Université de Montpellier
HAT203X - 2022-2023

Autorisé: A4 aide-mémoire; calculatrice, outil connecté: Non
Barême sur 20 - 2 points par question

---

1. On considère le phénomène ondulatoire décrit par $x(t) = \sin(-\frac{\pi}{2}t) + \cos(-\pi t)$ (utiliser la parité). Quelles sont les valeurs prises par la suite $x_{n\in\mathbb{N}} = x(t_n)$ en $t_0 = 0\,\mathrm{s}$, $t_1 = 1\,\mathrm{s}$, $t_2 = 2\,\mathrm{s}$ et $t_3 = 3\,\mathrm{s}$.

2. Expliciter et donner la valeur en $n = 100$ de $x_{n\in\mathbb{N}^*} = x_{n-1} - \log_2(2),\ x_0 = 100$ et $y_{n\in\mathbb{N}^*} = \log_2(\sqrt{2})y_{n-1},\ y_0 = 1$.

3. Quelle est la limite de la suite $y_0 = 0$, $y_n = \sqrt{y_{n-1}+1}$ pour $n > 0$. Illustrer graphiquement la convergence vers la limite à l'intersection de deux fonctions. Cette limite est le nombre d'Or très présent dans la nature.

4. Calculer en utilisant la linéarité de l'intégration, et en appliquant les techniques de changement de variables et d'intégration par parties:

$$\int_{-\pi}^{\pi}(4x\cos(x) - 3x^2\sin(x^3))\ dx$$

Justifier, si possible, votre réponse par des arguments de parité.

5. Résoudre $-ty'(t) - t^2y(t) + 2t^2 = 0,\ y(0) = 1,\ t > 0$.

6. Est-ce que les plans de $\mathbb{R}^3$, $P_1 : x+y+z = 0$ et $P_2 : x+y-2z = 1$ sont parallèles ? Sinon, décrire la droite de leur intersection en paramétrique.

7. Trouver l'intersection entre le plan passant par les points $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, -1, 1)$ et $C = (-1, -1, 1)$ et la surface $z = x^2 + y^2$.

8. Calculer le minimum de $f(x, y) = 2(x + 1)^2 + 4(y - 2)^2$ et le point où il est atteint.

9. Calculer les dérivées partielles premières et secondes de $f(x, y) = \sin(x^2 + y)$.

10. En utilisant l'integration en coordonnées sphériques, calculer le volume d'une boule de rayon $R = 1\ km$ (en considérant l'approximation $\pi \sim 3$).
La boule est constituée de 2 matériaux ayant comme masse volumique $\rho_1 = 10$ tonnes$/m^3$ pour $0 \leqslant r \leqslant 0.5\ km$ et $\rho_2 = 1$ tonnes$/m^3$ pour $0.5\ km < r \leqslant 1\ km$. Quel est le poids approximatif de la boule ?

Université de Montpellier
HAT203X - seconde chance

Autorisé: A4 aide-mémoire; calculatrice, outil connecté: Non
Barême sur 20 - 2 points par question

---

1. On considère le phénomène ondulatoire décrit par $x(t) = \cos(\frac{\pi}{3}t) - \sin(\frac{\pi}{2}t)$. Quelles sont les valeurs prises par la suite $x_{n\in\mathbb{N}} = x(t_n)$ en $t_0 = 0\,\mathrm{s}$, $t_1 = 1\,\mathrm{s}$, $t_2 = 2\,\mathrm{s}$ et $t_3 = 3\,\mathrm{s}$.

2. Que valent $x_{n\in\mathbb{N}^*} = x_{n-1}+2\cos(\pi),\ x_0 = 0$ et $y_{n\in\mathbb{N}^*} = \log_3(3^2)y_{n-1},\ y_0 = 1$ en $n = 100$.

3. Quelle est la limite de la suite $y_0 = 0,\ y_n = y_{n-1}^2 - 4$ pour $n > 0$. Illustrer graphiquement la convergence vers la limite à l'intersection de deux fonctions.

4. Calculer $\int_{-\pi}^{\pi}(x\sin(x) + 4x^3\cos(x^4))\ dx$

5. Résoudre $-t^2y'(t) - t^3y(t) + 2t^3 = 0,\ y(0) = 0,\ t > 0$.

6. Est-ce que les plans de $\mathbb{R}^3$, $P_1 : x - y + z = 1$ et $P_2 : x + y + z = 1$ sont parallèles ? Sinon, décrire la droite de leur intersection sous forme paramétrique.

7. Trouver l'intersection entre le plan passant par les points $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 1, 0)$ et $C = (1, -1, 0)$ et la surface $z = 18 - (2x^2 + 2y^2)$.

8. Calculer le minimum de $f(x, y) = 3(x - 10)^2 + 4(y + 20)^2$ et le point où il est atteint.

9. Calculer les dérivées partielles premières et secondes de $f(x, y) = \exp(x^3y)$.

10. En utilisant, respectivement, l'integration en coordonnées cylindriques et sphériques en 3 dimension, retrouver les volumes et surfaces du cylindre et de la sphère. Détailler les calculs. Quel objet a la surface la plus grande pour un volume d'1 m^3 et sera donc meilleur échangeur thermique.