

**Université de Rennes 1 - U.F.R. de Mathématiques**  
Licence de Mécanique  
Année universitaire 2004-2005  
Module MMM2

**Contrôle continu du 5 avril 2005**

**Exercice 1**

Calculer par la méthode des résidus :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}.$$

**Exercice 2**

Soit  $\alpha$  un nombre complexe de module  $|\alpha| \neq 1$ . Calculer l'intégrale :

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 - 2\alpha \cos \theta + \alpha^2}.$$

**Exercice 3**

Soit  $n$  un entier supérieur ou égal à 2. Montrer que l'on a

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1 + x^n} = \frac{\pi/n}{\sin(\pi/n)}.$$

*Indication* : On intégrera la fonction  $\frac{1}{1+z^n}$  le long du contour formé par le segment  $[0, R]$  de l'axe réel positif, l'arc de cercle représenté par  $Re^{i\theta}$ ,  $0 \leq \theta \leq \frac{2\pi}{n}$ , et le segment représenté par  $re^{2i\pi/n}$ ,  $0 \leq r \leq R$ .