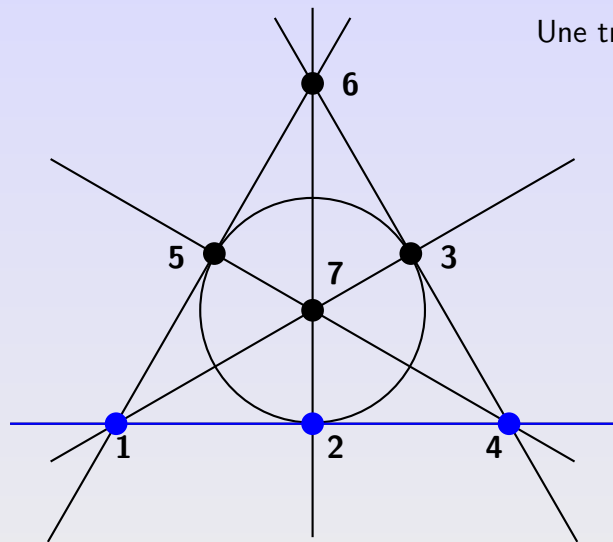
5  $\rightarrow$  6

6  $\rightarrow$  7

7  $\rightarrow$  1



# Une géométrie discrète



Une transformation amusante

1  $\mapsto$  2

2  $\mapsto$  3

3  $\mapsto$  4

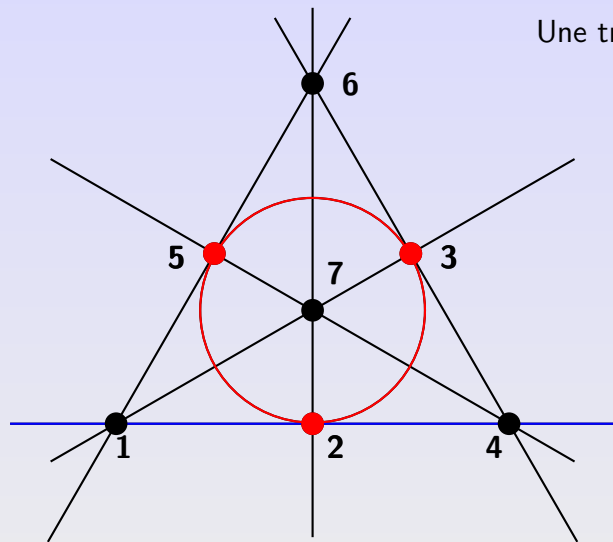
4  $\mapsto$  5

5  $\mapsto$  6

6  $\mapsto$  7

7  $\mapsto$  1

# Une géométrie discrète



Une transformation amusante

1  $\rightarrow$  2

2  $\rightarrow$  3

3  $\rightarrow$  4

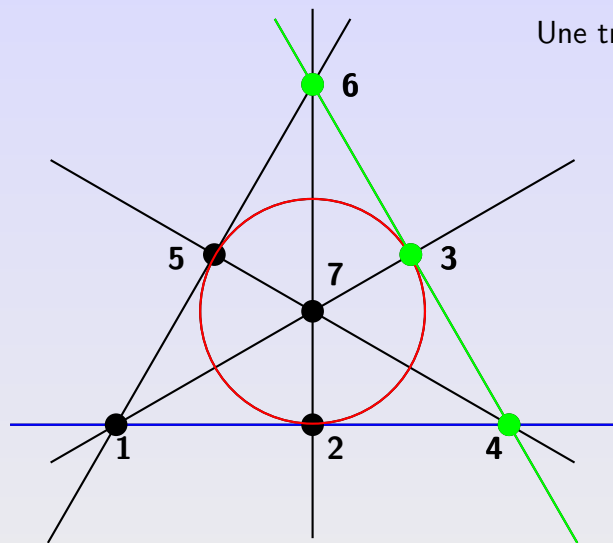
4  $\rightarrow$  5

5  $\rightarrow$  6

6  $\rightarrow$  7

7  $\rightarrow$  1

# Une géométrie discrète



Une transformation amusante

1  $\mapsto$  2

2  $\mapsto$  3

3  $\mapsto$  4

4  $\mapsto$  5

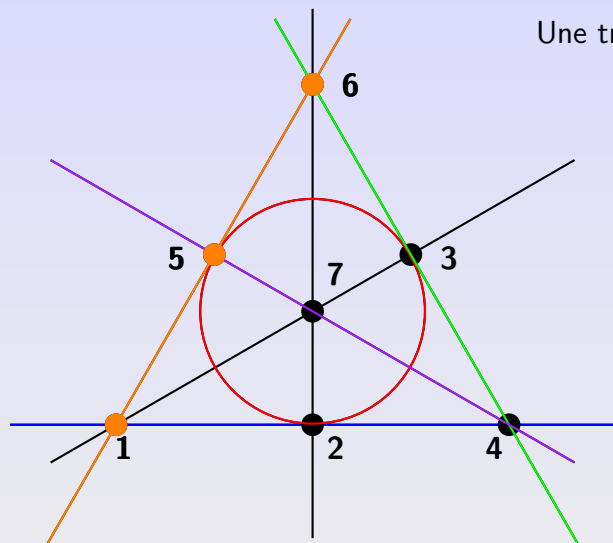
5  $\mapsto$  6

6  $\mapsto$  7

7  $\mapsto$  1



# Une géométrie discrète



Une transformation amusante

1  $\mapsto$  2

2  $\mapsto$  3

3  $\mapsto$  4

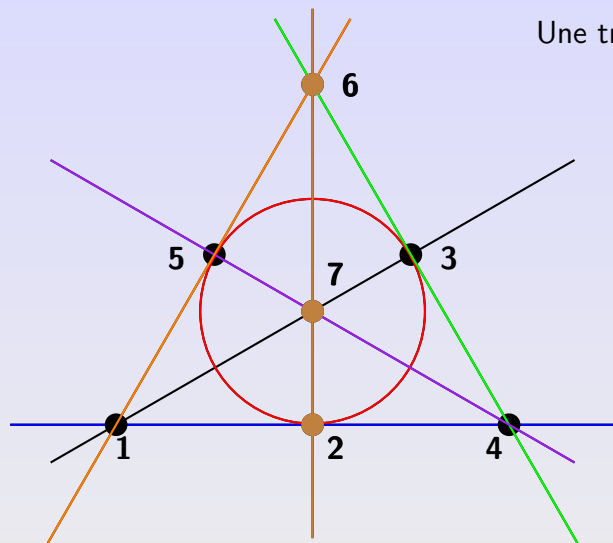
4  $\mapsto$  5

5  $\mapsto$  6

6  $\mapsto$  7

7  $\mapsto$  1

# Une géométrie discrète



Une transformation amusante

1  $\mapsto$  2

2  $\mapsto$  3

3  $\mapsto$  4

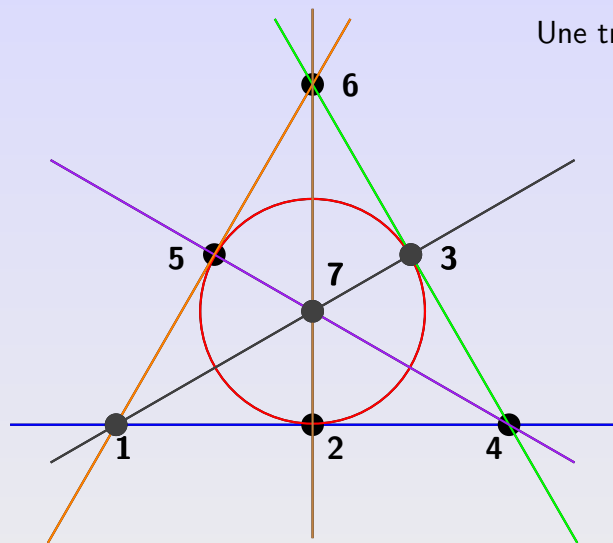
4  $\mapsto$  5

5  $\mapsto$  6

6  $\mapsto$  7

7  $\mapsto$  1

# Une géométrie discrète



Une transformation amusante

1  $\mapsto$  2

2  $\mapsto$  3

3  $\mapsto$  4

4  $\mapsto$  5

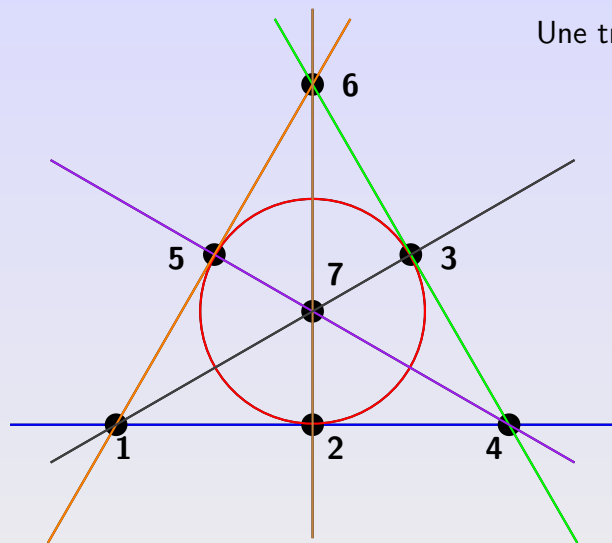
5  $\mapsto$  6

6  $\mapsto$  7

7  $\mapsto$  1

# Une géométrie discrète

Une transformation amusante



1  $\mapsto$  2

2  $\mapsto$  3

3  $\mapsto$  4

4  $\mapsto$  5

5  $\mapsto$  6

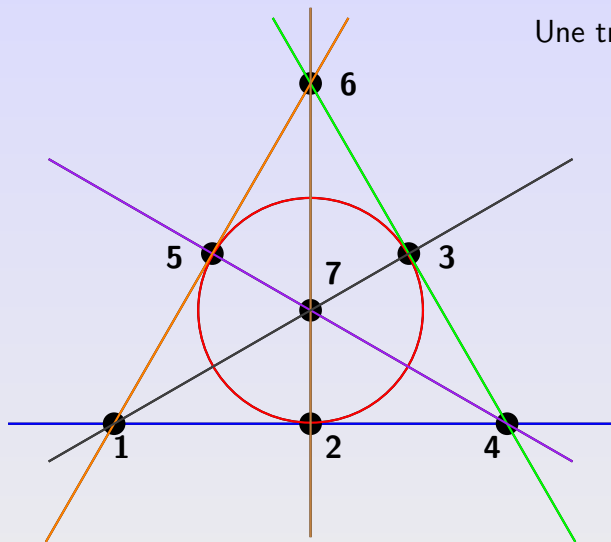
6  $\mapsto$  7

7  $\mapsto$  1





# Une géométrie discrète



Une transformation amusante

$1 \mapsto 2$

$2 \mapsto 3$

$3 \mapsto 4$

$4 \mapsto 5$

$5 \mapsto 6$

$6 \mapsto 7$

$7 \mapsto 1$

**Théorème.** *Il y a 168 permutations de  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  qui préservent l'alignement.*

