Université de Franche-Comté
Licence S1 - STARTER ST Analyse, 2009-2010
Groupe A (V. Lleras)

FEUILLE N° 5

Exercice 1.
Soit f la fonction définie par $f(x) = e^{2x}$.
1. Quelle est la dérivée n-ième de la fonction f ?
2. Ecrire la formule de Taylor-Young pour cette fonction, à l'ordre n, au voisinage d'un point $x_0 = -1$.

Exercice 2.
Déterminer les développements limités des fonctions f suivantes, définies par l'expression de $f(x)$:
1.$f(x) = \dfrac{1}{1-3x}$ (à l'ordre 4 au voisinage de 0) ;
2. $f(x) = \sin 2x$ (à l'ordre 5 au voisinage de 0) ;
3. $f(x) = \ln(1-x^3)$ (à l'ordre 6 au voisinage de 0) ;
4. $f(x) = \sqrt{1-x}$ (à l'ordre 3 au voisinage de 0) ;

Exercice 3.
1. Déterminer le d.l.$_0(3)$ de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{9+x}\,\ln(1+3x)$.
2. Déterminer le d.l.$_0(4)$ de la fonction f définie par $f(x) = e^{x^2-x}$.
3. Déterminer le d.l.$_0(3)$ de la fonction f définie par $f(x) = \ln(2-x+x^2)$.
4. Déterminer le d.l.$_0(3)$ de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt[3]{(8-x)^2}$.

Exercice 4.
1. Déterminer, en vue de l'étude de ses branches infinies, un développement asymptotique à l'ordre 2, au voisinage de l'infini de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{(x+3)x}$.
2. Déterminer, en vue de l'étude de ses branches infinies, un développement asymptotique à l'ordre 2, au voisinage de l'infini de la fonction f définie par $f(x) = x\exp\left(\dfrac{x-1}{x^2}\right)$.

Exercice 5.
Déterminer à l'aide de développements limités les limites suivantes:
1. $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x}-e^x}{x^2}$;
2. $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x^2}-\cos x}{x^2}$;
3. $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 0} \frac{2\ln\cos 2x+\sin^2 2x}{x^4}$;
4. $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$;
5. $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow +\infty} x^2\left[\exp\left(\frac{x-1}{x^2}\right)-\sqrt{1+\frac{2}{x}}\right]$;
6. $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow +\infty} \left(1-\frac{3}{2x}\right)^x$.