

Feuille de travaux dirigés Fonctions plusieurs variables - Feuille 1 -

Exercice 1

Soit $f(x, y) = \ln\left(\frac{x^2+xy}{y}\right)$. Vérifiez le théorème de Schwarz.

Exercice 2

Déterminer les extrema de $f(x, y) = 2xy - 2x^2 - y^2 - 2x + 6y - 8$

Exercice 3

Déterminer les extrema de $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$

Exercice 4

Déterminer les extrema de $f(x, y) = x^3 + y^3 + -3xy$

Exercice 5

Déterminer les extrema de $f(x, y) = \sin(x) + \cos(2y)$ sur $[0; \frac{\pi}{2}]^2$

Exercice 6

Si $u = x^2 - y^2$ avec $x = r \cos x$ et $y = r \sin x$. Calculer $\frac{\partial u}{\partial r}$ et $\frac{\partial u}{\partial \theta}$

Exercice 7

Résoudre l'EDP

$$y \frac{\partial f}{\partial x} - x \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

en utilisant le changement de variables

$$\begin{aligned} u &= x \\ v &= x^2 + y^2 \end{aligned}$$

Exercice 8

Soit $f(x, y) = g(u, v)$.

1. Résoudre l'EDP

$$3 \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

en utilisant le changement de variables

$$\begin{aligned}u &= x + y \\v &= x - 3y\end{aligned}$$

2. En utilisant les coordonnées polaires, calculer $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$.

3. Résoudre alors

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = \sqrt{x^2 + y^2}$$