**Université de Franche-Comté**
**Licence S1 - STARTER ST Analyse, 2009-2010**
**Groupe A (V. Lleras)**

*FEUILLE N° 4*

**Exercice 1.**
Utiliser la formule d'intégration par parties pour déterminer les primitives :

$$\int \text{Arcsin}(x)\ \mathrm{d}x\ ; \qquad \int x\ \sin(x)\ \mathrm{d}x\ ; \qquad \int (x^3+x^2)e^{4x}\ \mathrm{d}x.$$

**Exercice 2.**
**1.** Utiliser la formule d'intégration par parties pour déterminer : $\displaystyle\int \frac{t^2\ \mathrm{d}t}{(t^2+1)^2}\cdot$

**2.** En déduire : $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}t}{(t^2+1)^2} \ =\ \frac{t}{2(t^2+1)} + \frac{1}{2}\text{Arctan}(x) + C.$

**Exercice 3.**
On désigne par $I$ et $J$ des primitives :

$$I = \int \frac{\sin(x)}{\sin(x)+\cos(x)}\ \mathrm{d}x \quad \text{et} \quad J = \int \frac{\cos(x)}{\sin(x)+\cos(x)}\ \mathrm{d}x.$$

**1.** Calculer $I+J$.
**2.** Calculer $I-J$.
**3.** En déduire $I$ et $J$.

**Exercice 4.**
On considère l'intégrale : $\displaystyle I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left(1+\tan(x)\right)\ \mathrm{d}x.$

**1.** En posant : $u = \dfrac{\pi}{4} - x$, montrer l'égalité : $\displaystyle I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left(\frac{2}{1+\tan(u)}\right)\ \mathrm{d}u.$

**2.** En déduire $I = \dfrac{\pi}{8}\ \ln(2)\ \cdot$

**Exercice 5.**
Pour chacune des fractions suivantes, la décomposer en éléments simples (sur $\mathbb{R}$) et en donner une primitive.

$$\frac{1}{x^2+3x+2}\ ; \qquad \frac{x}{x^2+3x+2}\ ; \qquad \frac{x^2}{x^2+3x+2}\ ; \qquad \frac{x^4}{x^2+3x+2}\ ;$$

$$\frac{1}{x^3+6x^2+11x+6}\ ; \qquad \frac{1}{x^3+x}\ ; \qquad \frac{x}{x^3-4x^2+5x-2}.$$

**Exercice 6.**
Evaluer les primitives :

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2+2x+2}\ ; \qquad \int \frac{x+2}{x^2+2x+2}\ \mathrm{d}x\ ; \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{x^2+4}\ ; \qquad \int \frac{x+1}{x^2+4}\ \mathrm{d}x\ \cdot$$

**Exercice 7.**
**1.** En utilisant le changement de variable $u = e^t$, évaluer l'intégrale :

$$\int_0^1 \frac{\mathrm{d}t}{e^t+3}\ .$$

**2.** En utilisant le changement de variable $x = 2+\sin(t)$, évaluer l'intégrale :

$$\int_2^3 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{-x^2+4x-3}}\ .$$

**Exercice 8.**
Evaluer les primitives de l'intégrale $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{e^{2x}\ \text{sh}(2x)}$ en effectuant le changement de variable $u = e^x$ puis une décomposition en éléments simples.