

Feuilles de TD 1

January 20, 2008

1 Exercice 1 : Types de variables

Donnez le type détaillé de chaque variable que l'on a ici relevé sur un échantillon de personnes (quantitatif - discret ou continu, qualitatif - nominal ou ordinal)

- Le salaire mensuel net.
- L'âge.
- Êtes vous fumeur? (oui-non)
- Êtes vous favorable à l'application de la loi anti-tabac dans les bars? (Défavorable, Neutre, Favorable)
- Donnez une note représentant la qualité des services de bus à Besancon (1: pas du tout satisfaisante, 2: peu satisfaisante, 3: moyennement satisfaisante, 4: satisfaisante, 5: très satisfaisante)
- Combien de temps mettez vous pour vous rendre à votre lieu de travail/études? (0-10mn, 11-30mn, 31-mn-1h, plus d'une heure)
- Nombre de mensuel de sorties dans des bars, cafés ou restaurants.

2 Exercice 2 : calculs de probabilités

On lance deux dés à six faces. On note X et Y les résultats du premier et du second dé. Enumérez tous les résultats possibles pour (X, Y) . On suppose qu'il y *équiprobabilité* entre les différents résultats possibles.

1. Quels sont les valeurs possibles pour la somme $X + Y$?
2. Calculez $\mathbb{P}(X + Y = 1)$, $\mathbb{P}(X + Y = 2)$ et $\mathbb{P}(X + Y \leq 3)$.
3. Montrez que pour $2 \leq n \leq 12$, $\mathbb{P}(X + Y = n) = \mathbb{P}(X + Y = 14 - n)$.
4. Calculez $\mathbb{P}(X + Y = 5 | X \leq 3)$.

3 Exercice 3 : calculs de probabilités

Trois options sont offertes aux 50 élèves d'une classe : espagnol, latin, musique. Chaque élève choisit une ou plusieurs options. Il se trouve alors que dans cette classe,

- 31 élèves étudient l'espagnol,
- 22 élèves étudient le latin,
- 24 élèves étudient la musique,
- 12 élèves étudient l'espagnol et le latin,
- 12 élèves étudient l'espagnol et la musique,
- 6 élèves étudient le latin et la musique.

1. Représentez les données sous forme de "patates". Combien d'élèves étudient les trois options ?
2. On choisit un élève au hasard dans cette classe. Déterminer les probabilités des événements suivants :
 - (a) l'élève étudie l'espagnol,
 - (b) l'élève étudie seulement l'espagnol,
 - (c) l'élève étudie l'espagnol et le latin,
 - (d) l'élève étudie l'espagnol ou le latin,
 - (e) l'élève étudie uniquement une des deux langues : espagnol ou latin (il peut éventuellement faire aussi de la musique),
 - (f) l'élève étudie une seule des trois options.
 - (g) l'élève étudie l'espagnol, sachant qu'il étudie le latin.
3. Si on s'intéresse à toute la classe, y a-t-il indépendance entre le fait d'étudier l'espagnol et le fait d'étudier le latin ?
4. Même question que précédemment en ne s'intéressant qu'aux 24 élèves qui suivent l'option musique.

4 Exercice 4 : calculs de probabilités

Trois serveurs sont dédiés à la même activité internet, cette activité exige un échange de données plus ou moins fourni entre le client et le serveur. Il arrive que les opérations du serveur soient défectueuses: soit le serveur envoie trop lentement ses données, soit il exige trop de données de la part du client, qui ne peut les fournir assez rapidement. Au bout de la première journée de service, on comptabilise les connexions sur les trois serveurs. En voici le résumé.

	Serveur A	Serveur B	Serveur C	Total
Envoi insuffisant	125	154	121	400
Connexion ok	1920	1900	1480	5300
Réception insuffisante	155	46	99	300
Total	2200	2100	1700	6000

Si une connexion est choisie au hasard parmi les 6000 de la journée, quelle est la probabilité

1. que cette connexion ait fini par échouer ?
2. que cette connexion ait été effectuée sur le serveur B ?
3. que cette connexion soit bonne ou ait échoué pour réception insuffisante ?
4. que cette connexion se soit faite sur le serveur A et soit acceptable ?
5. que cette connexion se soit faite sur le serveur A et qu'elle ait échoué pour cause d'envoi insuffisant ?
6. que cette connexion ait été effectuée sur le serveur C sachant qu'elle a échoué par réception insuffisante.

5 Exercice 5 : résultat contre-intuitif ?

Un jeu télévisé consiste à faire choisir une boîte à un participant parmi trois boîtes fermées dont une seule contient un prix. Le présentateur ouvre alors, entre les deux restantes, une boîte ne contenant pas le prix. Il propose alors au participant de changer le choix initial de sa boîte. Celui-ci a-t-il intérêt à effectuer ce changement ou garder son choix ou n'y a-t-il pas de différence ?

Le résultat, trouvé par distinction des cas, pourra sembler contre-intuitif : l'information donnée par le présentateur paraît inutile car on sait bien qu'il y a toujours au moins une boîte vide parmi les deux restantes. Toutefois cette illusion peut être dissipée si l'on considère le même jeu avec 1000 boîtes et qu'après le choix du joueur, 998 boîtes vides sont ouvertes par le présentateur. Il semble plus évident que la boîte restante non ouverte a de très fortes chances de contenir le prix...

6 Exercice 6 : théorème de Bayes

7 Exercice 7 : calculs de probabilités -dur

On a posé à 100 étudiants les deux questions suivantes :

a) aimez-vous le théâtre ?

b) aimez-vous le cinéma ?

60 étudiants ont répondu oui à la première question.

50 étudiants ont répondu oui aux deux questions.

20 étudiants ont répondu non aux deux questions.

1. Y a-t-il indépendance entre aimer le cinéma et aimer le théâtre ?
2. On a choisi 3 étudiants au hasard, quelle est la probabilité que l'un au moins aime le cinéma ?
3. On choisit au hasard un étudiant parmi les 100, et ceci deux fois consécutives. Un seul apprécie le théâtre. Sachant cela, quelle est la probabilité que l'autre n'aime ni le cinéma ni le théâtre ?