Université de Montpellier
HAT203X

Autorisé: A4 aide-mémoire; calculatrice, outil connecté: Non
Barême sur 20 - 2 points par question

---

1. On considère le phénomène ondulatoire décrit par:
$$x(t) = 2\sin(\tfrac{\pi}{2}t) + 3\cos(-\pi t).$$
Quelles sont les valeurs prises par la suite $x_{n\in\mathbb{N}} = x(t_n)$ en $t_0 = 0\,\mathrm{s}$, $t_1 = 1\,\mathrm{s}$, $t_2 = 2\,\mathrm{s}$ et $t_3 = 3\,\mathrm{s}$.

2. Expliciter et donner la valeur en $n = 10$ de:
$$x_{n\in\mathbb{N}^*} = x_{n-1} - \log_2(2),\ x_0 = 0$$
et
$$y_{n\in\mathbb{N}^*} = 2\log_2(\sqrt{2})y_{n-1},\ y_0 = 1.$$

3. Quelle est la limite de la suite $y_0 = 0$, $y_n = \sqrt{y_{n-1}+1}$ pour $n > 0$. Illustrer graphiquement la convergence vers la limite à l'intersection de deux fonctions.

4. Calculer en utilisant la linéarité de l'intégration, et en appliquant les techniques de changement de variables et d'intégration par parties:
$$\int_{-\pi}^{\pi}(-x\cos(x) + 3x^2\sin(x^3))\ dx.$$

5. Résoudre $-2ty'(t) - 2t^2y(t) + 4t^2 = 0,\ y(0) = 1,\ t > 0$.

6. Est-ce que les plans de $\mathbb{R}^3$, $P_1 : x+y+z = 0$ et $P_2 : x+y-2z = 1$ sont parallèles ? Sinon, décrire la droite de leur intersection en paramétrique.

7. Trouver l'intersection entre le plan passant par les points $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, -1, 1)$ et $C = (-1, -1, 1)$ et la surface $z = x^2 + y^2$.

8. Calculer le minimum de $f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}(x_i - i)^2$ et le point où il est atteint.

9. Calculer les dérivées partielles premières et secondes de
$$f(x, y) = \cos(x^2 + 2y).$$

10. Utiliser les integrations en coordonnées sphériques et cylindriques pour calculer le volume d'une boule de rayon $R_B = 1\ km$ (en considérant l'approximation $\pi \sim 3$) et un cylindre de stockage de rayon $R_C = 0.01\ km$ et de hauteur $H_C = 0.1\ km$ placé dans la boule. La densité volumique du matériau de la boule est $\rho_B = 1$ tonne$/m^3$ et celle du matériau du cylindre $\rho_C = 10$ tonnes$/m^3$. Quel est le poids approximatif de l'ensemble ?

Université de Montpellier
HAT203X - seconde chance

Autorisé: A4 aide-mémoire; calculatrice, outil connecté: Non
Barême sur 20 - 2 points par question

---

1. On considère le phénomène ondulatoire décrit par:
$$x(t) = 2\cos(\tfrac{\pi}{2}t) - t\sin(\tfrac{\pi}{2}t).$$
Quelles sont les valeurs prises par la suite $x_{n\in\mathbb{N}} = x(t_n)$ en $t_0 = 0\,\mathrm{s}$, $t_1 = 1\,\mathrm{s}$, $t_2 = 2\,\mathrm{s}$ et $t_3 = 3\,\mathrm{s}$.

2. Que valent
$$x_{n\in\mathbb{N}^*} = x_{n-1} + 2\cos(\pi),\ x_0 = 0$$
et
$$y_{n\in\mathbb{N}^*} = \tfrac{1}{2}\log_3(3^2)y_{n-1},\ y_0 = 1 \text{ en } n = 100.$$

3. Quelle est la limite de la suite $y_0 = 0$, $y_n = \frac{1}{2}(y_{n-1}^2 + 1)$ pour $n > 0$. Illustrer graphiquement la convergence vers la limite à l'intersection de deux fonctions.

4. Calculer $\int_{-\pi}^{\pi}(-2x\cos(x) - 4x^3\cos(x^4))\,dx$.

5. Résoudre $-2t^2y'(t) - 2t^3y(t) + 4t^3 = 0,\ y(0) = 0,\ t > 0.$

6. Est-ce que les plans de $\mathbb{R}^3$, $P_1 : x - y + z = 1$ et $P_2 : x + y + z = 1$ sont parallèles ? Sinon, décrire la droite de leur intersection sous forme paramétrique.

7. Trouver l'intersection entre le plan passant par les points $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 1, 0)$ et $C = (1, -1, 0)$ et la surface $z = 9 - (x^2 + y^2)$.

8. Calculer le minimum de $f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}(x_i - (-1)^i)^2$ et le point où il est atteint.

9. Calculer les dérivées partielles premières et secondes de
$$f(x, y) = \exp(-x^3y^2).$$

10. En utilisant, respectivement, l'integration en coordonnées cylindriques et sphériques en 3 dimension, retrouver les volumes et surfaces du cylindre et de la sphère. Détailler les calculs. Quel objet a la surface la plus grande pour un volume d'1 m^3.