

**Rencontres "Arbre de Noël" 2015**  
**du GDR Géométrie Non-Commutative**  
**3-5 décembre 2015**

**Résumés des exposés**

**Cédric Arhancet (Lycée Pierre Rouge, Montpellier)** - *Multiplicateurs de Schur et de Fourier décomposables sur les espaces  $L^p$  non commutatifs.*

Un opérateur  $T: L^p(\Omega) \rightarrow L^p(\Omega)$  est dit décomposable si c'est une combinaison linéaire d'opérateurs positifs  $T_k$ , i.e  $T_k(f) \geq 0$  si  $f \geq 0$ . Dans cet exposé, on étend cette notion aux opérateurs agissant sur les espaces  $L^p$  non commutatifs et on décrira les multiplicateurs de Schur décomposables et les multiplicateurs de Fourier décomposables pour certaines classes de groupes localement compacts ou pour les tores non commutatifs. Cet exposé est basé sur un travail en collaboration avec Christoph Kriegler.

**Rémi Boutonnet (Institut Mathématique, Bordeaux)** - *Algèbres de von Neumann de groupes; approche dynamique.*

Cet exposé portera sur des travaux en collaboration avec A. Carderi. Je vais illustrer comment on peut utiliser des systèmes dynamiques topologiques pour étudier des algèbres de von Neumann de groupes (groupes hyperboliques, réseaux dans des groupes de Lie...). Notamment je donnerai une condition dynamique générale assurant qu'un sous-groupe moyennable  $\Lambda < \Gamma$  donne lieu à une sous-algèbre maximale moyennable  $L\Lambda \subset L\Gamma$ . Je déduirai également des preuves simples de résultats de type solidité établis par Ozawa et Ozawa-Popa.

**Arnaud Brothier (Univ. Vanderbilt, Etats-Unis)** - *Propriétés d'approximation et sous-facteurs.*

Si  $G$  est un groupe agissant transitivement sur un graphe bipartite, alors on peut lui associer une algèbre planaire (et donc un sous-facteur). La fermeture de  $G$  pour la topologie produit est un groupe localement compact et totalement déconnecté. Nous montreront que si cette fermeture est moyennable, faiblement moyennable, a la propriété de Haagerup ou n'a pas la propriété (T), alors l'algèbre planaire et le sous-facteur associés vérifient la même propriété. Nous construirons une famille infinie d'algèbres planaires dont l'indice est non entier, qui sont non moyennables, mais sont faiblement moyennables et ont la propriété de Haagerup.

**Clément Dell'aiera (Univ. Metz)** - *K-théorie quantitative et groupoïdes.*

Suivant les travaux de H. Oyono-Oyono et de G. Yu sur les espaces métriques, nous construisons des applications d'assemblage à valeurs dans la K-théorie contrôlée de la  $C^*$ -algèbre réduite d'un groupoïde étale  $G$  muni d'une longueur propre. Nous

reliens ensuite ces applications l'application d'assemblage de Baum-Connes pour  $G$ , ainsi que les conjectures associées.

**Olivier Gabriel (Univ. Copenhague, Danemark)** - *Déformations conformes et triplets spectraux tordus.*

Dans un premier temps, je rappellerai la construction d'un triplet spectral à partir d'une action ergodique d'un groupe de Lie compact. Nous verrons ensuite comment adapter cette construction pour obtenir un complexe de formes différentielles non-commutatives et un opérateur de Hodge-de Rham. Nous déformons ensuite cet opérateur à l'aide d'un facteur conforme pour obtenir un triplet spectral tordu, et nous prouvons que ce dernier a un degré de sommabilité fini. Enfin, la théorie de Hodge s'adapte à ce cadre et permet de relier l'indice de l'opérateur de Hodge-de Rham à la cohomologie du complexe différentiel.

**Antoine Gournay (Univ. Dresden, Allemagne)** - *Plongement de groupes dans des espaces de Hilbert et fonctions harmoniques.*

Cet exposé porte sur des travaux en collaboration avec P.-N. Jolissaint. Les plongements de groupes dans les espaces de Hilbert permettent de révéler un certain nombre de propriétés dudit groupe (e.g. conjecture de Novikov, e.g. propriété de Haagerup). Certains plongements dits équivariants sont reliés à la cohomologie des représentations unitaires. Dans ce contexte, j'expliquerai pourquoi et dans quelle mesure les plongements "harmoniques" sont des plongements presque optimaux. Pour le groupe d'automorphismes d'un arbre régulier, nous montrons que le plongement harmonique est effectivement le meilleur possible. Je mentionnerai aussi comment obtenir des conséquences sur la cohomologie des représentations de résultats sur les fonctions harmoniques. Par exemple, la généralisation (partielle) d'un résultat de Guichardet: la cohomologie réduite de toute représentation  $c_0$  d'un groupe qui admet une infinité de classes de conjugaisons finies est triviale.

**David Jondreville (Univ. Reims)** - *Déformation des  $C^*$ -algèbres pour les actions de corps locaux.*

Notre objectif est de développer, dans le cadre d'une quantification équivariante, une théorie de déformation de  $C^*$ -algèbres, munies d'une action d'un espace vectoriel de dimension paire sur un corps local non-archimédien de caractéristique différente de 2. Nous étendons ainsi la théorie de déformation des  $C^*$ -algèbres, initiée par M. Rieffel, pour des groupes qui ne sont plus nécessairement des groupes de Lie. Notre construction se base sur la quantification de Weyl  $p$ -adique, introduite par S. Haran, puis étendue par A. Bechata et A. Unterberger.

**Ana Khukhro (Univ. Neuchtel, Suisse)** - *Box spaces, diameter, and expanders.*

A box space is a metric space which can be constructed using a finitely generated, residually finite group. Encoding both algebraic and geometric information, these spaces are extremely effective at capturing properties of the groups from which

they arise. For this reason, box spaces are good candidates for examples and counterexamples in coarse geometry. In this talk, we will investigate these connections between group theory and geometry, and give some applications for constructions of expander graphs.

**Adrien Le Boudec (Univ. Catholique de Louvain, Belgique)** - *C\*-simplicité and the amenable radical.*

We will first survey recent results of Kalentzar-Kennedy and Breuillard-Kalentzar-Kennedy-Ozawa about the connection between the C\*-simplicity of a discrete countable group and its boundary actions. We will then explain the construction of non-C\*-simple groups with no amenable normal subgroup. These groups act on a (Christmas) tree, and some examples arising from this construction are moreover finitely generated and simple.

**Francois Le Maitre (Univ. Diderot, Paris)** - *Actions non libres de groupes libres.*

Dans cet exposé, on expliquera pourquoi toute relation d'équivalence préservant la mesure ergodique de coût strictement inférieur à  $n$  provient d'une action fidèle mais très non libre du groupe libre à  $n$  générateurs.

**Nicolas Matte Bon (Univ. Orsay)** - *Simple groups with the Liouville property.*

In 2012 Juschenko and Monod provided the first examples of finitely generated simple groups that are amenable. I will present a different proof of the existence of such groups, from 2014, based on random walk entropy. This proof applies to a more restricted class of simple groups, but it shows more: existence of simple groups with the Liouville property (absence of non-constant bounded harmonic functions on the group Cayley graphs), and provides explicit estimates of the Følner profile. The groups considered are "topological full groups": groups acting on a Cantor set with prescribed local dynamics. I will then discuss many examples, including some that contain isomorphic copies of Grigorchuk groups and some relatives of the "universal Grigorchuk group".

**Victor Nistor (Univ. Lorraine)** - *Famille des représentations et inversibilité des opérateurs dans les C\*-algèbres.*

Je vais définir et étudier des familles des représentations  $F$  d'une C\*-algèbre  $A$  avec la propriété qu'un élément  $a$  dans  $A$  soit inversible si, et seulement si,  $r(a)$  est inversible pour tout  $r$  dans  $F$ . Je vais aussi expliquer des applications dans la théorie spectrale, théorie d'indice, et équations aux dérivées partielles. Une partie de ces résultats ont été obtenu en collaboration avec Nicolas Prudhon ou avec Vladimir Georgescu.

**Michaël Ulrich (Univ. Franche-Comt)** - *Vers une meilleure compréhension des groupes duaux: état et trace de Haar.*

Les groupes quantiques ont fait l'objet d'une recherche approfondie. Néanmoins, un autre concept, introduit par Voiculescu dans les années 80 n'a pour l'instant fait l'objet que de peu de considérations; il s'agit des groupes duaux. Après avoir rappelé la définition de ces groupes, cet exposé étudiera quelle notion d'état de Haar peut être définie sur le groupe dual unitaire et montrera que la notion vraiment pertinente sur cet objet est la trace de Haar. Joint work avec Guillaume Cébron (Universität des Saarlandes, Allemagne)

**Pierre Ueber (ENS Lyon)** - *KK-théorie des systèmes semi-circulaires  $A$ -valués.*

En reprenant les travaux de Pimsner sur la KK-théorie des algèbres de Toeplitz généralisées, on va pouvoir calculer la KK-théorie d'une classe d'algèbres plus grande, celles engendrées par des combinaisons linéaires d'opérateurs de création et d'annihilation. Travail en commun avec Emmanuel Germain.