

## TD 2 : Statistique inférentiel

### 1 Tester une différence entre produits

**Exercice 1. Épreuve triangulaire** Pour tester la discernabilité de deux bières stout pression  $A$  et  $B$ , on utilise l'épreuve triangulaire. On demande à 24 testeurs d'identifier l'échantillon singulier parmi trois présentés successivement :  $X, Y, Z$ . On obtient les réponses suivantes :

Echantillons																								
X	A	A	B	B	B	A	A	A	B	B	B	A	A	A	B	B	B	A	A	A	B	B	B	A
Y	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
Z	B	A	A	A	B	B	B	A	A	A	B	B	B	A	A	A	B	B	B	A	A	A	B	B
Réponse	Z	Y	Y	Z	X	Y	Z	Y	X	X	Y	X	Z	Y	Y	Z	X	X	Y	Y	X	Y	Z	X

- Justifier l'effectif de testeurs utilisé ainsi que le motif (ordre) des présentations de produits. Quel était l'effectif supérieur immédiatement envisageable ?
- Calculer un intervalle de confiance approché de niveau 0.95 pour la proportion théorique  $\pi$  de testeurs parvenant à discerner les deux bières.
- Réaliser le test exact afin de tester si les deux bières sont discernables (prendre le niveau 0.05 et indiquer la  $p$ -valeur). Calculer la puissance de ce test lorsque  $\pi = 0.2$ , puis  $\pi = 0.5$ .
- Réaliser le test approché pour la discernabilité des bières. Quel effectif devrait-on dépasser pour que le risque de deuxième espèce soit inférieur à 0.05 lorsque  $\pi = 0.2$  ?
- Si l'on voulait une épreuve utilisant le même schéma statistique, mais conduisant à un risque de seconde espèce plus bas (test plus puissant pour un même niveau  $\alpha$ ), quelle épreuve devrait-on choisir ? Quelle est la contrainte nouvelle que cette épreuve impose par rapport à la triangulaire ?

**Exercice 2. Épreuve quadrangulaire** Pour tester la discernabilité de crèmes brûlées  $A$  et  $B$ , on utilise l'épreuve quadrangulaire suivante. On demande à 24 testeurs d'identifier l'échantillon singulier parmi quatre présentés successivement :  $X, Y, Z$ , et  $T$ . L'expérimentateur procède chaque mercredi pendant 3 semaines à une séance avec 8 testeurs. Les nombres de réponses correctes obtenues sont : 4 à la 1ère séance, 5 à la 2ème, 3 à la 3ème.

- Faire les questions 1 à 4 de l'exercice précédent.
- Utiliser la méthode séquentielle de Wald, avec  $\alpha = 0.05$  et  $\beta = 0.05$  pour  $\pi = 0.2$ , afin de déterminer si la troisième séance était bien nécessaire.

**Exercice 3. Appariement** On désire juger globalement de la discernabilité de trois arômes de vanille :  $A$  qui est naturel et  $B$  et  $C$  qui sont artificiels. On présente à chacun de 24 juges les trois produits identifiés, puis trois échantillons  $X, Y, Z$  choisis parmi  $\{A, B, C\}$  (avec répétition possible *a priori*) qu'on leur demande d'identifier. On obtient les résultats suivants :

Echantillons																								
X	A	A	B	B	C	C	A	A	B	B	C	C	A	A	B	B	C	C	A	A	B	B	C	C
Y	B	C	A	C	A	B	B	C	A	C	A	B	B	C	A	C	A	B	B	C	A	C	A	B
Z	C	B	C	A	B	A	C	B	C	A	B	A	C	B	C	A	B	A	C	B	C	A	B	A
Réponses																								
X	A	B	B	B	B	B	A	A	B	B	B	B	A	B	B	B	B	B	A	A	C	B	B	C
Y	C	B	A	B	A	C	C	C	A	C	A	C	B	C	A	C	A	C	B	C	A	B	A	A
Z	C	C	C	A	B	A	C	B	B	A	B	A	C	B	B	A	B	A	C	B	C	A	B	A

1. Justifier l'effectif de testeurs utilisé ainsi que le motif des présentations de produits. Quel était l'effectif supérieur immédiatement envisageable?
2. Réaliser le test de afin de tester si les arôme sont discernables au niveau 0.05.
3. Réaliser les tests d'identifiabilité composante par composante.
4.  $B$  est-il confondu avec  $C$ ? Et  $C$  avec  $B$ ?

## 2 Classer des produits

**Exercice 4. Classement** On désire s'assurer qu'une échelle géométrique de 5 concentrations d'acide citrique est bien reconnue. Les concentrations sont numérotées de  $C_1, C_2, \dots, C_5$ , par ordre d'acidité croissante. On demande à 20 juges de goûter les 5 concentrations présentées en aveugle et de les classer par acidité croissante. On obtient les classements suivants (chaque colonne contient les rangs donnés aux 5 concentrations par le juge correspondant) :

juge	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$C_1$	1	2	1	1	3	2	1	1	2	3	2	1	1	1	1	2	2	1	2	1
$C_2$	2	1	3	3	1	1	2	2	1	1	1	2	2	2	2	1	3	2	1	2
$C_3$	3	3	2	2	2	3	3	3	3	2	4	3	3	3	3	3	1	3	4	3
$C_4$	5	4	4	5	5	4	4	4	4	4	3	4	5	4	4	4	5	5	3	4
$C_5$	4	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	4	5	5

1. Tester aux niveaux  $\alpha = 0.05$ , puis  $\alpha = 0.01$ ,  $H_0$  : le classement s'est fait au hasard contre  $H_1$  : le classement ne s'est pas fait au hasard. Conclusion?
2. Tester aux niveaux  $\alpha = 0.05$ , puis  $\alpha = 0.01$ ,  $H_0$  : le classement s'est fait au hasard contre  $H_1$  : le classement s'est fait correctement. Conclusion?
3. Calculer la plus petite distance significative. Quelles sont les paires de concentrations significativement distinguées?

### Exercice 5. Comparaison de deux apéritifs à la gentiane sur une échelle d'amertume

On a demandé à 24 juges de noter entre 0 et 10 l'amertume de deux apéritifs à la gentiane  $A$  et  $B$ . On obtient les notes suivantes :

juge	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
produit A	6	7.3	6.8	5.9	7.9	7.1	8	5.9	6.8	4	5.5	5.1	5.2	6.6	6.3	6.9	5.9	6.1	7.4	7.3	7.9	8.1	8	5.8
produit B	7.1	8.1	7.5	6.2	8.7	8.5	7.9	7.5	6.2	6.8	5.8	6.7	6.8	7.1	7.8	6.5	6	7.4	7.9	8.2	8.6	8.9	9	8

1. Décrire une façon rapide de présenter à chaque juge l'échelle d'amertume afin qu'il y repère les deux apéritifs.
2. Lequel des deux apéritifs semble être trouvé en moyenne plus amer? Vous semble-t-il que les juges notent de façon suffisamment similaire?
3. Tester au niveau 0.05 la significativité statistique de la différence d'amertume constatée en moyenne pour  $A$  et  $B$  :
  - (a) Dans le cadre d'un modèle de notation à perturbations gaussiennes.
  - (b) Dans le cadre d'un modèle de notation non gaussien.

### Exercice 6. Notation multiple d'un produit par un jury

24 juges ont noté un soda sur trois échelles d'intensité (de 1 à 10), et ont signalé s'ils percevaient un arrière goût d'amertume ou non. Voici leurs réponses :

juge	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
flaveur	3	1	3	2	2	1	3	2	3	2	1	4	3	1	3	4	2	2	1	2	3	3	4	3
acidité	6	5	6	7	4	4	5	5	6	5	7	5	3	7	6	6	4	7	5	6	5	4	6	6
sucré	7	8	6	7	9	5	6	7	6	7	8	6	9	7	6	5	8	7	8	7	9	6	7	6
arrière-goût	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Présenter chaque variable séparément. Représenter globalement sous la forme radar *flaveur*, *acidité*, *sucré*.
2. Peut-on dire de façon statistiquement significative que l'acidité moyenne perçue est supérieure à 5?
3. Peut-on dire de façon statistiquement significative que moins d'une personne sur 3 perçoit l'arrière-goût? Moins d'une personne sur 2?