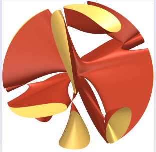
Géométries

Cédric Bonnafé

CNRS - Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck

Montpellier, Juin 2018



Géométrie euclidienne

Géométrie euclidienne

- Points

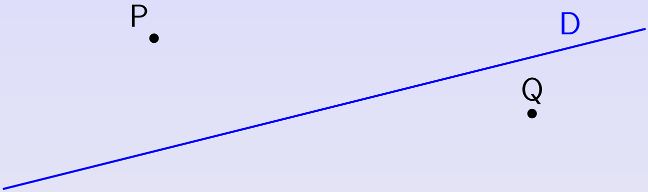
Géométrie euclidienne

- Points

Géométrie euclidienne

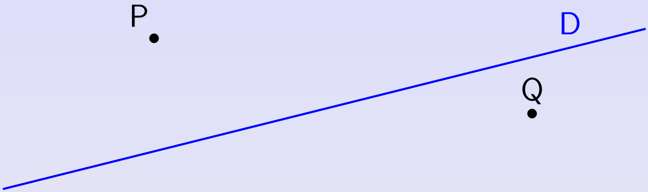
- Points
- Droites

Géométrie euclidienne



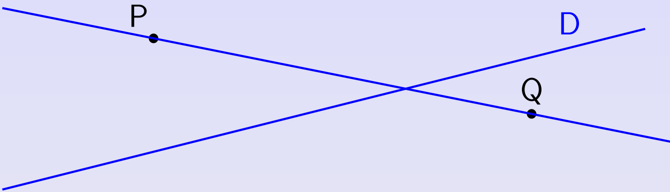
- Points
- Droites

Géométrie euclidienne



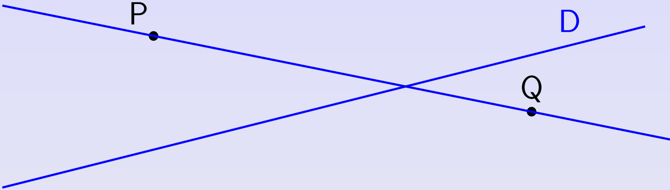
- Points
- Droites
- Par deux points il passe une et une seule droite

Géométrie euclidienne



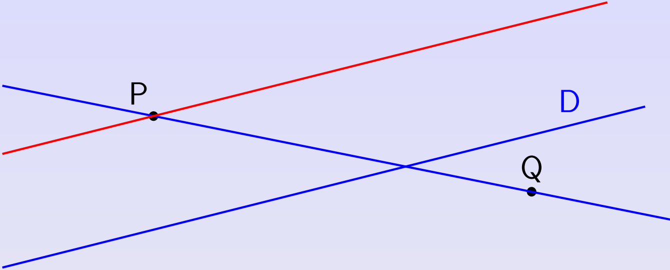
- Points
- Droites
- Par deux points il passe une et une seule droite

Géométrie euclidienne



- Points
- Droites
- Par deux points il passe une et une seule droite
- Axiome d'Euclide : Étant donnés une droite D et un point P, il existe une et une seule parallèle à D passant par P.

Géométrie euclidienne



- Points
- Droites
- Par deux points il passe une et une seule droite
- Axiome d'Euclide : Étant donnés une droite D et un point P, il existe une et une seule parallèle à D passant par P.

Triangles

Triangles

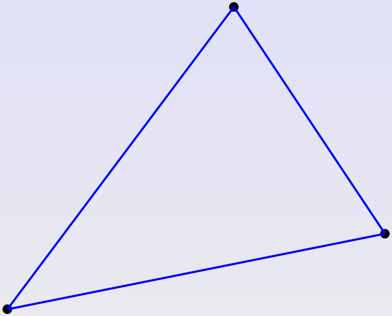
Théorème

La somme des angles d'un triangle fait $180°$.

Triangles

Théorème

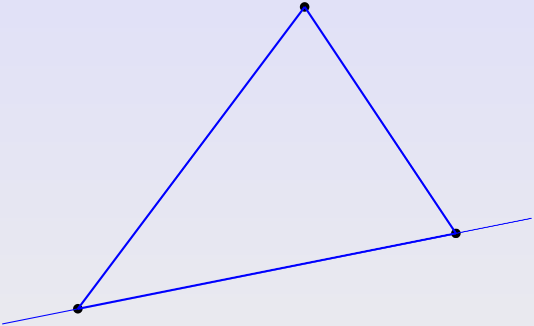
La somme des angles d'un triangle fait 180°.



Triangles

Théorème

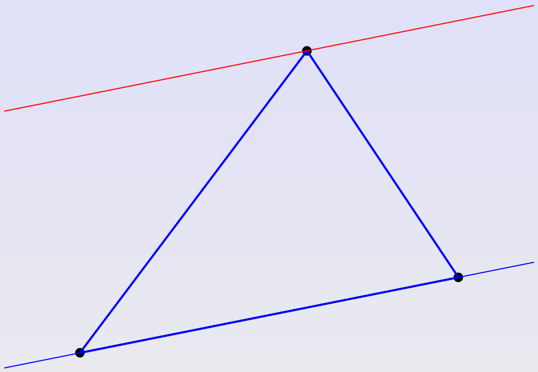
La somme des angles d'un triangle fait $180°$.



Triangles

Théorème

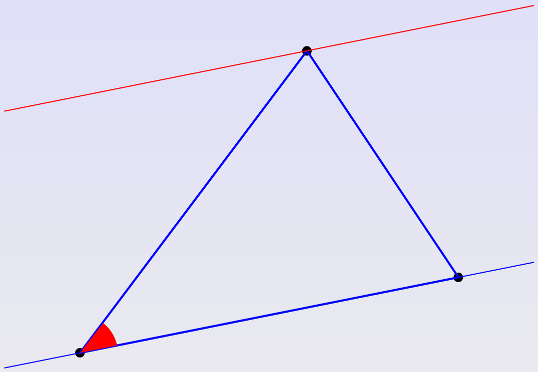
La somme des angles d'un triangle fait $180°$.



Triangles

Théorème

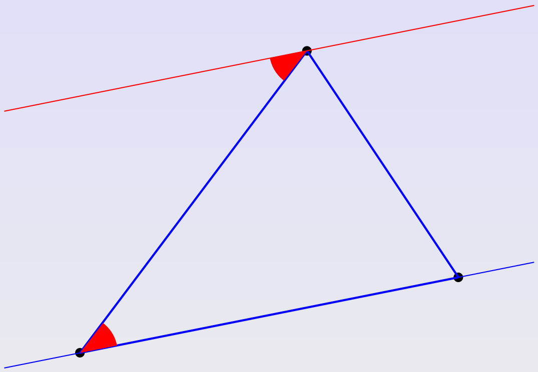
La somme des angles d'un triangle fait 180°.



Triangles

Théorème

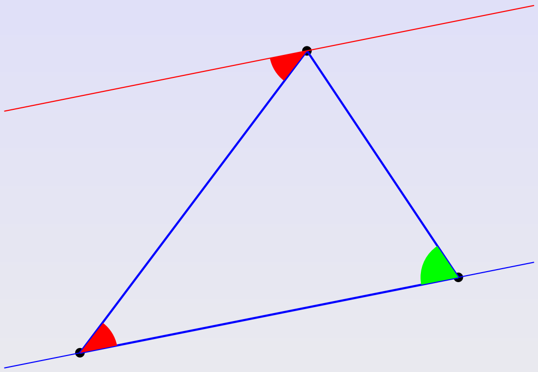
La somme des angles d'un triangle fait $180°$.



Triangles

Théorème

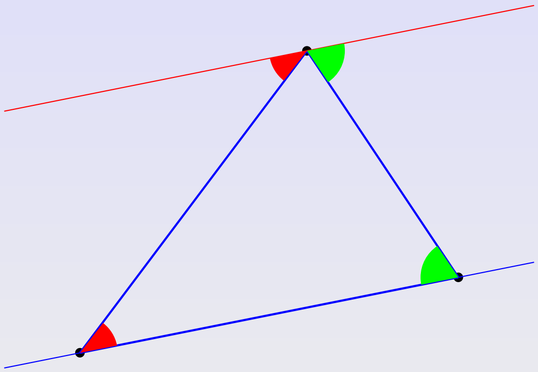
La somme des angles d'un triangle fait 180°.



Triangles

Théorème

La somme des angles d'un triangle fait 180°.



Transformations

Transformations

But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances

Transformations

But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances

- Rotations

Transformations

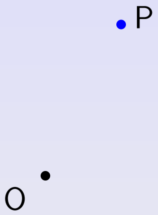
But : respecter l’alignement, les angles, voire les distances

O

- Rotations

Transformations

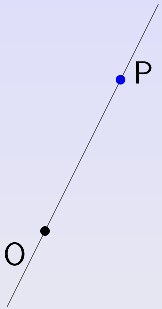
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

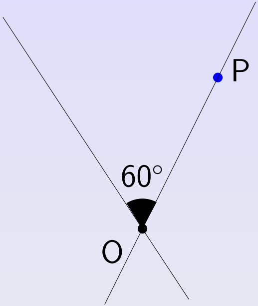
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

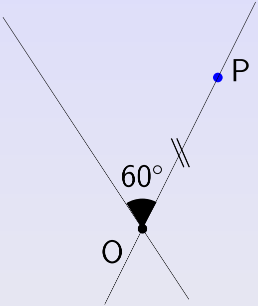
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

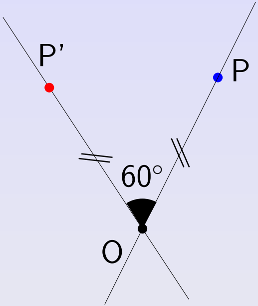
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

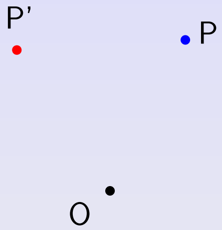
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

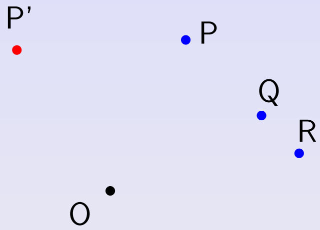
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

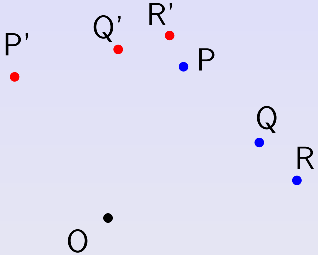
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

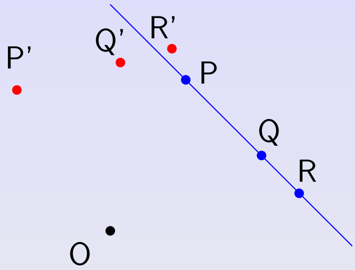
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

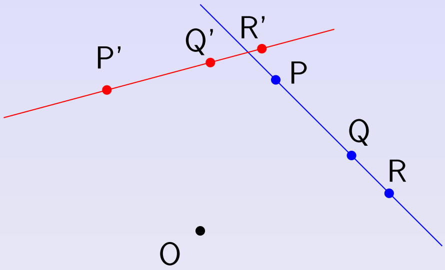
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

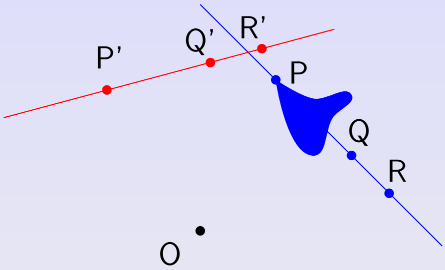
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

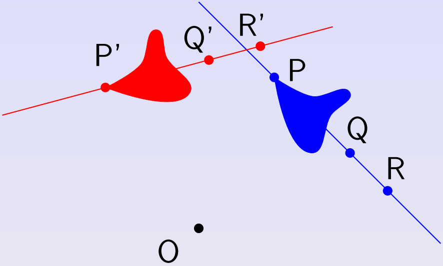
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

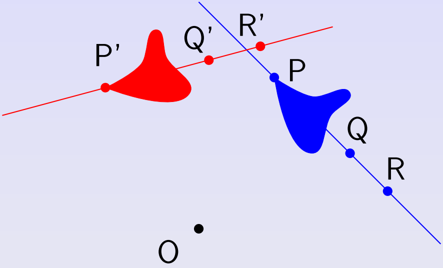
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations

Transformations

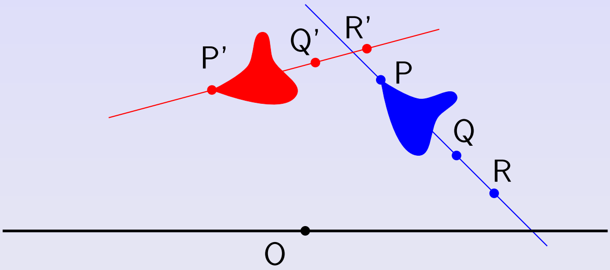
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

Transformations

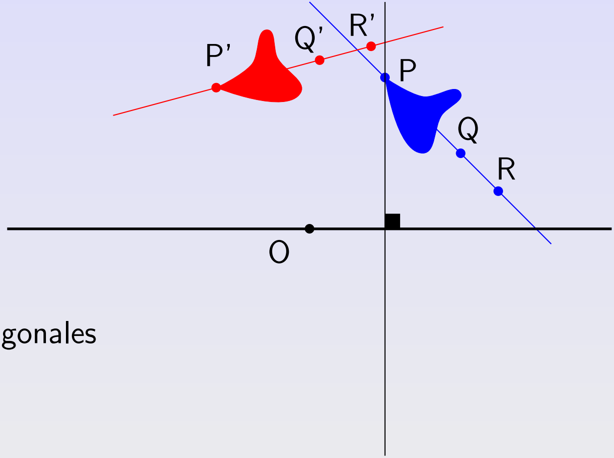
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

Transformations

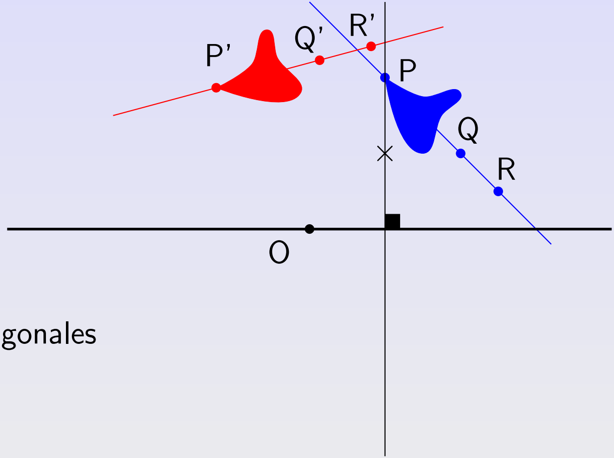
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

Transformations

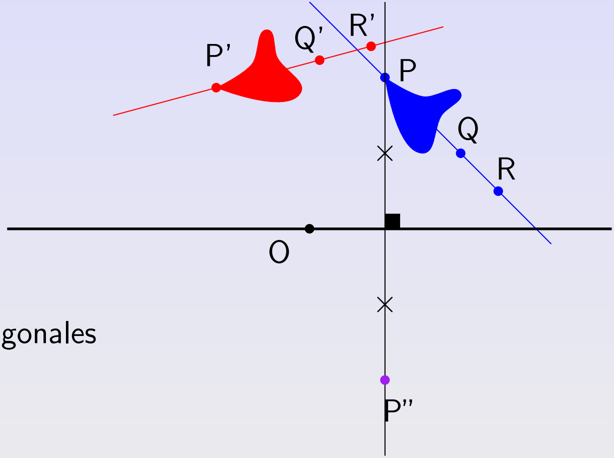
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

Transformations

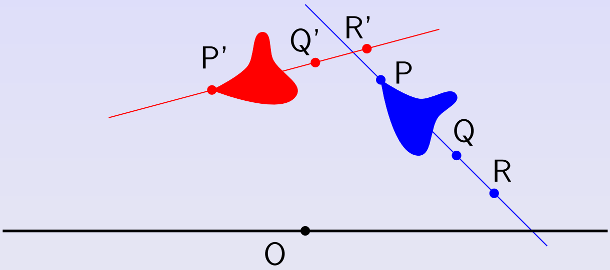
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

Transformations

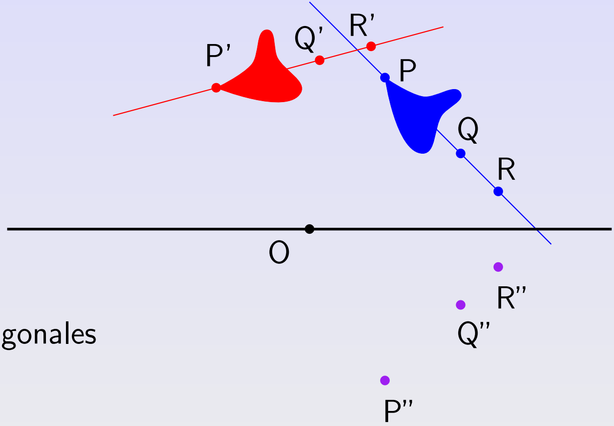
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

Transformations

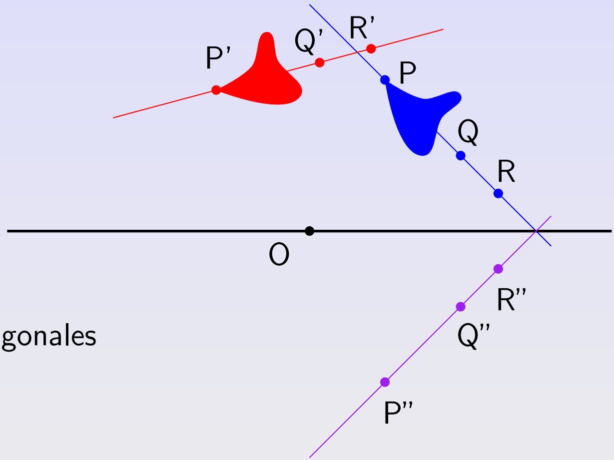
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

Transformations

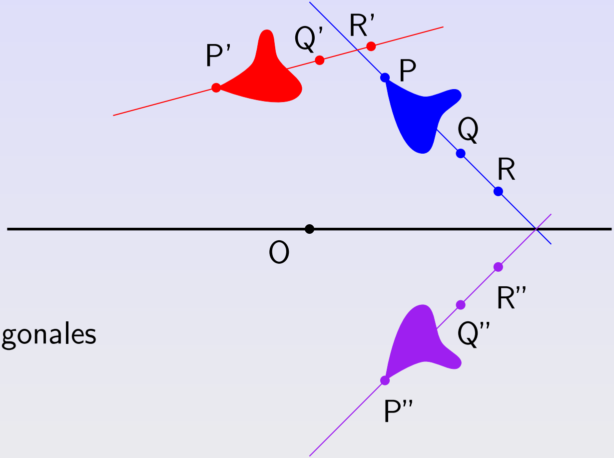
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



- Rotations
- Symétries orthogonales

Transformations

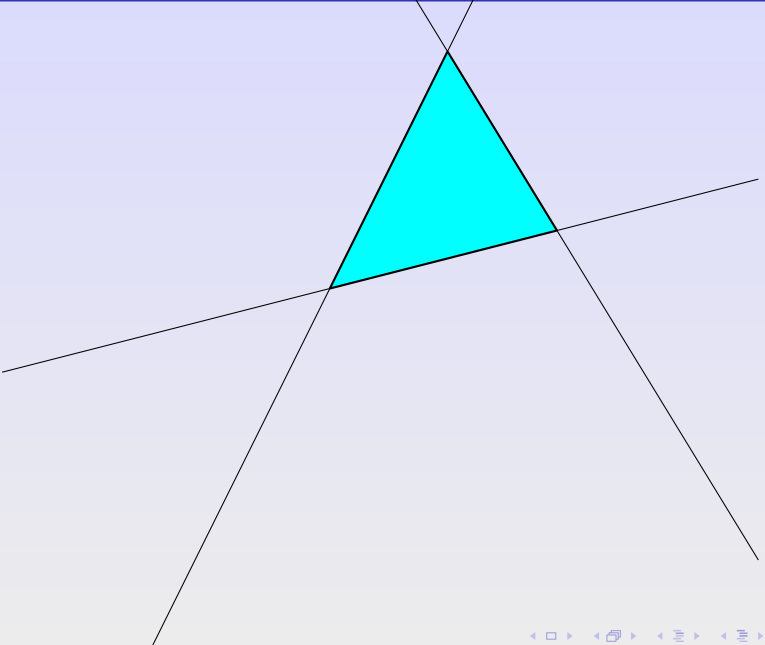
But : respecter l'alignement, les angles, voire les distances



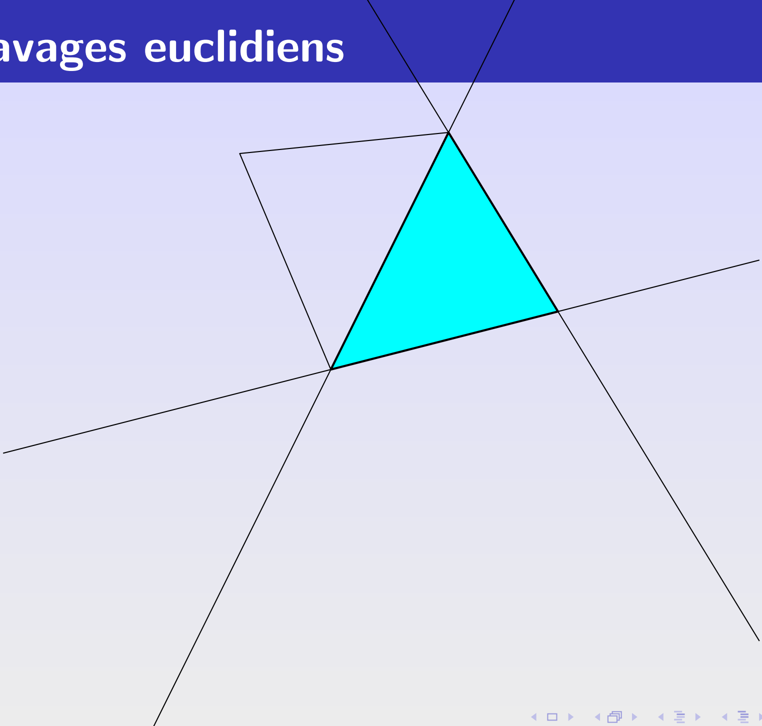
- Rotations
- Symétries orthogonales

Pavages euclidiens

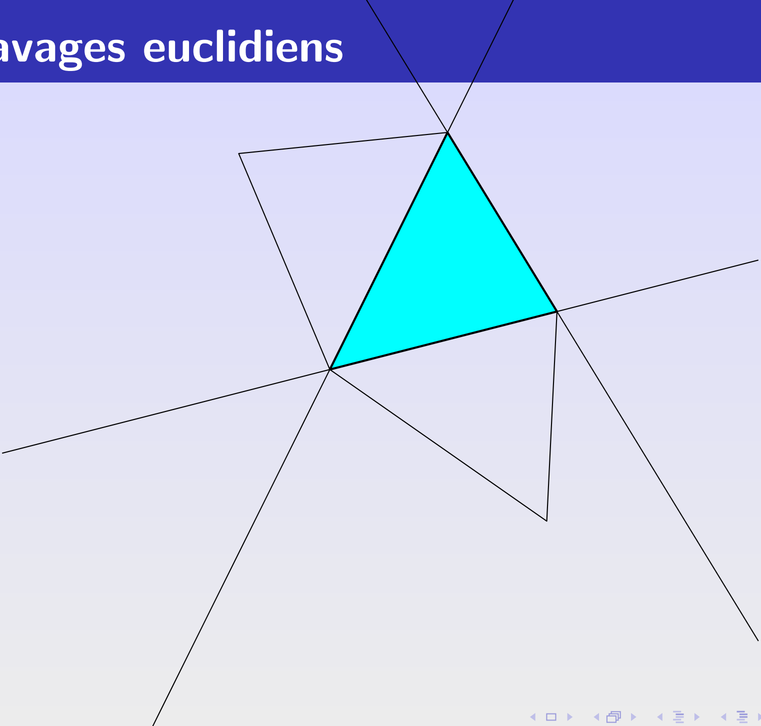
Pavages euclidiens



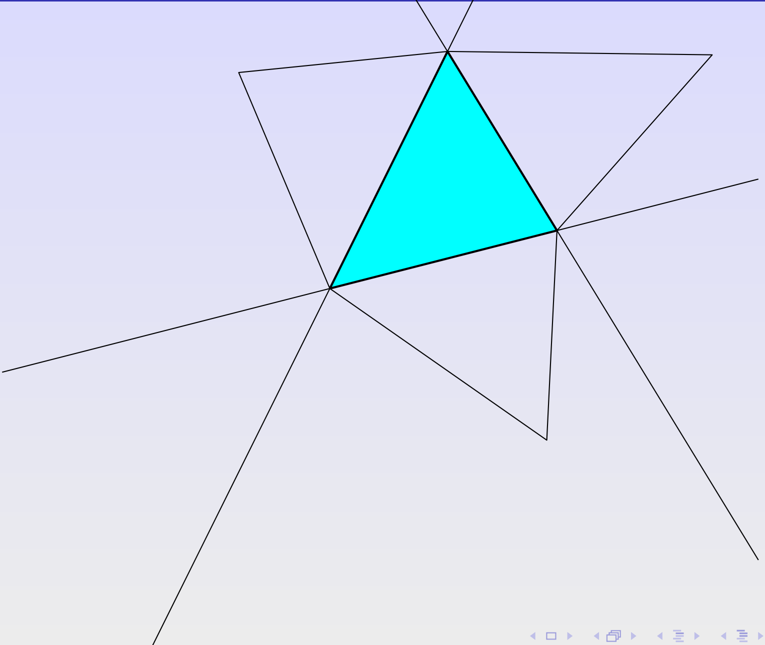
Pavages euclidiens



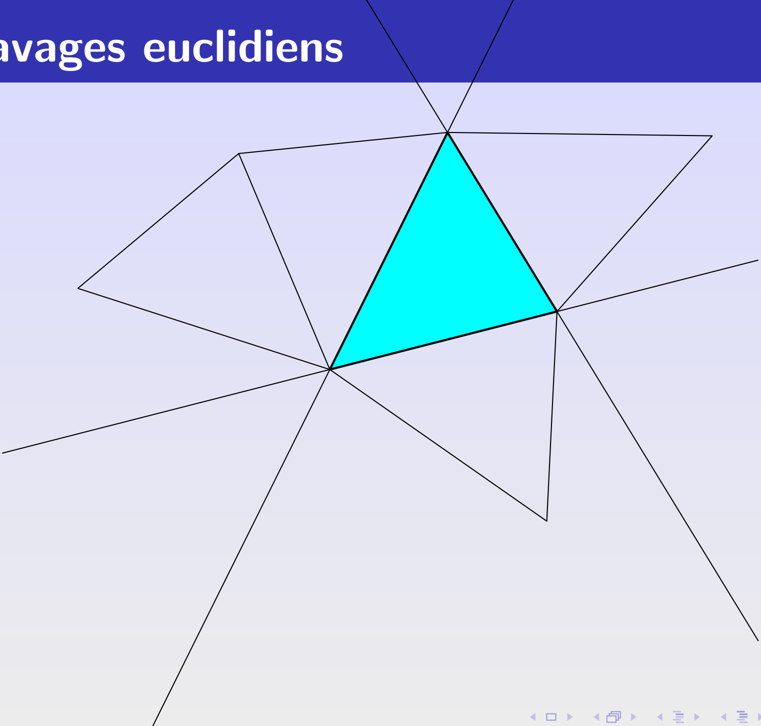
Pavages euclidiens



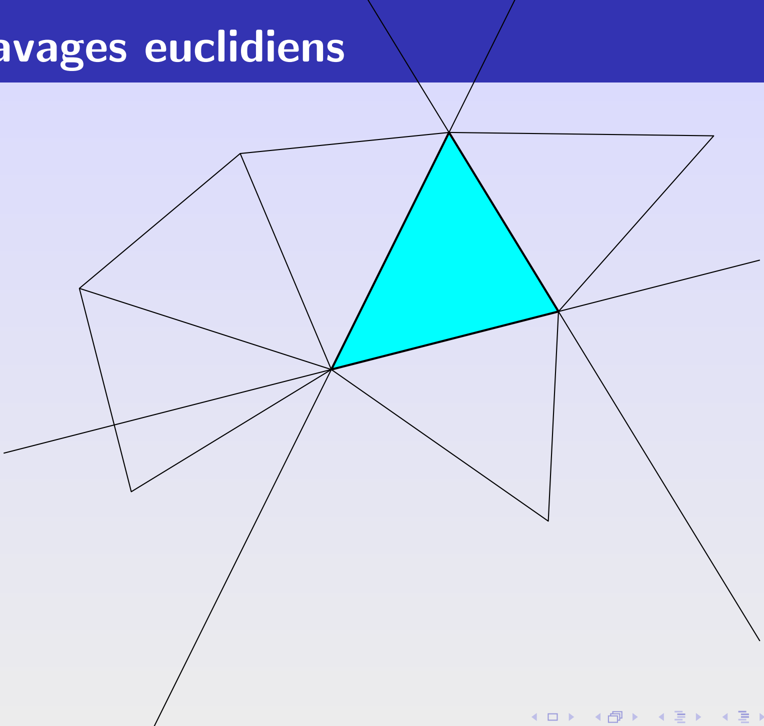
Pavages euclidiens



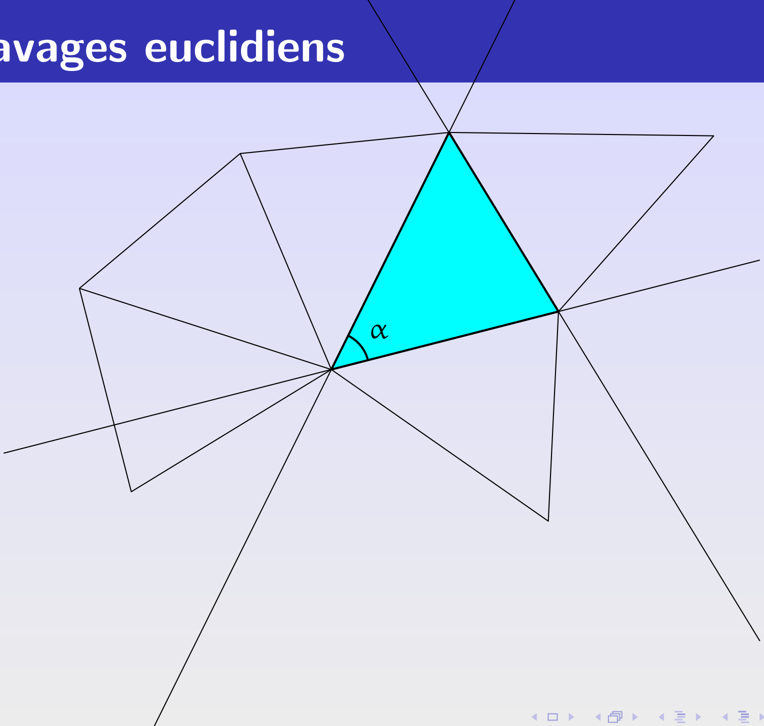
Pavages euclidiens



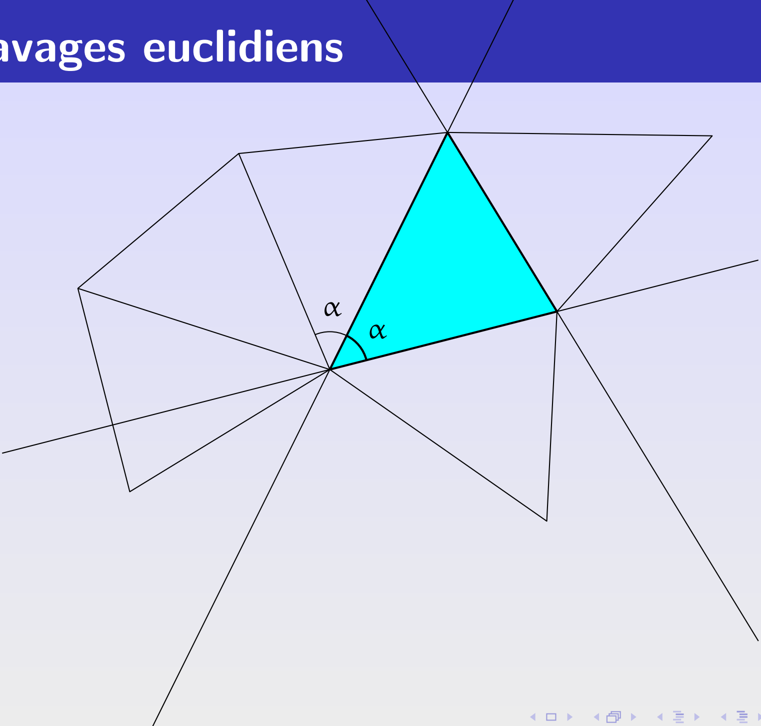
Pavages euclidiens



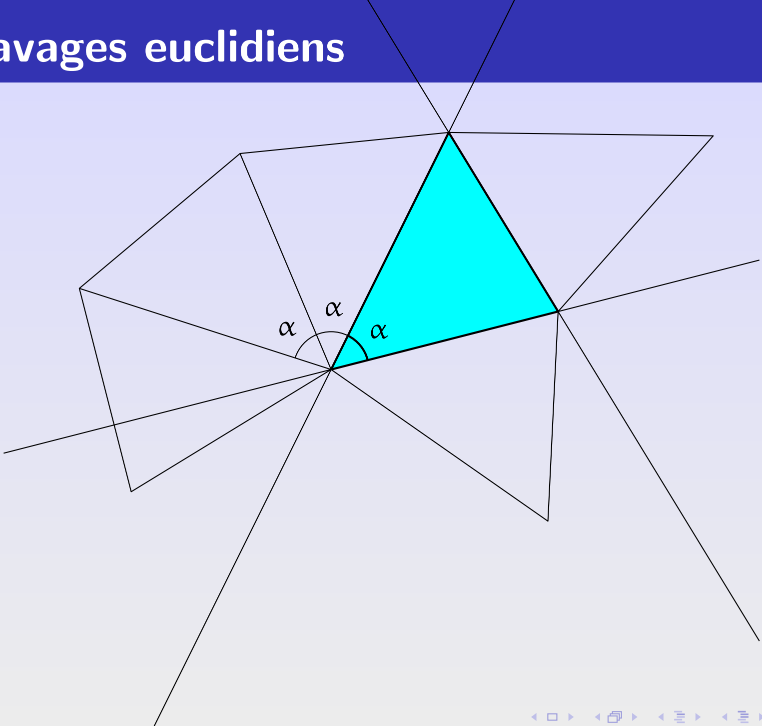
Pavages euclidiens



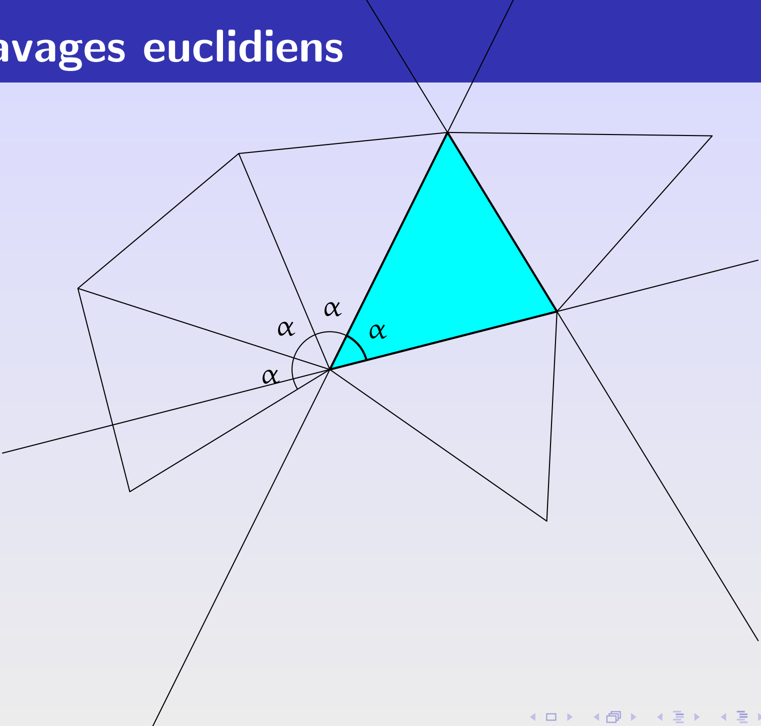
Pavages euclidiens



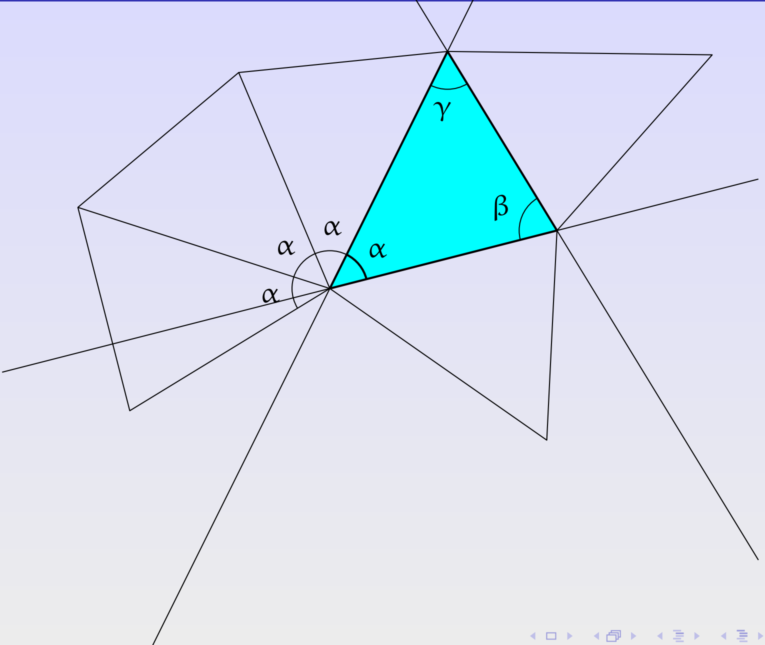
Pavages euclidiens



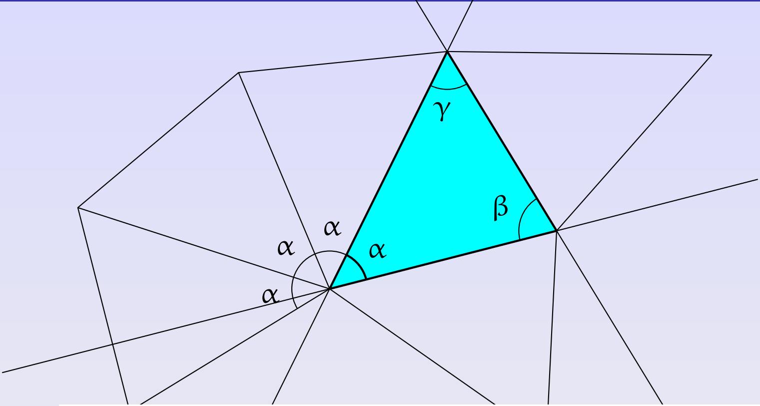
Pavages euclidiens



Pavages euclidiens

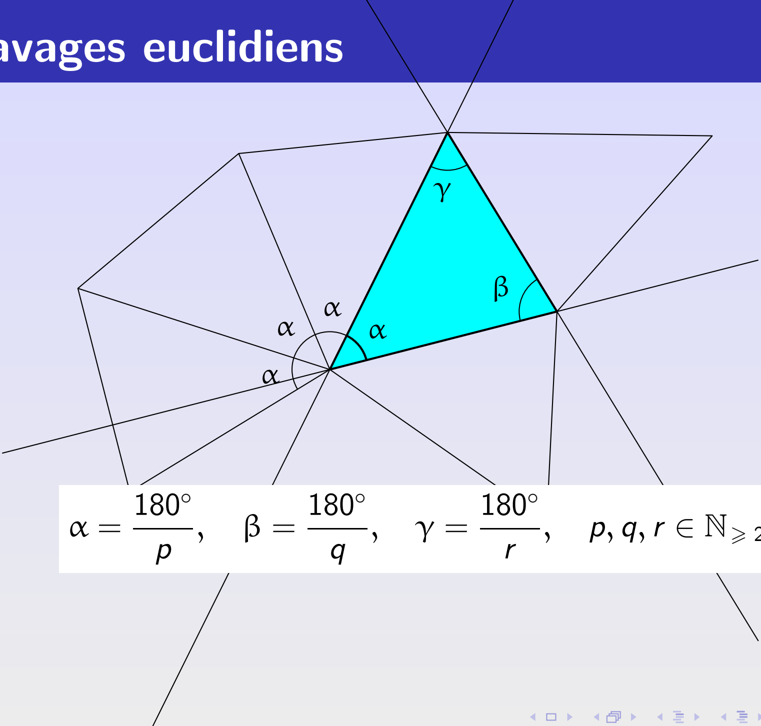


Pavages euclidiens



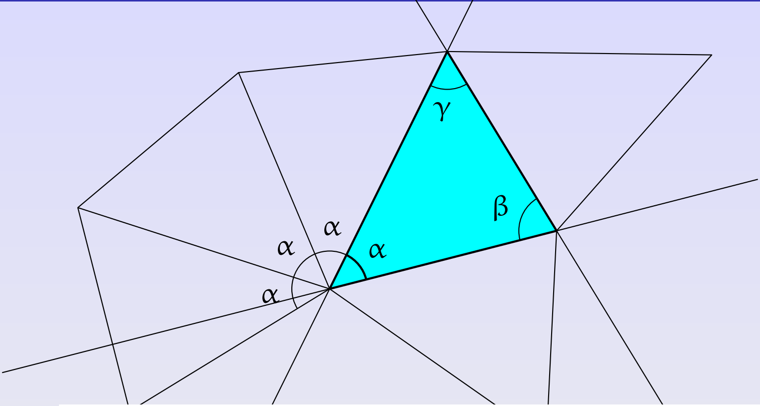
$$\alpha = \frac{180^\circ}{p}, \quad \beta = \frac{180^\circ}{q}, \quad \gamma = \frac{180^\circ}{r},$$

Pavages euclidiens



$$\alpha = \frac{180^\circ}{p}, \quad \beta = \frac{180^\circ}{q}, \quad \gamma = \frac{180^\circ}{r}, \quad p, q, r \in \mathbb{N}_{\geqslant 2}$$

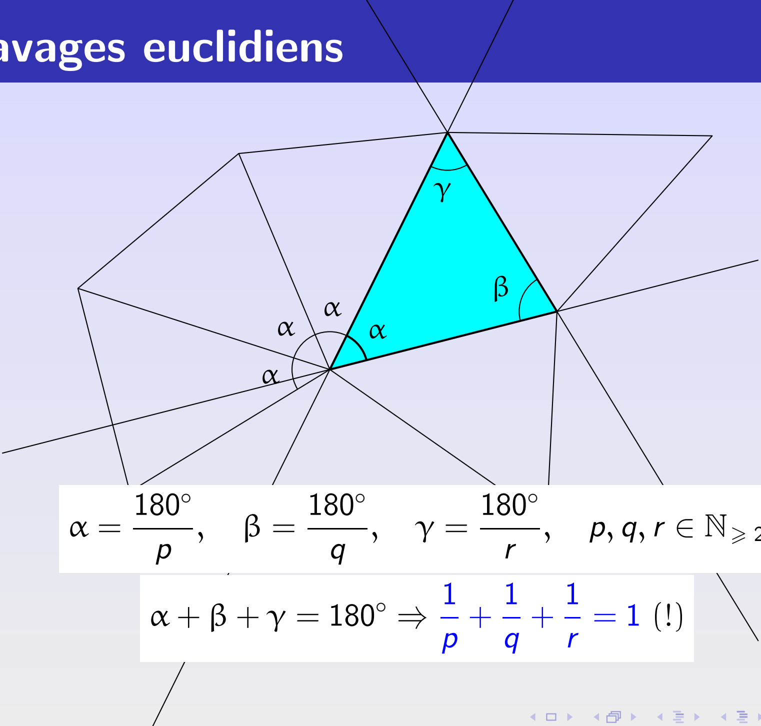
Pavages euclidiens



$$\alpha = \frac{180^\circ}{p}, \quad \beta = \frac{180^\circ}{q}, \quad \gamma = \frac{180^\circ}{r}, \quad p, q, r \in \mathbb{N}_{\geqslant 2}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Pavages euclidiens



$$\alpha = \frac{180^\circ}{p}, \quad \beta = \frac{180^\circ}{q}, \quad \gamma = \frac{180^\circ}{r}, \quad p, q, r \in \mathbb{N}_{\geqslant 2}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 1 \ (!)$$

Pavages euclidiens (suite)

Pavages euclidiens (suite)

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 1$$

$$\iff (p, q, r) =$$

Pavages euclidiens (suite)

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 1$$

$$\Longleftrightarrow (p, q, r) = (3, 3, 3) \text{ ou } (2, 4, 4) \text{ ou } (2, 3, 6)$$

Pavages euclidiens (suite)

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}=1$$

$$\Longleftrightarrow (p,q,r)=(3,3,3) \text{ ou } (2,4,4) \text{ ou } (2,3,6)$$

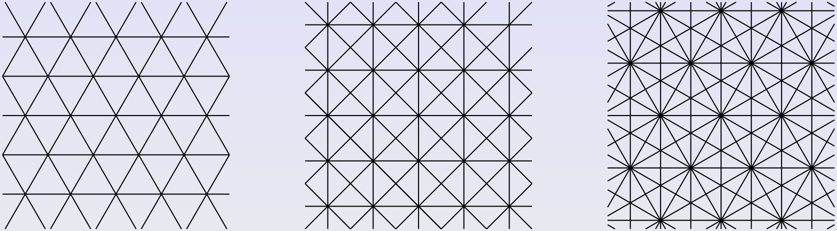
(à permutation près)

Pavages euclidiens (suite)

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 1$$

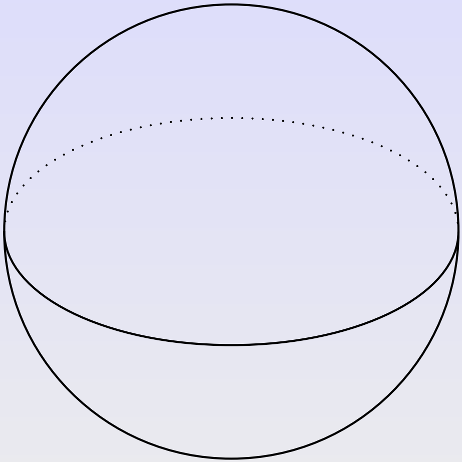
$$\iff (p, q, r) = (3, 3, 3) \text{ ou } (2, 4, 4) \text{ ou } (2, 3, 6)$$

(à permutation près)

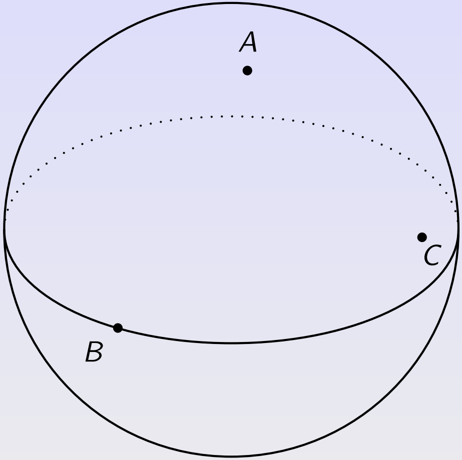


Géométrie sphérique

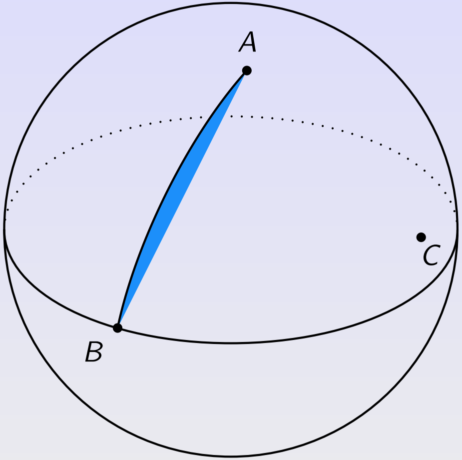
Géométrie sphérique



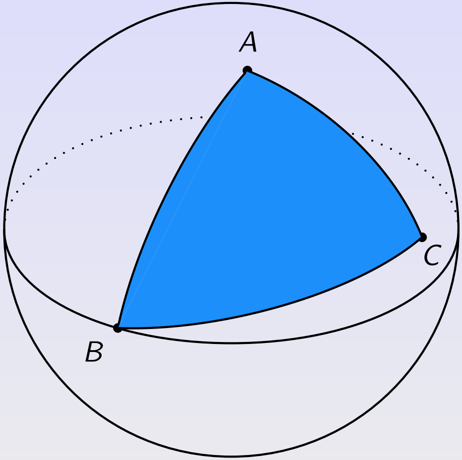
Géométrie sphérique



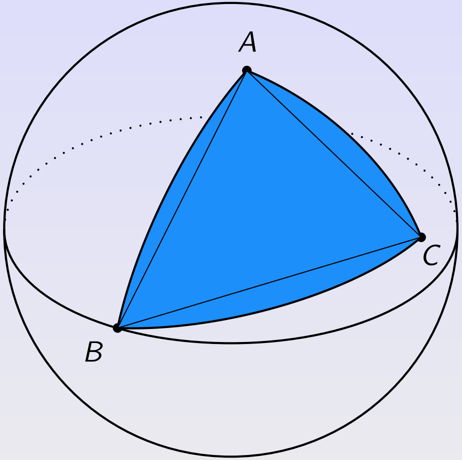
Géométrie sphérique



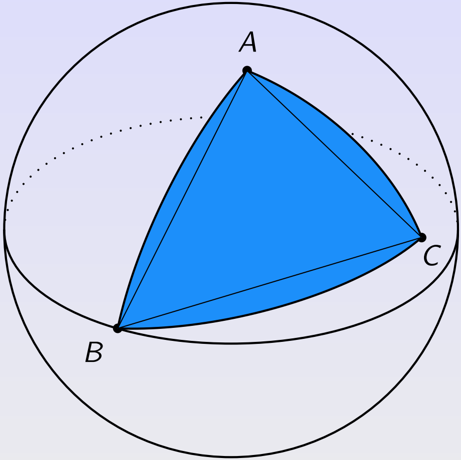
Géométrie sphérique



Géométrie sphérique

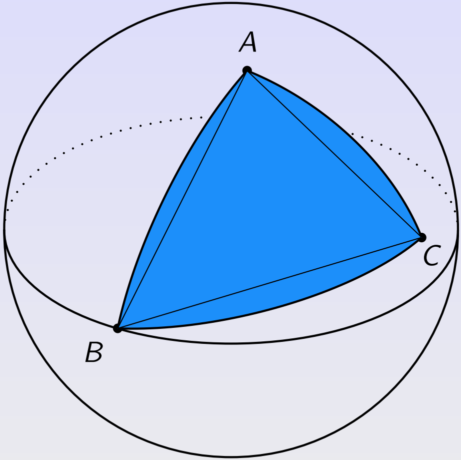


Géométrie sphérique



Toutes les
droites sphériques
se coupent

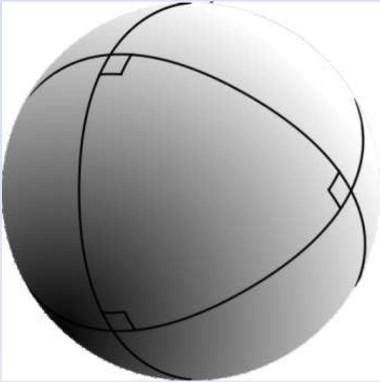
Géométrie sphérique



Toutes les
droites sphériques
se coupent

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} > 180^\circ$$

Géométrie sphérique : un triangle équilatéral rectangle (trirectangle) !



Géométrie hyperbolique

Géométrie hyperbolique

Plan $\leftrightsquigarrow$ Disque de Poincaré (disque de rayon 1)
Droites $\leftrightsquigarrow$ Droites hyperboliques

Géométrie hyperbolique

Plan $\leftrightsquigarrow$ Disque de Poincaré (disque de rayon 1)
Droites $\leftrightsquigarrow$ Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux au cercle de rayon 1

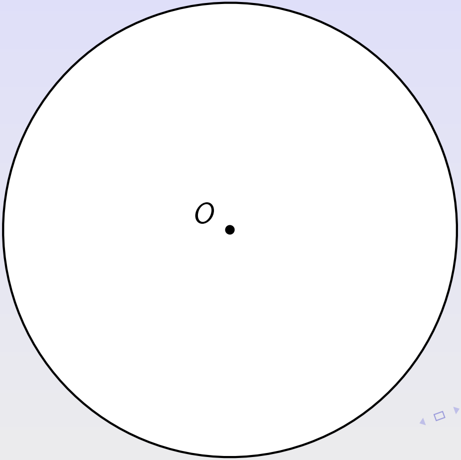
Géométrie hyperbolique

Plan $\leftrightsquigarrow$ Disque de Poincaré (disque de rayon 1)
Droites $\leftrightsquigarrow$ Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux au cercle de rayon 1 $(+$ les diamètres)

Géométrie hyperbolique

Plan $\leftrightsquigarrow$ Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

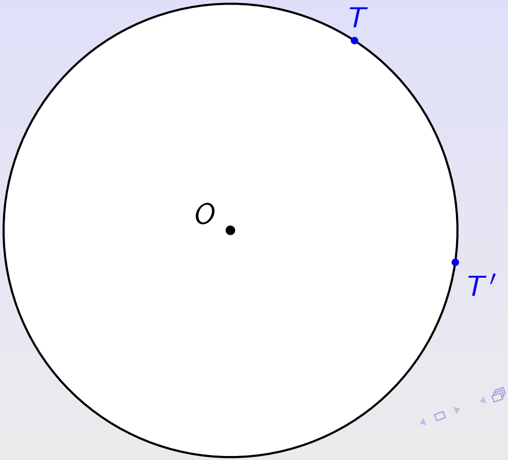
Droites $\leftrightsquigarrow$ Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux au cercle de rayon 1 (+ les diamètres)



Géométrie hyperbolique

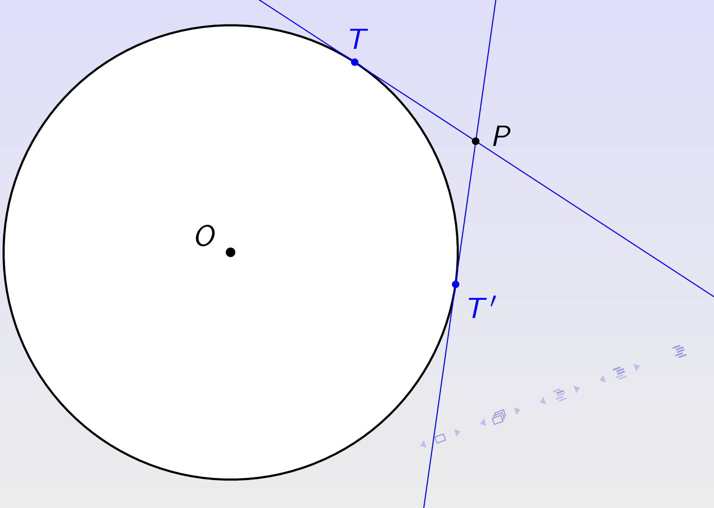
Plan $\leftrightsquigarrow$ Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

Droites $\leftrightsquigarrow$ Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux au cercle de rayon 1 (+ les diamètres)



Géométrie hyperbolique

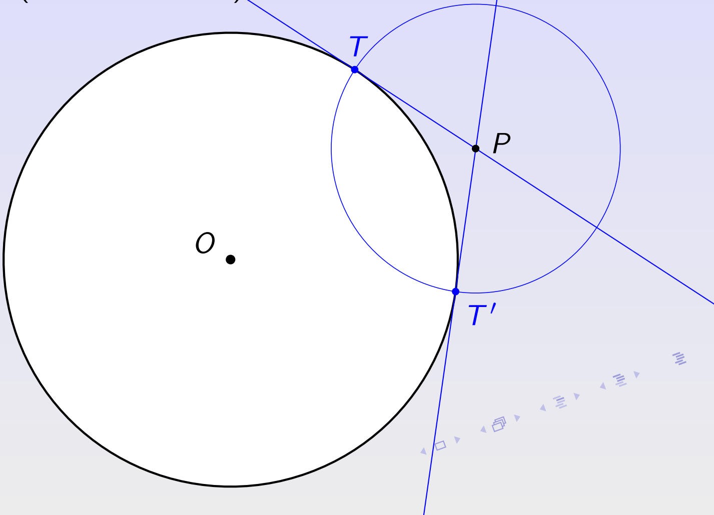
Plan $\leftrightsquigarrow$ Disque de Poincaré (disque de rayon 1)
Droites $\leftrightsquigarrow$ Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux au cercle de rayon 1 (+ les diamètres)



Géométrie hyperbolique

Plan $\leftrightsquigarrow$ Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

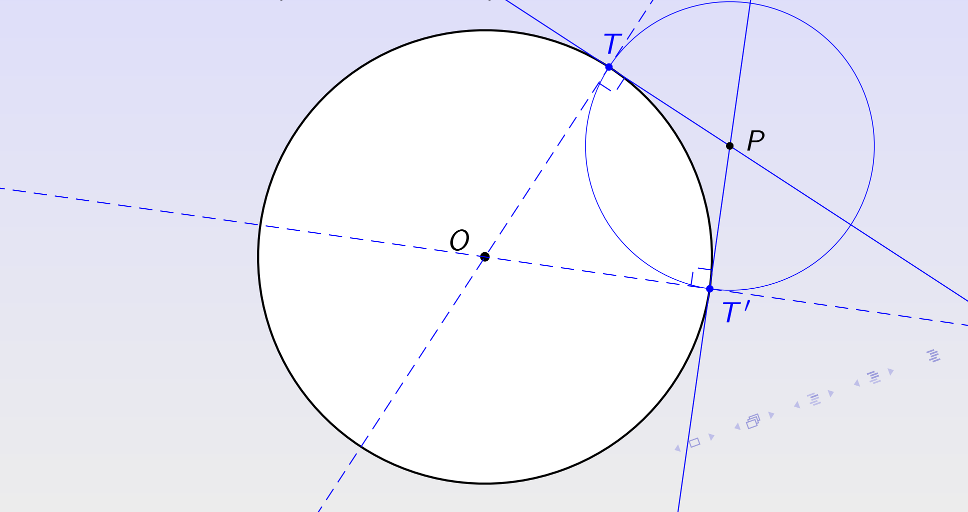
Droites $\leftrightsquigarrow$ Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux au cercle de rayon 1 (+ les diamètres)



Géométrie hyperbolique

Plan $\leftrightsquigarrow$ Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

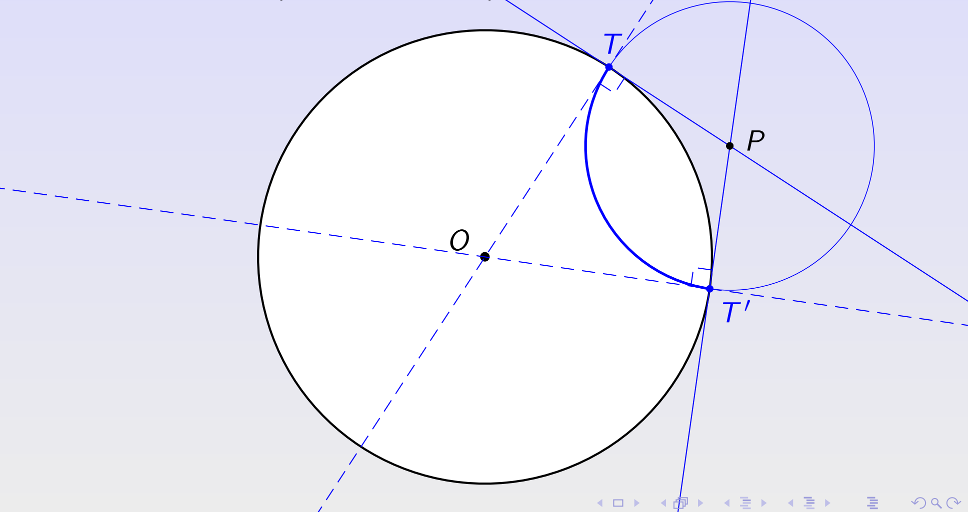
Droites $\leftrightsquigarrow$ Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux au cercle de rayon 1 (+ les diamètres)



Géométrie hyperbolique

Plan $\rightsquigarrow$ Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

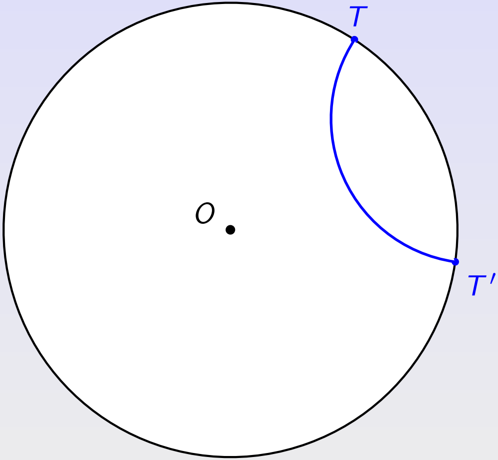
Droites $\rightsquigarrow$ Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux au cercle de rayon 1 (+ les diamètres)



Géométrie hyperbolique

Plan $\leftrightsquigarrow$ Disque de Poincaré (disque de rayon 1)

Droites $\leftrightsquigarrow$ Droites hyperboliques : arcs de cercles orthogonaux au cercle de rayon 1 (+ les diamètres)



Géométrie hyperbolique

Géométrie hyperbolique

Théorème

- *Par deux points (du disque de Poincaré) il passe une et une seule droite (hyperbolique)*

Géométrie hyperbolique

Théorème

- *Par deux points (du disque de Poincaré) il passe une et une seule droite (hyperbolique)*
- *Il existe une distance pour laquelle les segments de droites hyperboliques sont les plus courts chemins d'un point à un autre*

Géométrie hyperbolique

Théorème

- *Par deux points (du disque de Poincaré) il passe une et une seule droite (hyperbolique)*
- *Il existe une distance pour laquelle les segments de droites hyperboliques sont les plus courts chemins d'un point à un autre*
- *Étant donnés un point P (du disque de Poincaré) et une droite D (hyperbolique) ne contenant pas P, il passe une infinité de parallèles à D passant par P.*

Géométrie hyperbolique

Théorème

- *Par deux points (du disque de Poincaré) il passe une et une seule droite (hyperbolique)*
- *Il existe une distance pour laquelle les segments de droites hyperboliques sont les plus courts chemins d'un point à un autre*
- *Étant donnés un point P (du disque de Poincaré) et une droite D (hyperbolique) ne contenant pas P, il passe une infinité de parallèles à D passant par P.*
- *La somme des angles d'un triangle est $< 180°$.*

Géométrie hyperbolique

Théorème

- *Par deux points (du disque de Poincaré) il passe une et une seule droite (hyperbolique)*
- *Il existe une distance pour laquelle les segments de droites hyperboliques sont les plus courts chemins d'un point à un autre*
- *Étant donnés un point P (du disque de Poincaré) et une droite D (hyperbolique) ne contenant pas P, il passe une infinité de parallèles à D passant par P.*
- *La somme des angles d'un triangle est $< 180°$.*
- *Les cercles hyperboliques sont des cercles euclidiens (mais le centre a changé...)*

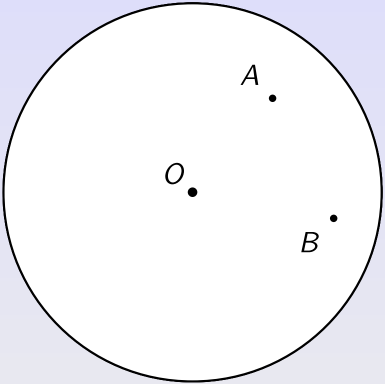
Géométrie hyperbolique

Théorème

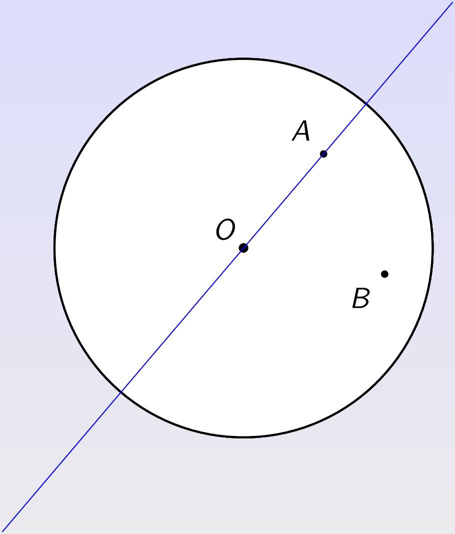
- *Par deux points (du disque de Poincaré) il passe une et une seule droite (hyperbolique)*
- *Il existe une distance pour laquelle les segments de droites hyperboliques sont les plus courts chemins d'un point à un autre*
- *Étant donnés un point P (du disque de Poincaré) et une droite D (hyperbolique) ne contenant pas P, il passe une infinité de parallèles à D passant par P.*
- *La somme des angles d'un triangle est $< 180°$.*
- *Les cercles hyperboliques sont des cercles euclidiens (mais le centre a changé...)*

Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points

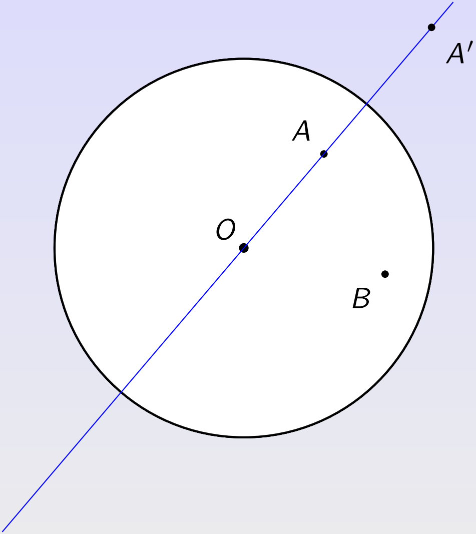
Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points



Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points

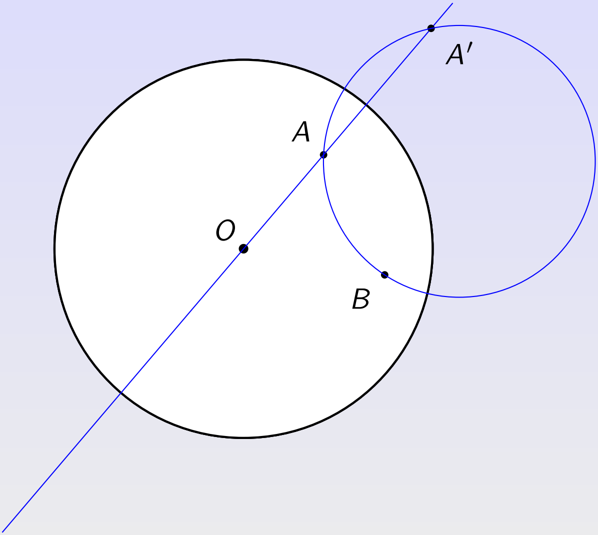


Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points



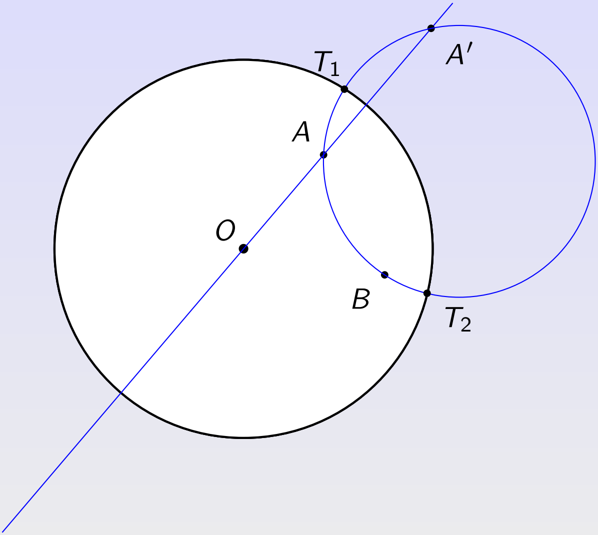
$$OA' = \frac{1}{OA}$$

Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points



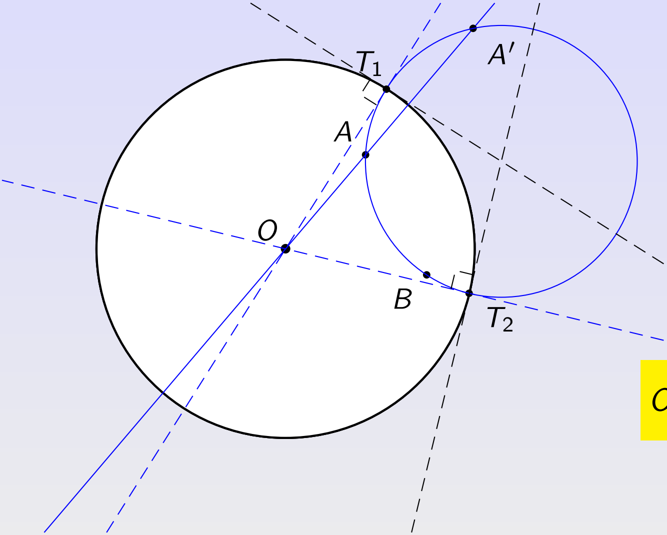
$$OA' = \frac{1}{OA}$$

Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points



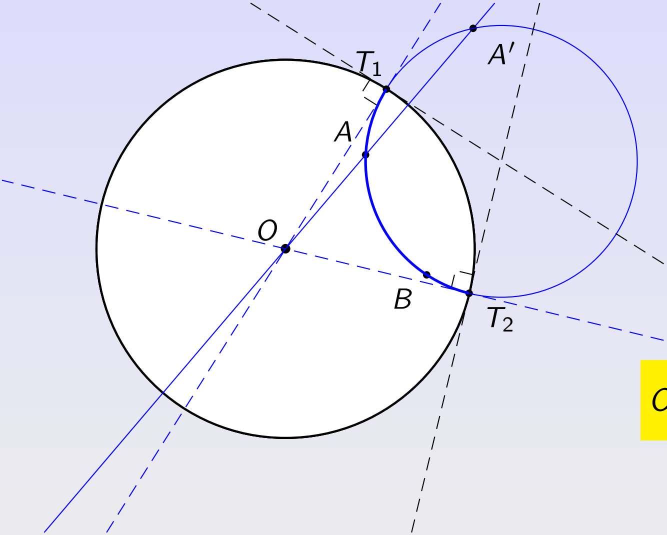
$$OA' = \frac{1}{OA}$$

Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points



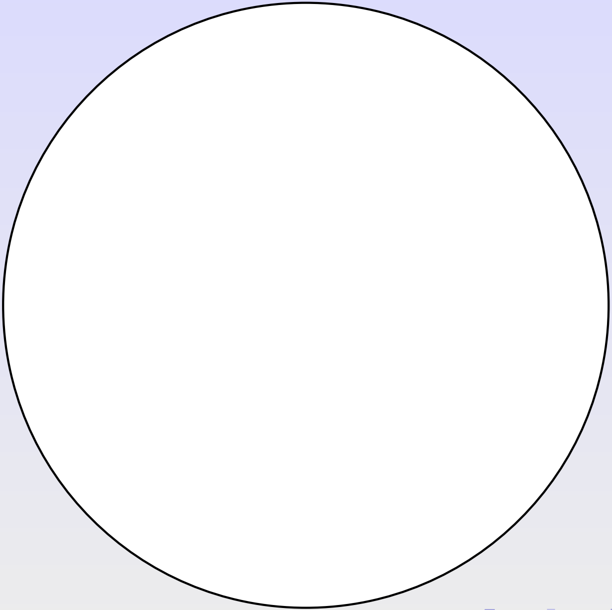
$$OA' = \frac{1}{OA}$$

Géométrie hyperbolique : droite passant par deux points

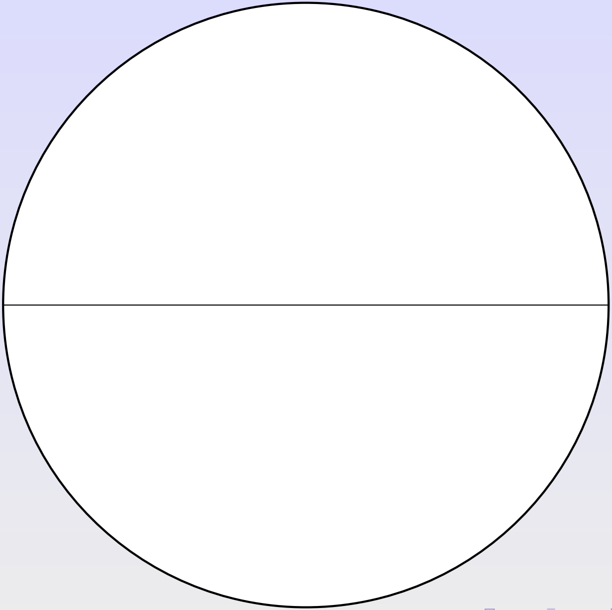


$$OA' = \frac{1}{OA}$$

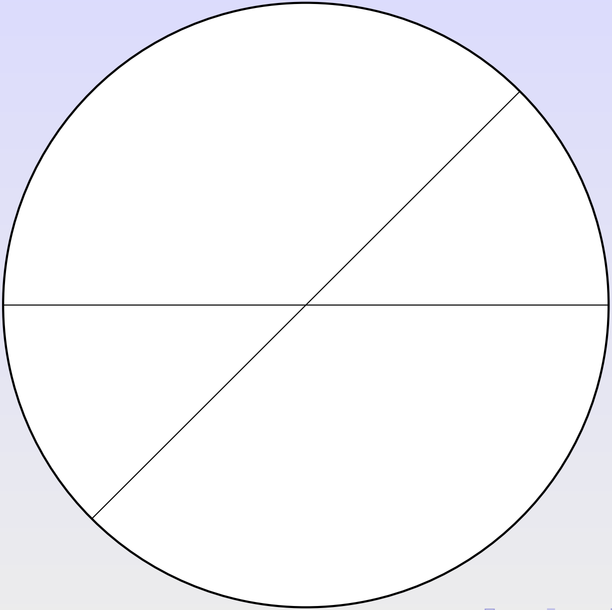
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



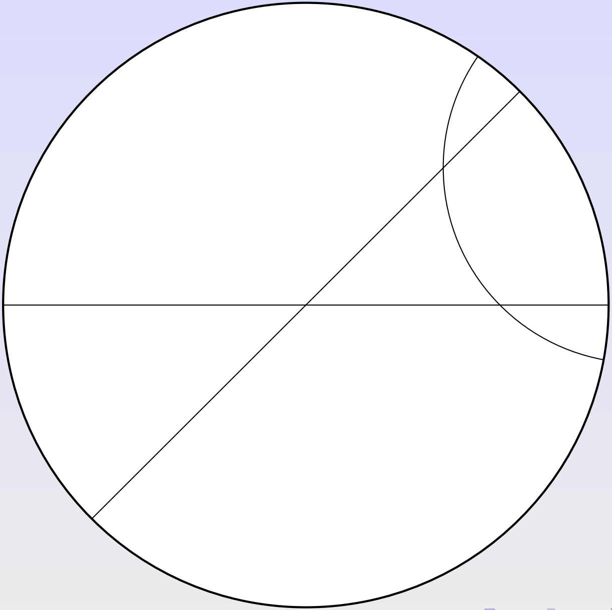
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



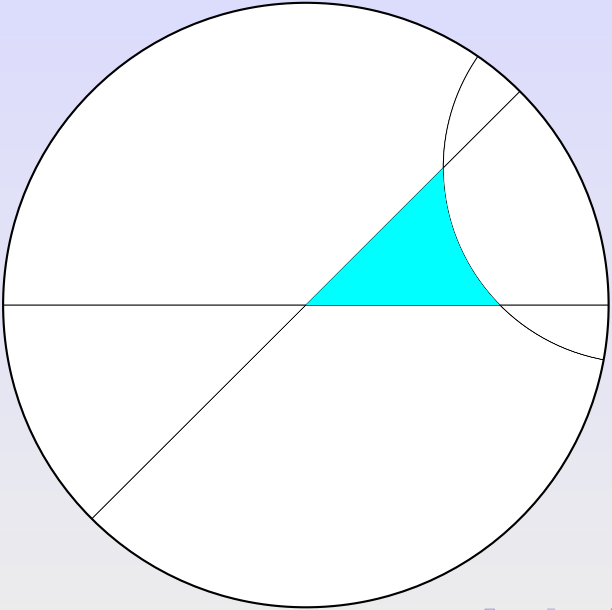
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



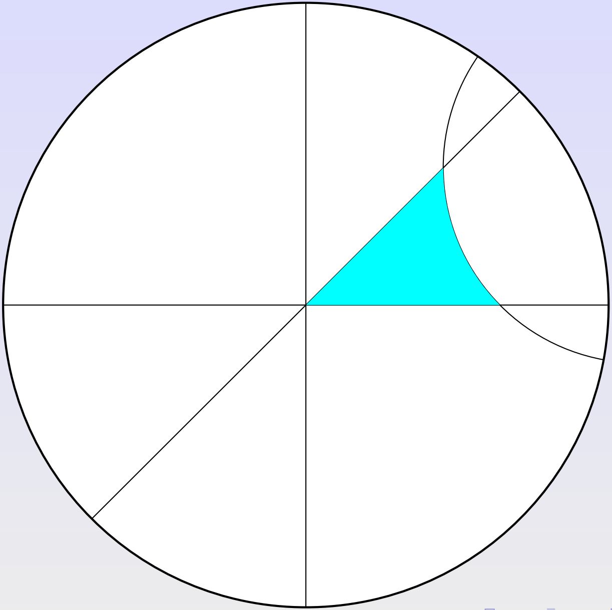
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



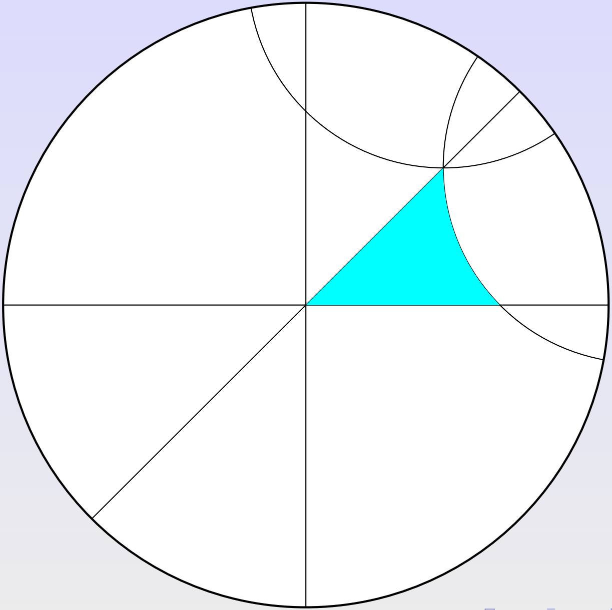
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



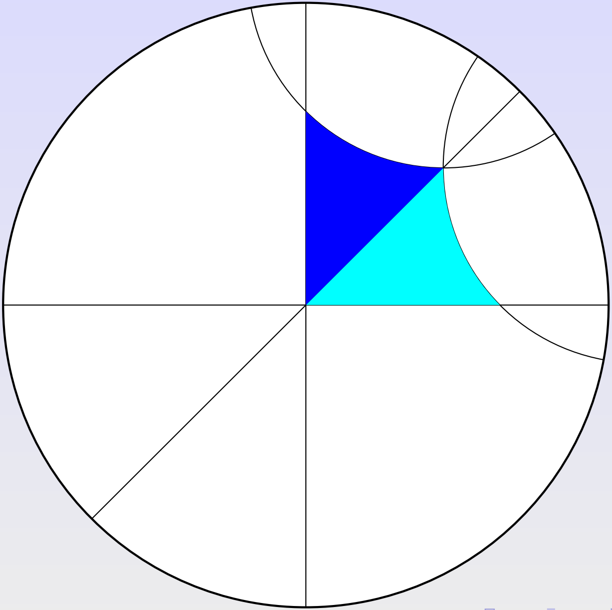
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



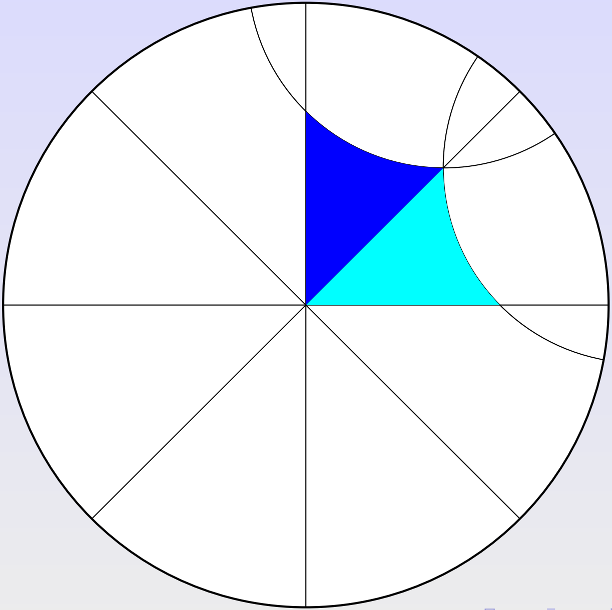
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



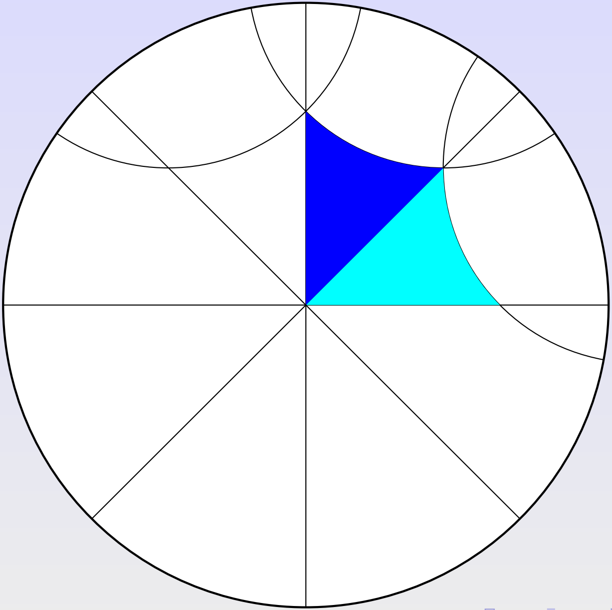
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



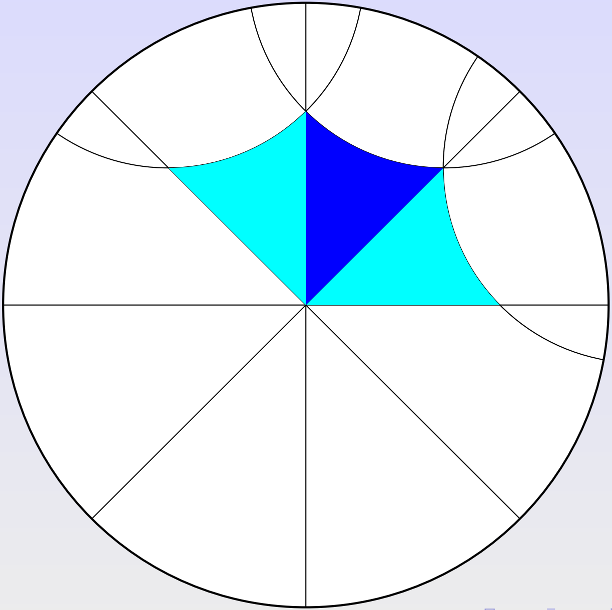
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



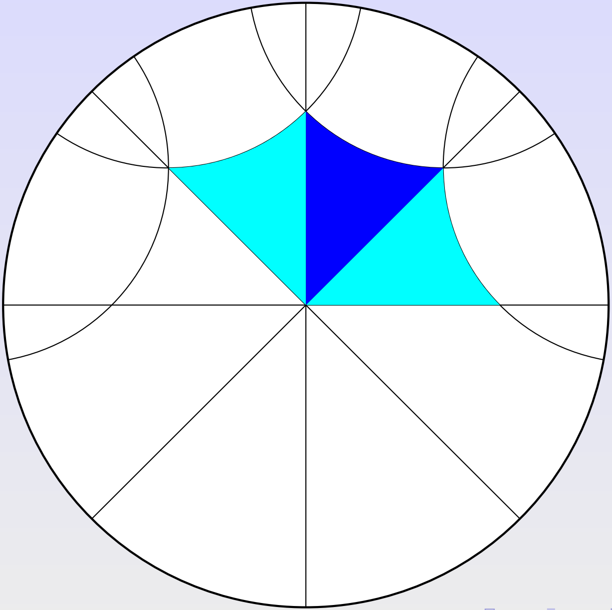
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



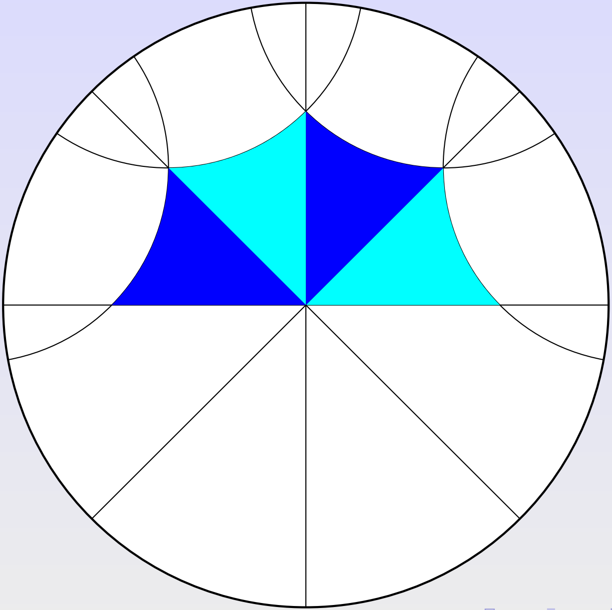
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



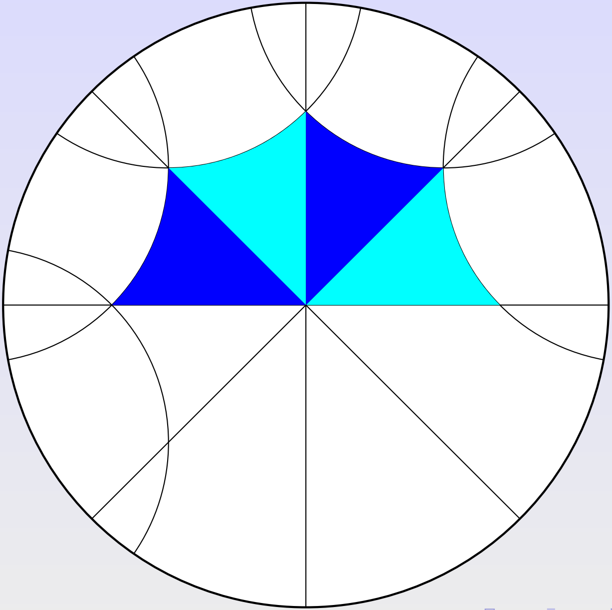
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



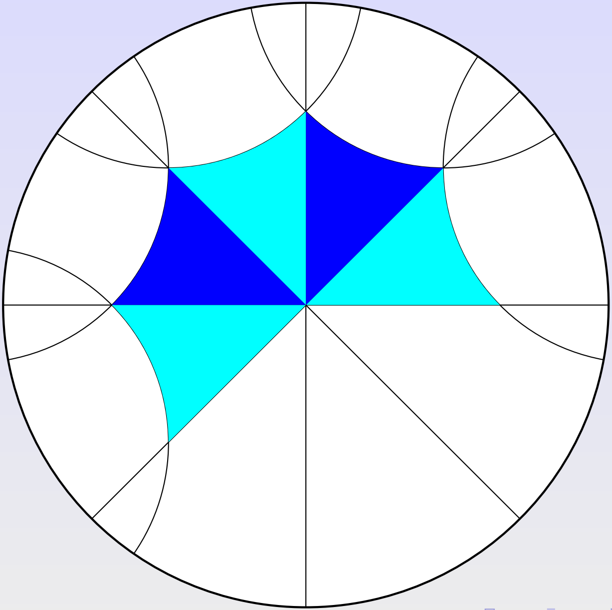
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



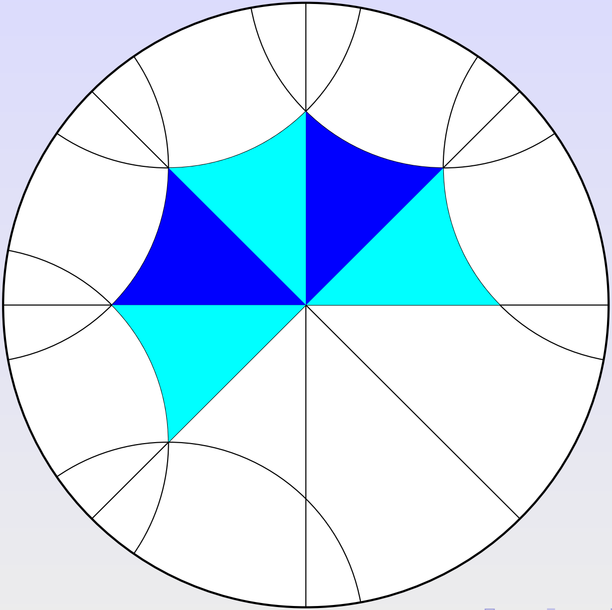
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



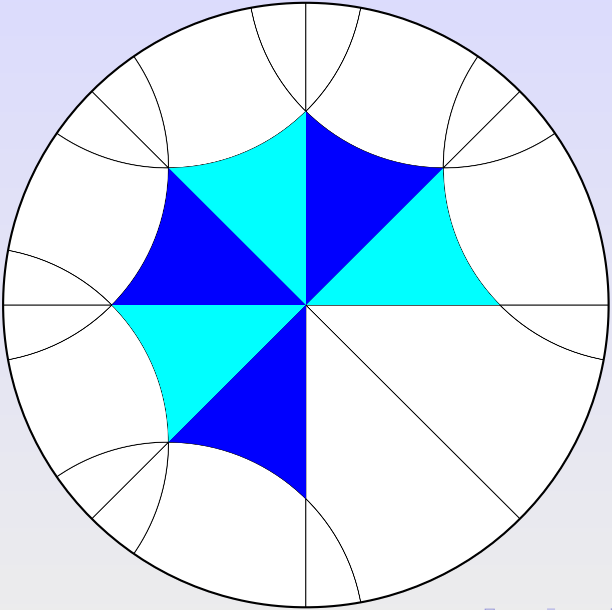
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



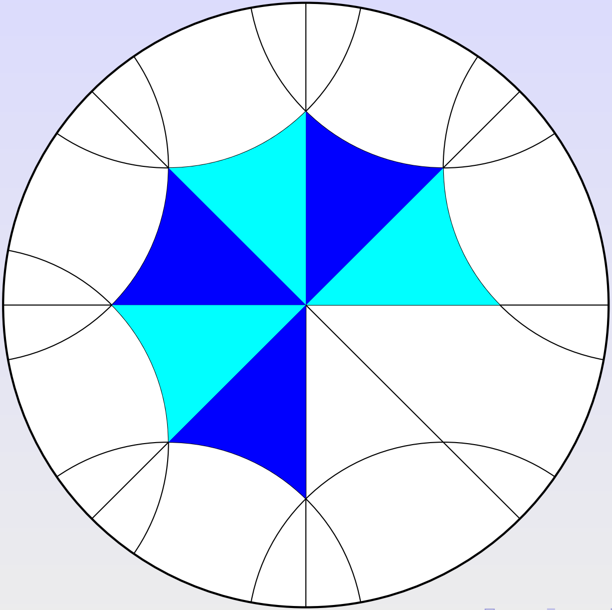
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



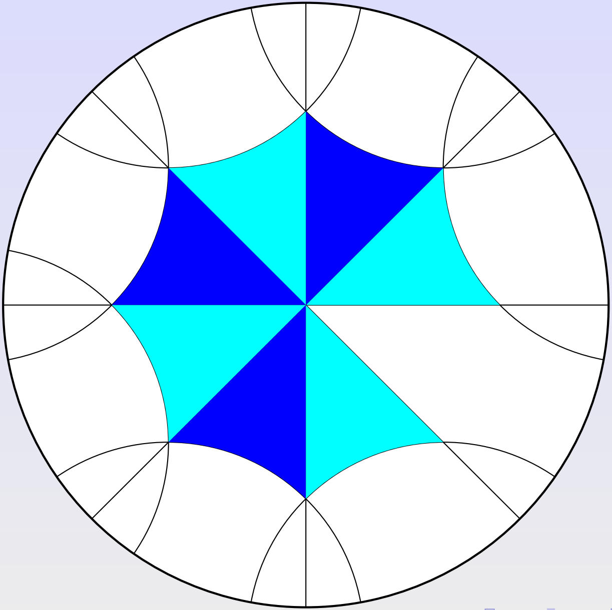
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



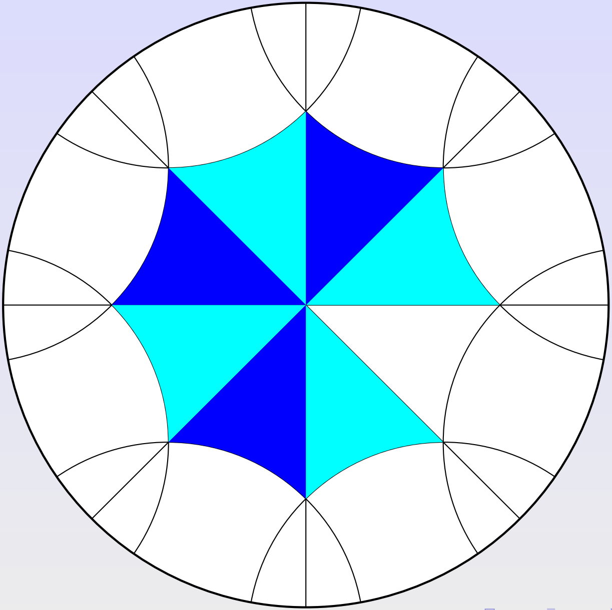
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



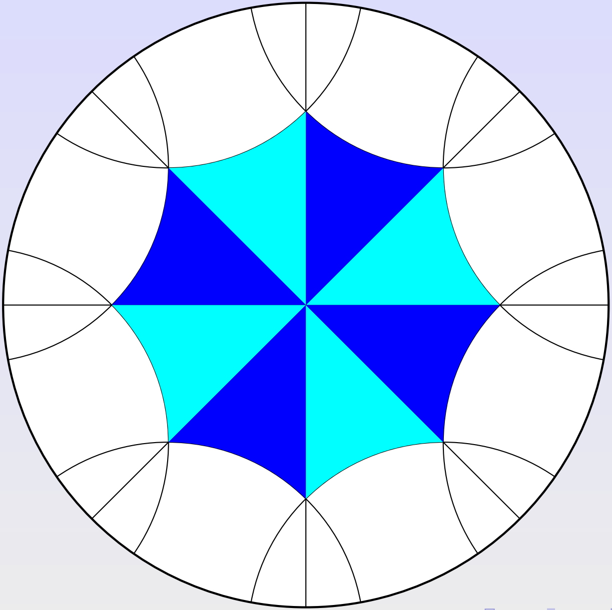
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



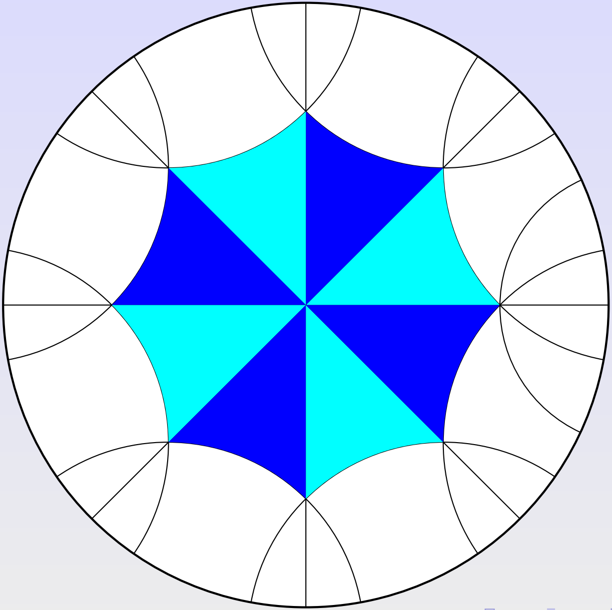
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



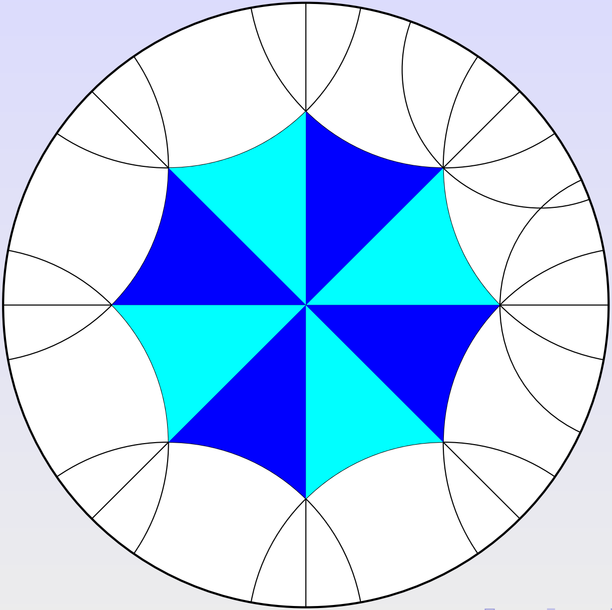
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



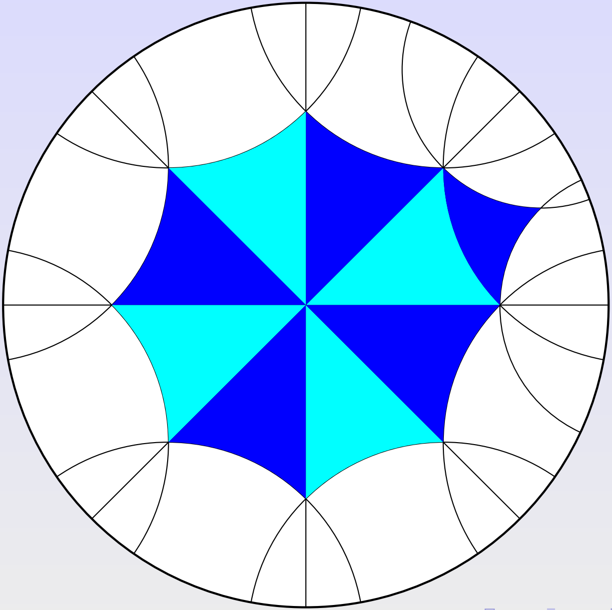
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



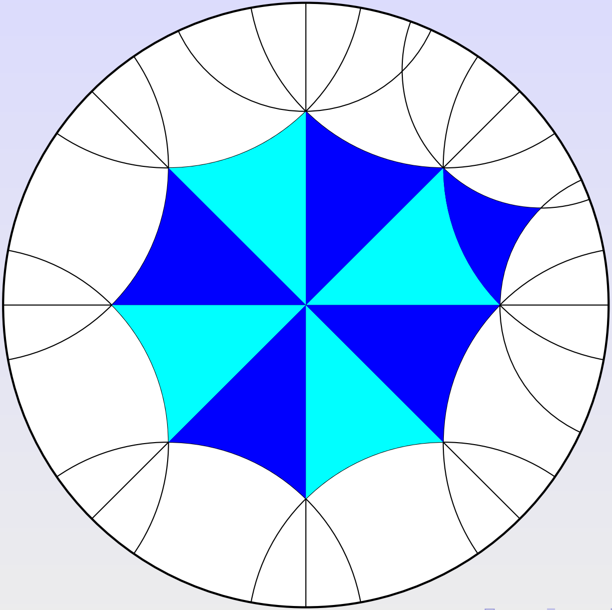
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



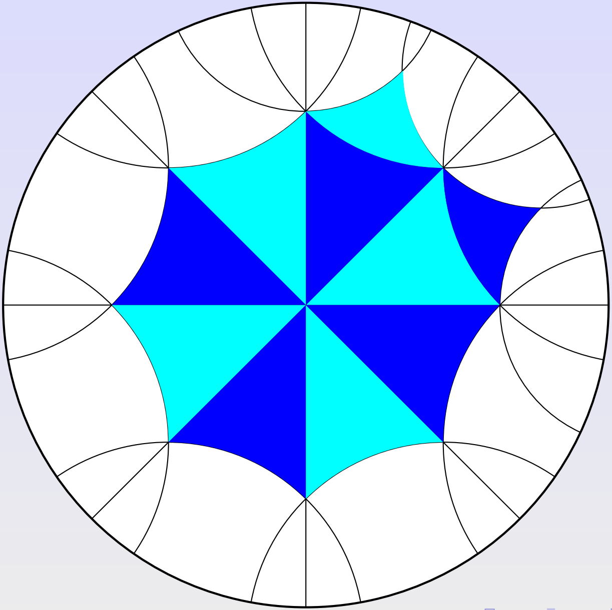
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



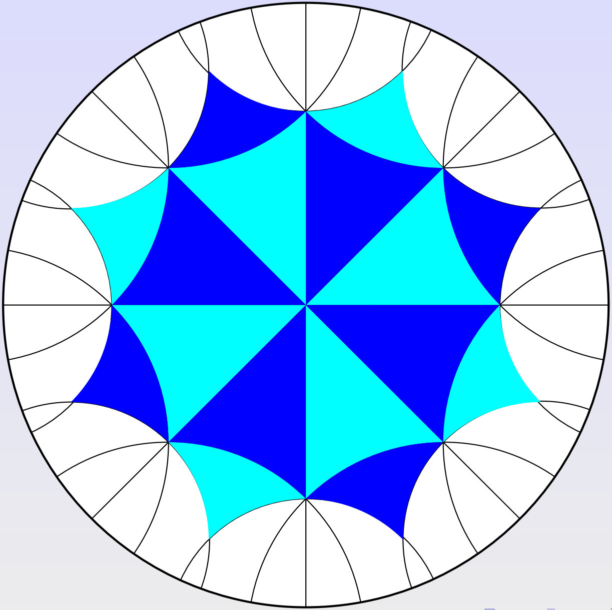
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



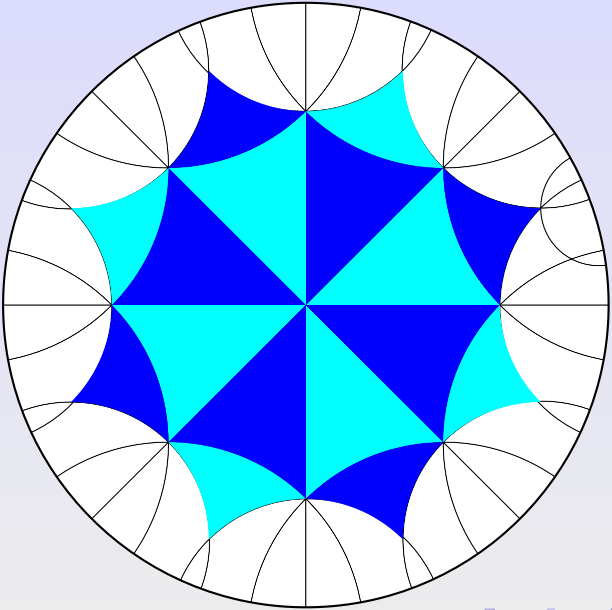
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



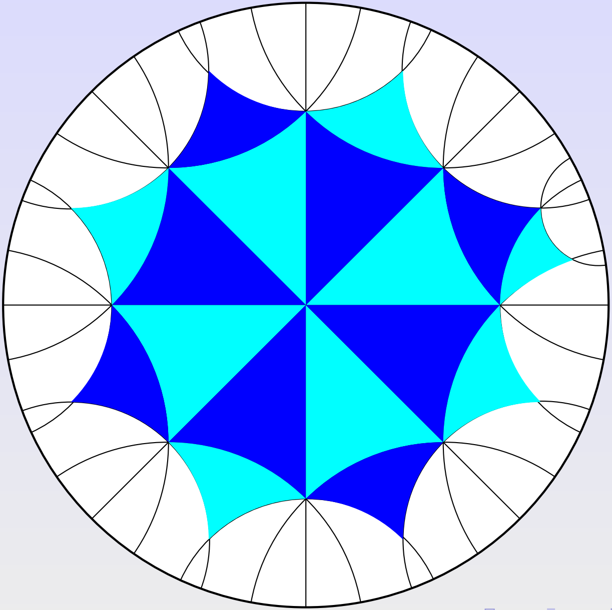
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



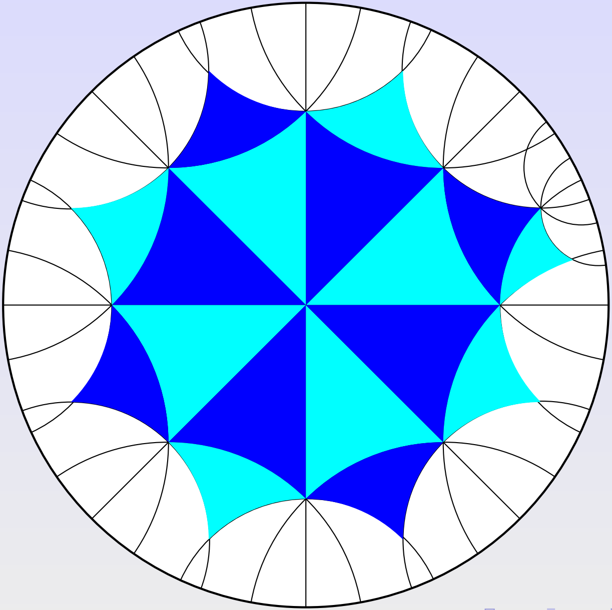
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



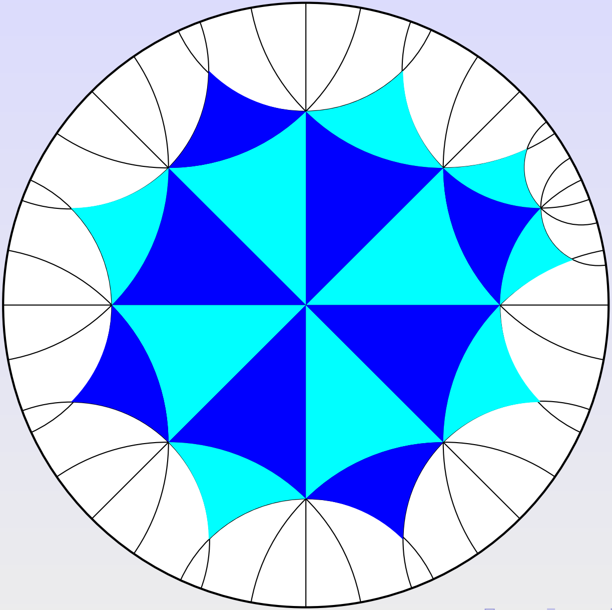
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



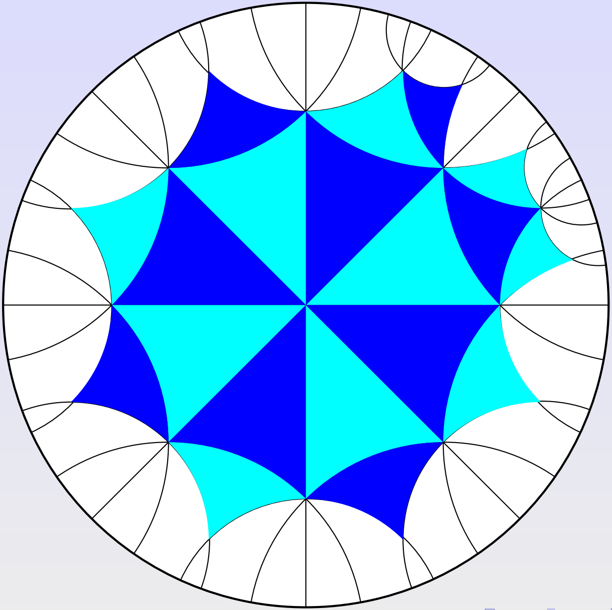
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



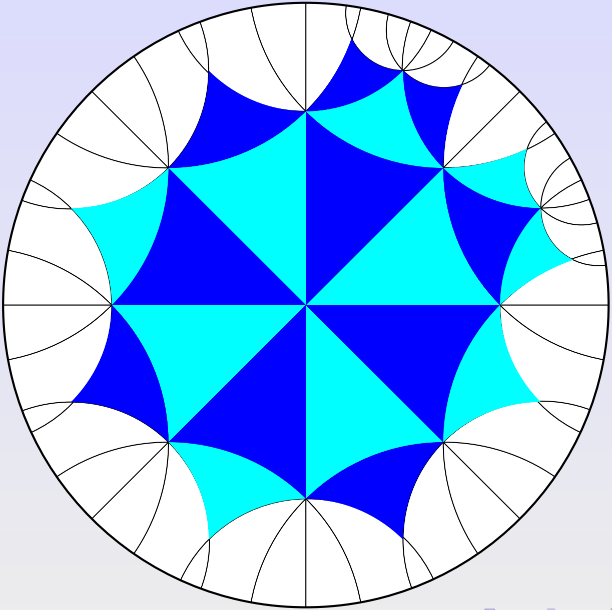
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



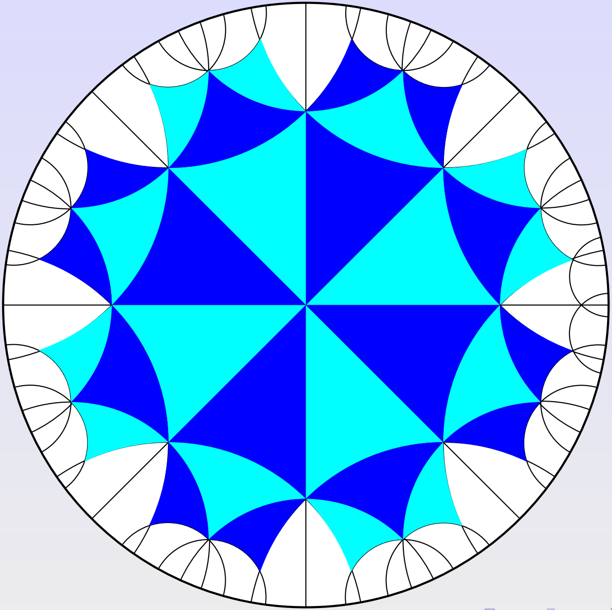
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



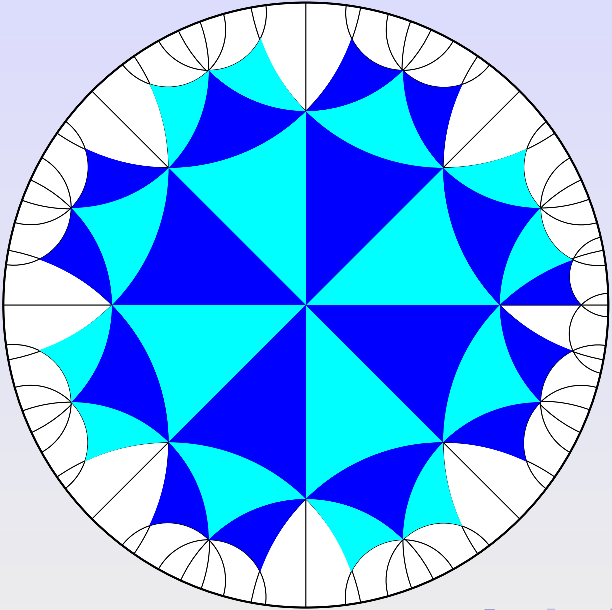
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



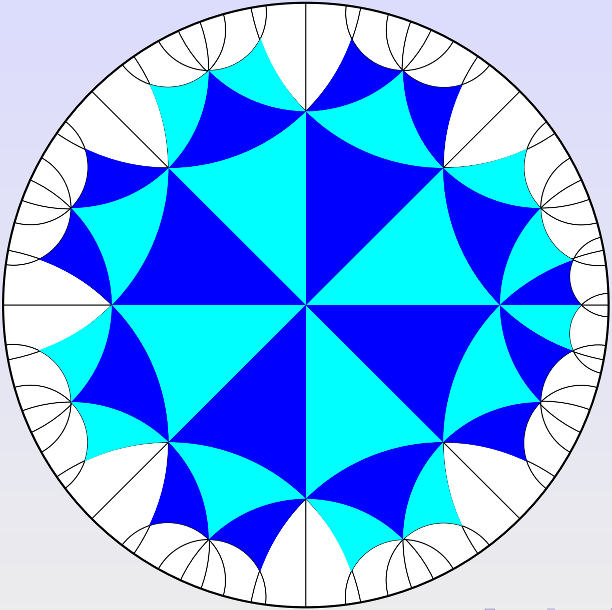
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



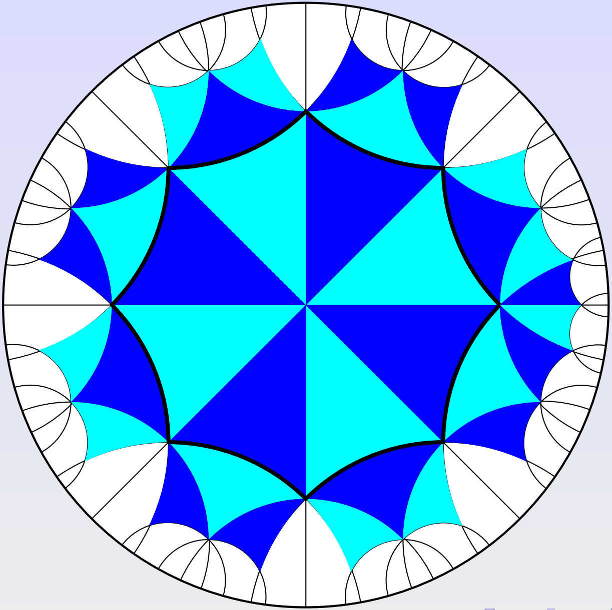
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



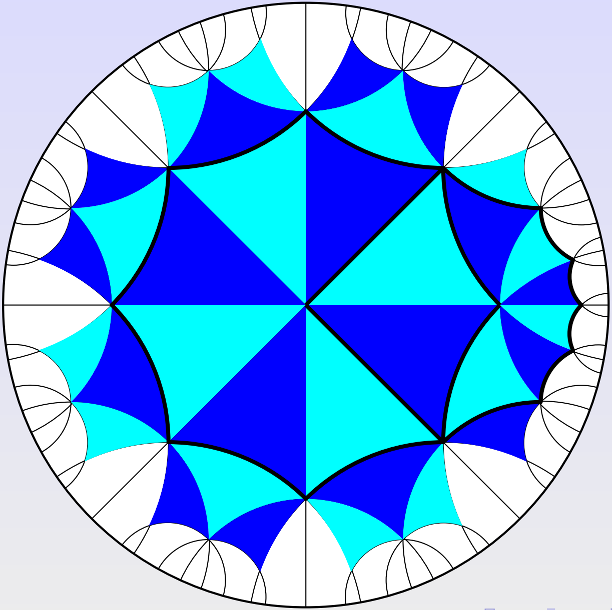
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



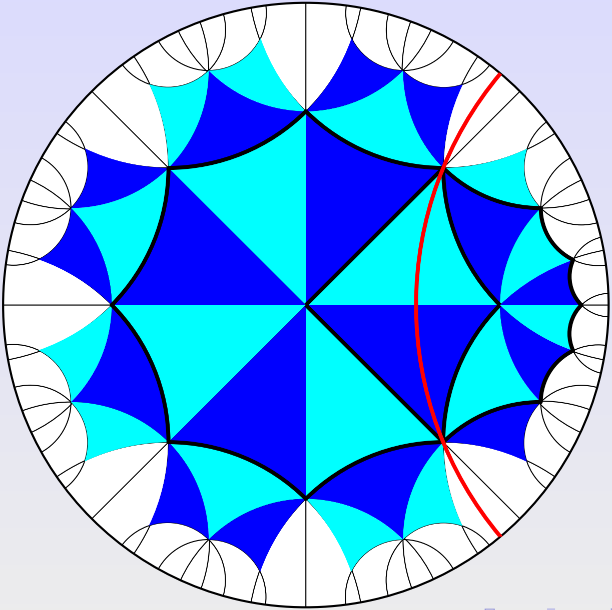
Pavage hyperbolique de type $(4,4,4)$



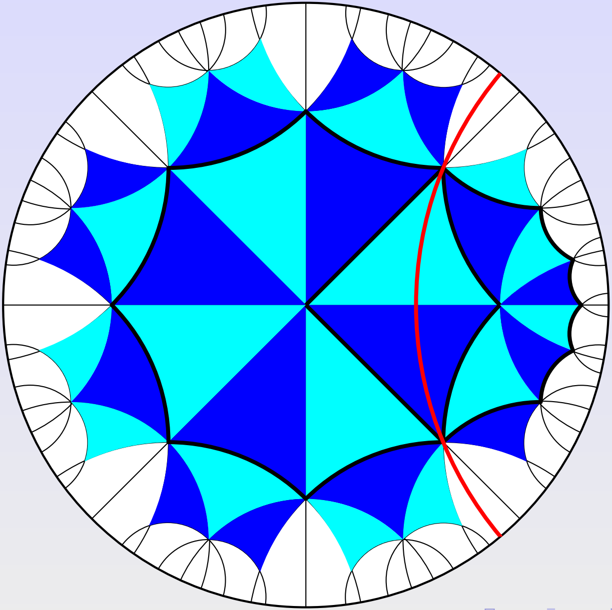
Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



Pavage hyperbolique de type $(4, 4, 4)$



Pavage hyperbolique de type $(4,4,4)$



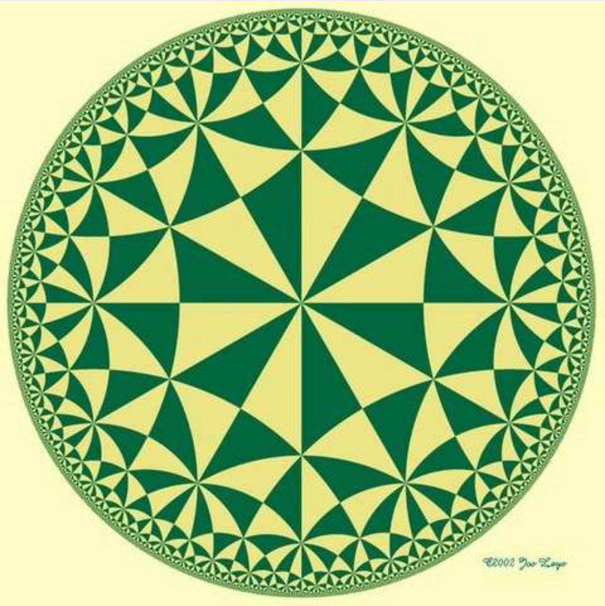
Pavages hyperboliques

Pavages hyperboliques

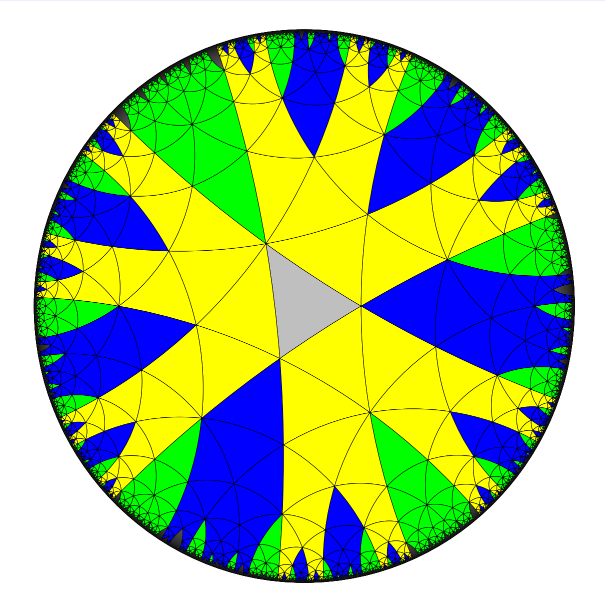
Théorème (Poincaré)

Soient p, q *et* r *trois entiers* $\geqslant 2$ *tels que* $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} + \dfrac{1}{r} < 1$. *Alors le disque de Poincaré admet un pavage de type* (p, q, r).

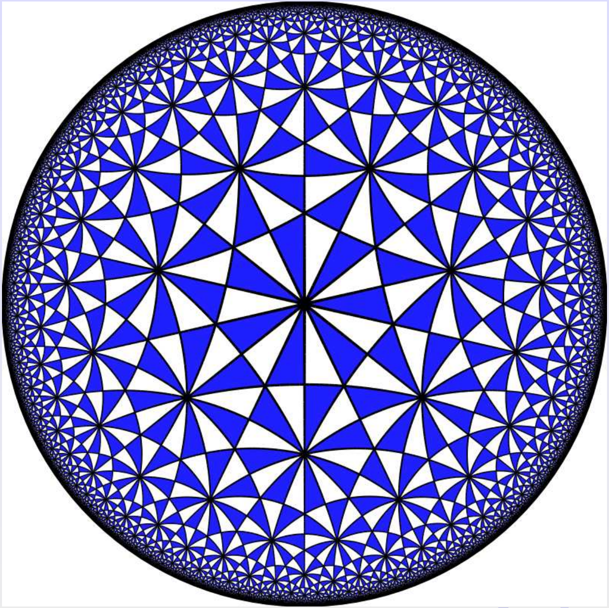
Pavage hyperbolique de type $(2, 4, 6)$



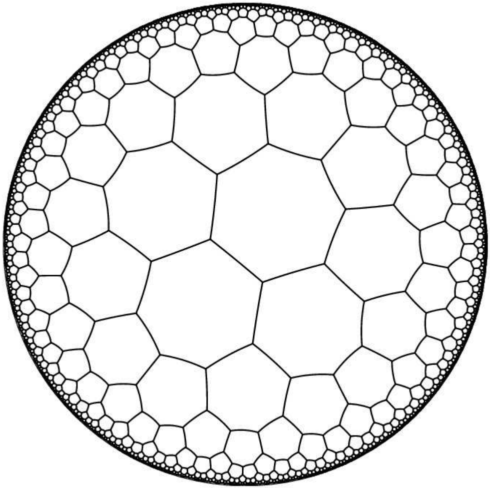
Pavage hyperbolique de type $(3, 3, 4)$



Pavage hyperbolique de type $(2, 3, 7)$

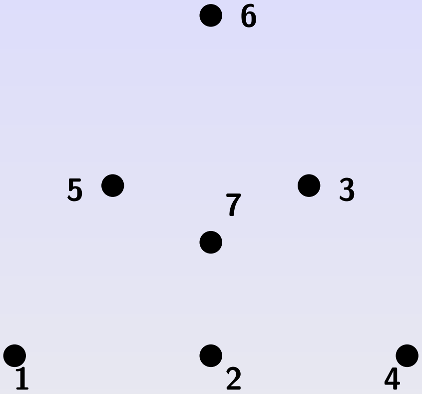


Pavage hyperbolique heptagonal

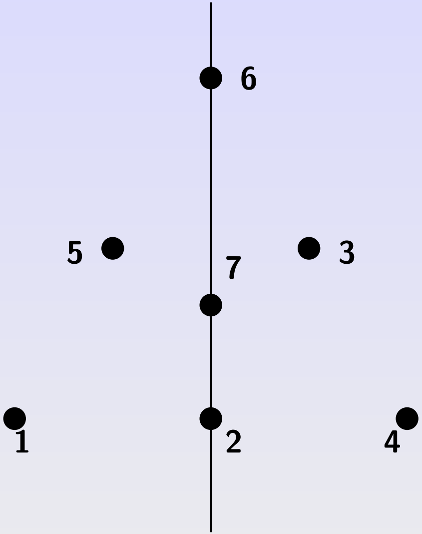


Une géométrie discrète

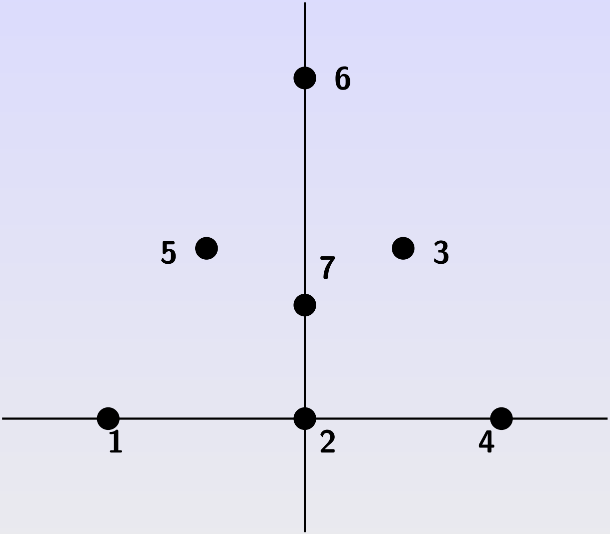
Une géométrie discrète



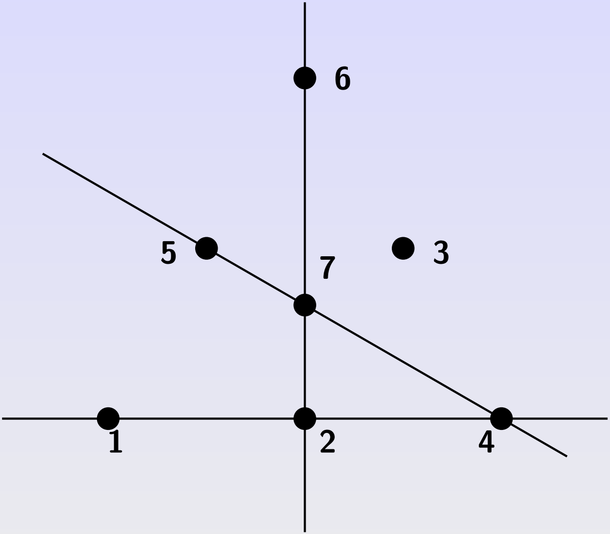
Une géométrie discrète



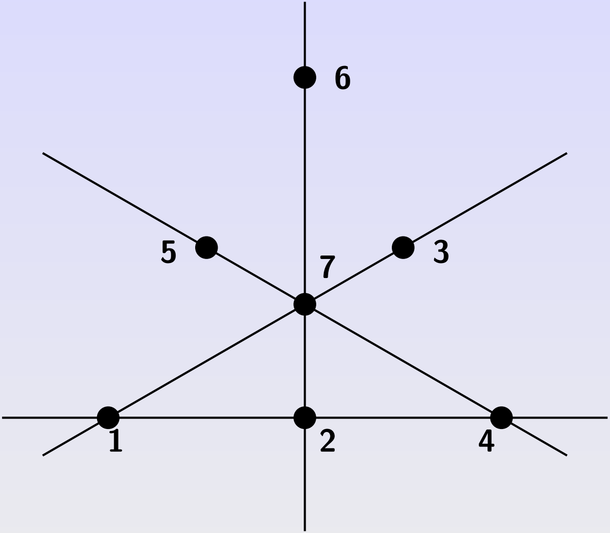
Une géométrie discrète



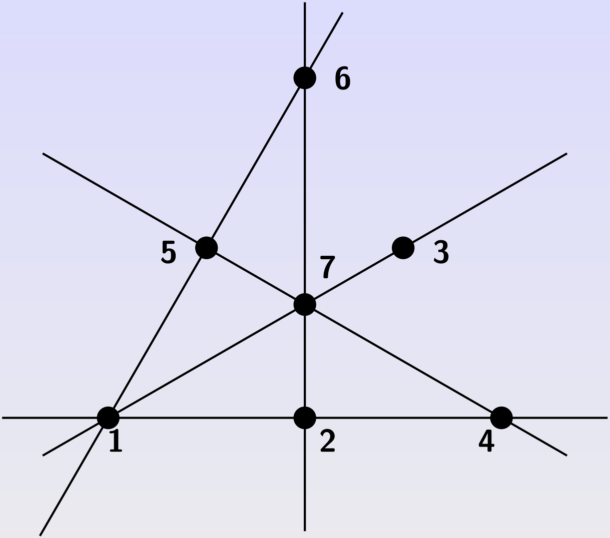
Une géométrie discrète



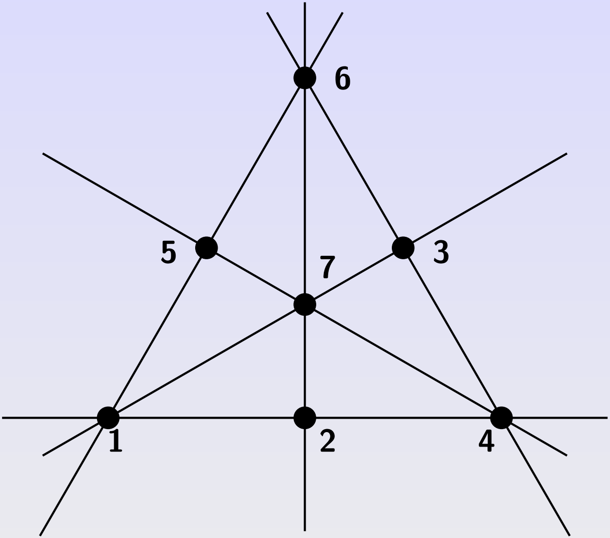
Une géométrie discrète



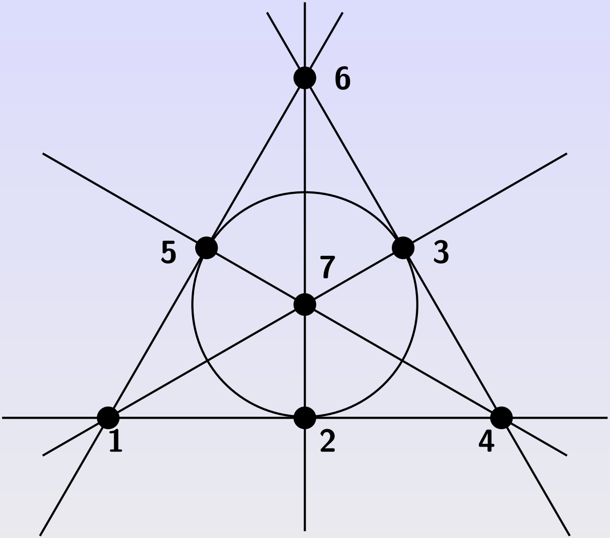
Une géométrie discrète



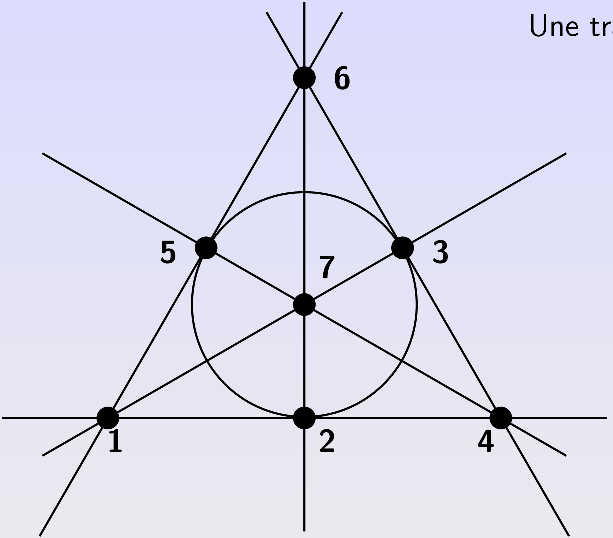
Une géométrie discrète



Une géométrie discrète



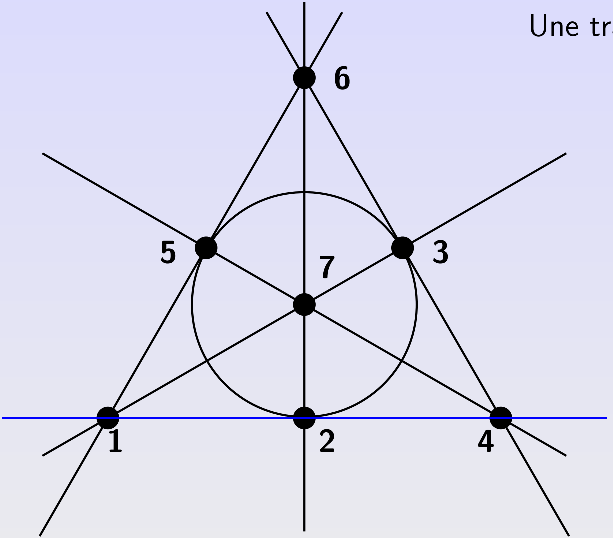
Une géométrie discrète



Une transformation amusante

$$1 \longmapsto 2$$
$$2 \longmapsto 3$$
$$3 \longmapsto 4$$
$$4 \longmapsto 5$$
$$5 \longmapsto 6$$
$$6 \longmapsto 7$$
$$7 \longmapsto 1$$

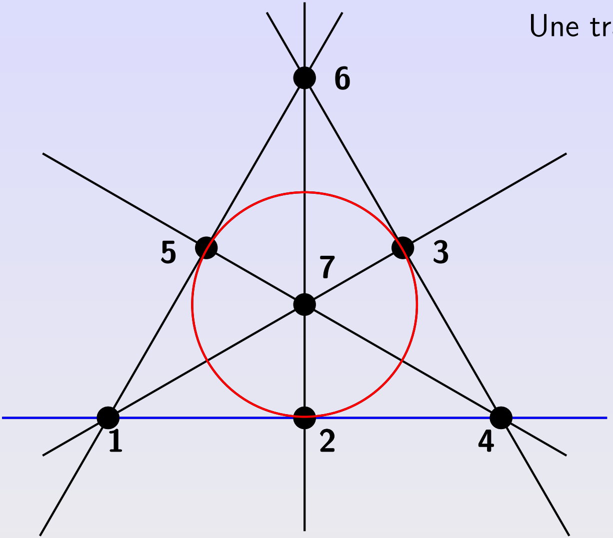
Une géométrie discrète



Une transformation amusante

$1 \longmapsto 2$
$2 \longmapsto 3$
$3 \longmapsto 4$
$4 \longmapsto 5$
$5 \longmapsto 6$
$6 \longmapsto 7$
$7 \longmapsto 1$

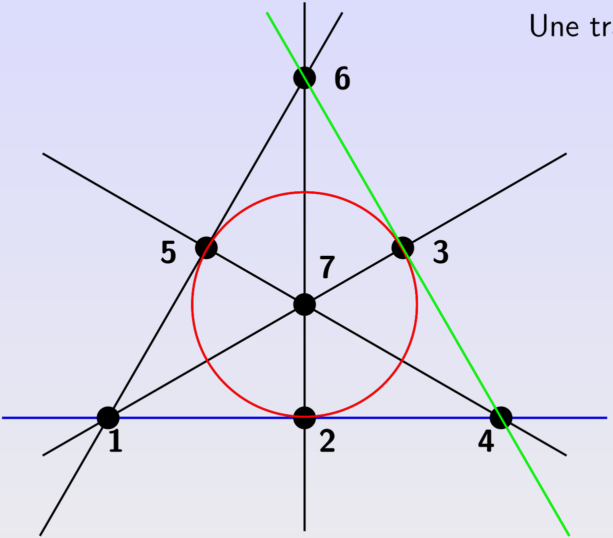
Une géométrie discrète



Une transformation amusante

$1 \longmapsto 2$
$2 \longmapsto 3$
$3 \longmapsto 4$
$4 \longmapsto 5$
$5 \longmapsto 6$
$6 \longmapsto 7$
$7 \longmapsto 1$

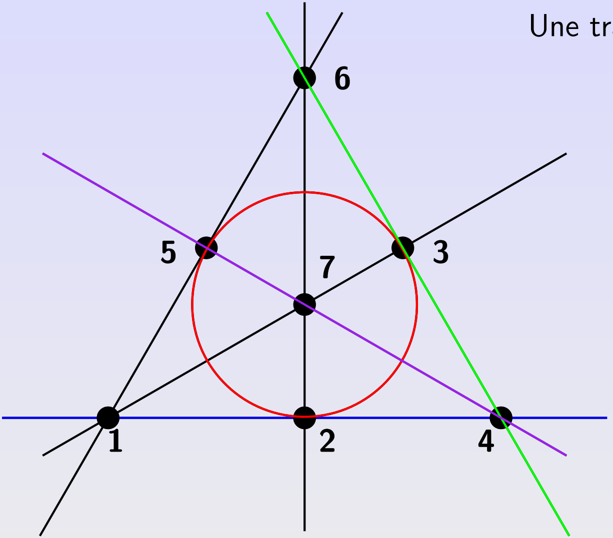
Une géométrie discrète



Une transformation amusante

$1 \longmapsto 2$
$2 \longmapsto 3$
$3 \longmapsto 4$
$4 \longmapsto 5$
$5 \longmapsto 6$
$6 \longmapsto 7$
$7 \longmapsto 1$

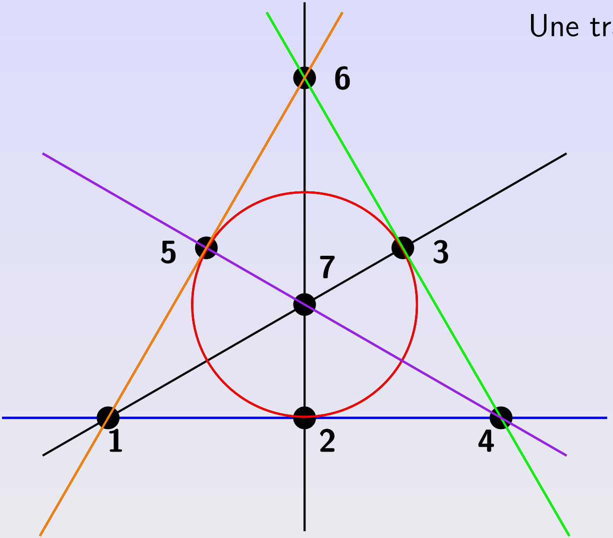
Une géométrie discrète



Une transformation amusante

$1 \longmapsto 2$
$2 \longmapsto 3$
$3 \longmapsto 4$
$4 \longmapsto 5$
$5 \longmapsto 6$
$6 \longmapsto 7$
$7 \longmapsto 1$

Une géométrie discrète



Une transformation amusante

$1 \longmapsto 2$

$2 \longmapsto 3$

$3 \longmapsto 4$

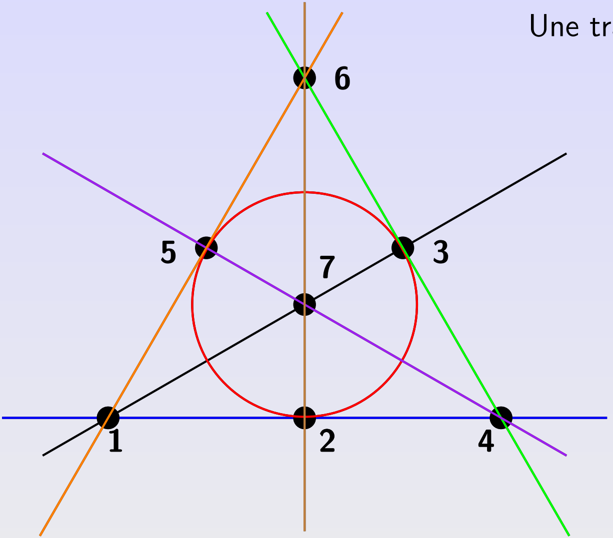
$4 \longmapsto 5$

$5 \longmapsto 6$

$6 \longmapsto 7$

$7 \longmapsto 1$

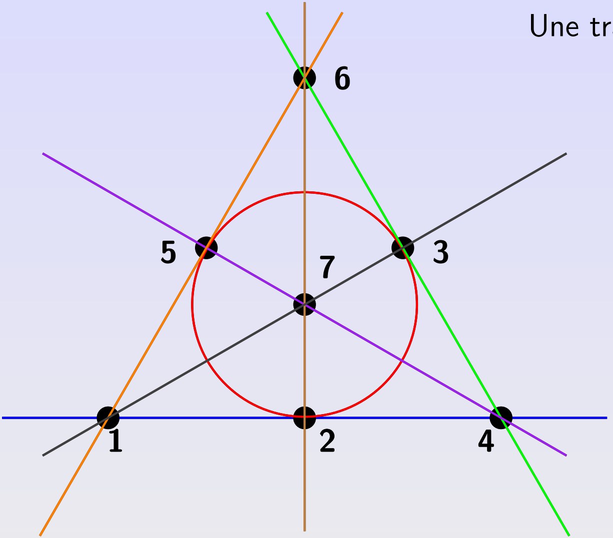
Une géométrie discrète



Une transformation amusante

$1 \longmapsto 2$
$2 \longmapsto 3$
$3 \longmapsto 4$
$4 \longmapsto 5$
$5 \longmapsto 6$
$6 \longmapsto 7$
$7 \longmapsto 1$

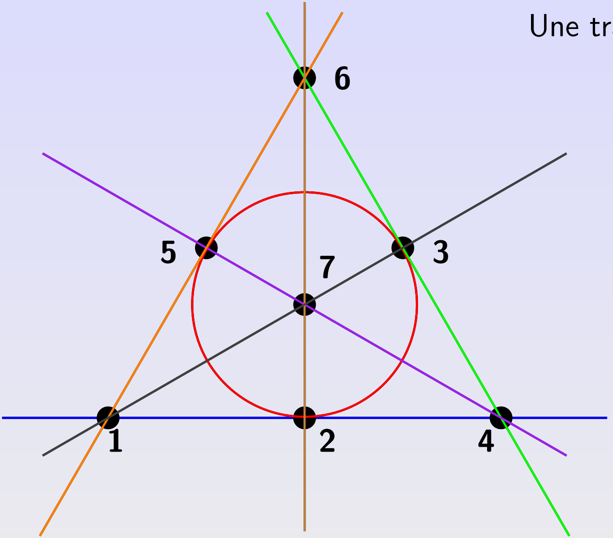
Une géométrie discrète

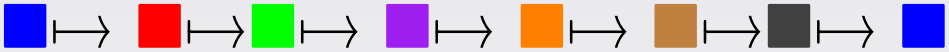


Une transformation amusante

$1 \longmapsto 2$
$2 \longmapsto 3$
$3 \longmapsto 4$
$4 \longmapsto 5$
$5 \longmapsto 6$
$6 \longmapsto 7$
$7 \longmapsto 1$

Une géométrie discrète

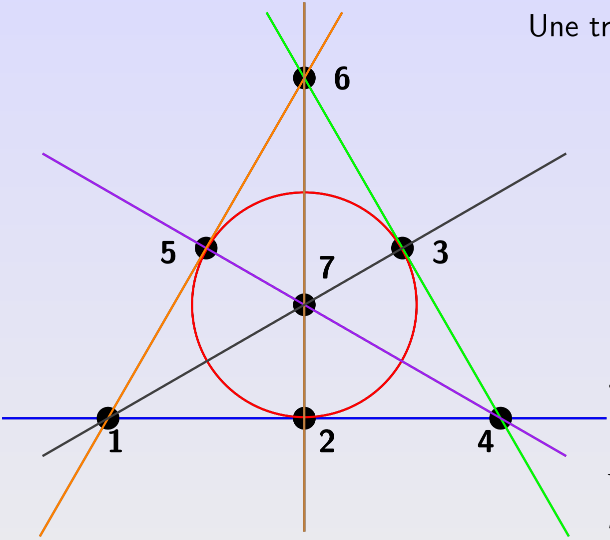


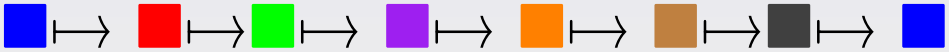


Une transformation amusante

$1 \longmapsto 2$
$2 \longmapsto 3$
$3 \longmapsto 4$
$4 \longmapsto 5$
$5 \longmapsto 6$
$6 \longmapsto 7$
$7 \longmapsto 1$

Une géométrie discrète





Une transformation amusante

$1 \longmapsto 2$
$2 \longmapsto 3$
$3 \longmapsto 4$
$4 \longmapsto 5$
$5 \longmapsto 6$
$6 \longmapsto 7$
$7 \longmapsto 1$

Théorème. *Il y a 168 permutations de* $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ *qui préservent l'alignement.*

Dobble

Dobble

Dobble (suite)

Dobble (suite)

Théorème

Si $n - 1$ est une puissance d'un nombre premier, alors il existe un "Dobble" vérifiant :

- *chaque carte contient n figurines.*
- *chaque figurine appartient à n cartes.*
- *au total, il y a $n^2 - n + 1$ figurines ("points") et $n^2 - n + 1$ cartes ("droites").*

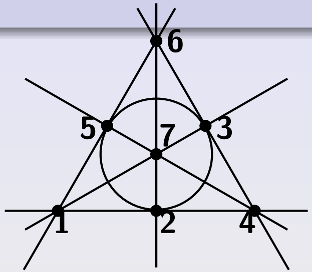
Dobble (suite)

Théorème

Si $n-1$ est une puissance d'un nombre premier, alors il existe un "Dobble" vérifiant :

- *chaque carte contient n figurines.*
- *chaque figurine appartient à n cartes.*
- *au total, il y a n^2-n+1 figurines ("points") et n^2-n+1 cartes ("droites").*

Exemples. (1) $n=3 \Longrightarrow$



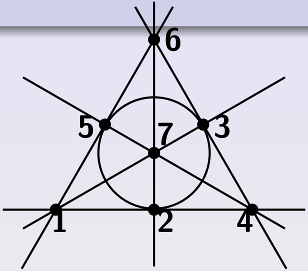
Dobble (suite)

Théorème

Si $n-1$ est une puissance d'un nombre premier, alors il existe un "Dobble" vérifiant :

- *chaque carte contient n figurines.*
- *chaque figurine appartient à n cartes.*
- *au total, il y a n^2-n+1 figurines ("points") et n^2-n+1 cartes ("droites").*

Exemples. (1) $n=3 \Longrightarrow$



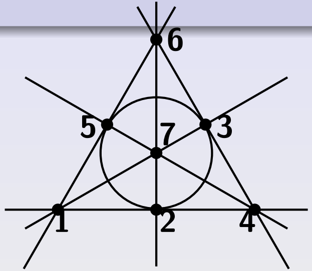
(2) $n=8 \Longrightarrow$ "vrai Dobble"

Dobble (suite)

Théorème

Si $n-1$ est une puissance d'un nombre premier, alors il existe un "Dobble" vérifiant :

- *chaque carte contient n figurines.*
- *chaque figurine appartient à n cartes.*
- *au total, il y a n^2-n+1 figurines ("points") et n^2-n+1 cartes ("droites").*



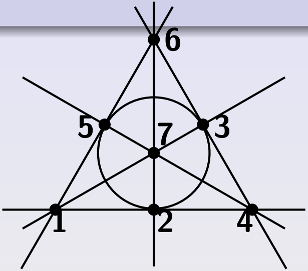
Exemples. (1) $n=3 \Longrightarrow$
(2) $n=8 \Longrightarrow$ "vrai Dobble"
(3) $n=6 \Longrightarrow$ "Dobble junior"

Dobble (suite)

Théorème

Si $n-1$ est une puissance d'un nombre premier, alors il existe un "Dobble" vérifiant :

- *chaque carte contient n figurines.*
- *chaque figurine appartient à n cartes.*
- *au total, il y a n^2-n+1 figurines ("points") et n^2-n+1 cartes ("droites").*



Exemples. (1) $n=3 \Longrightarrow$
(2) $n=8 \Longrightarrow$ "vrai Dobble"
(3) $n=6 \Longrightarrow$ "Dobble junior"

Remarque. Si $q=n-1$, alors il y a $q^3(q^2-1)(q^3-1)$ permutations qui préservent les cartes

Dobble (suite)

Dobble (suite)

Théorème

- *Si $n = 7$ ou 15, alors il n'existe pas de "Dobble" avec ces propriétés (Brook & Ryser, 1949)*

Dobble (suite)

Théorème

- *Si* $n = 7$ *ou* 15*, alors il n'existe pas de "Dobble" avec ces propriétés (Brook & Ryser, 1949)*
- *Si* $n = 11$*, alors il n'existe pas de "Dobble" avec ces propriétés (Lam, 1989)*

Dobble (suite)

Théorème

- *Si $n = 7$ ou 15, alors il n'existe pas de "Dobble" avec ces propriétés (Brook & Ryser, 1949)*
- *Si $n = 11$, alors il n'existe pas de "Dobble" avec ces propriétés (Lam, 1989)*

Remarque : pour $n = 13$, on ne sait toujours pas, même si on pense fortement que c'est impossible !