

ACADEMIE DE MONTPELLIER

UNIVERSITE MONTPELLIER II
- SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC -

T H E S E

présentée à l'UNIVERSITE MONTPELLIER II - SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC pour
obtenir le diplôme de DOCTORAT

Spécialité : Mathématiques appliquées
Formation Doctorale : Mathématiques et Modélisation
Ecole Doctorale : Information, Structures et Systèmes

Par
Julien Richard

**DEVELOPPEMENT D'UNE CHAINE DE CALCUL POUR
LES INTERACTIONS FLUIDE-STRUCTURE ET
APPLICATION AUX INSTABILITES AERO-
ACOUSTIQUES D'UN MOTEUR A PROPERGOL SOLIDE**

COMPOSITION DU JURY

J. ANTHOINE
C. BAILLY
E. LEFRANÇOIS
F. NICOUD
B. NKONGA
G. STAFFELBACH
F. VUILLOT

Examineur
Rapporteur
Rapporteur
Directeur de thèse
Examineur
Co-Directeur de thèse
Examineur

Table des matières

Introduction Générale

CHAPITRE I CONTEXTE ET PROBLÉMATIQUE

Section 1: Un rapide historique de la propulsion

1.1 L'Antiquité	13
1.2 Du Moyen-âge au XIX ^e	14
1.3 Le XX ^{eme} siècle et les pionniers de la conquête spatiale	16
1.4 Ariane V.....	19

Section 2: Fonctionnement général et instabilités aéroacoustiques d'un moteur à propergol solide

2.1 Architecture du P230.....	23
2.2 Fonctionnement nominal.....	25
2.3 Moteur à propergol solide et instabilités aéroacoustiques	26
2.4 Phénomènes pouvant interagir avec les instabilités aéro-acoustiques	30

CHAPITRE II PRÉSENTATION DES OUTILS ET DE L'ALGORITHME UTILISÉS POUR BÂTIR UNE CHAÎNE NUMÉRIQUE DÉDIÉE AUX INTERACTIONS FLUIDE-STRUCTURE

Section 3: Mécanique des milieux continus déformables

3.1 Bases de la mécanique des milieux continus déformables	35
3.2 Equations de bilan pour la masse et la quantité de mouvement	40
3.3 Où l'on différencie enfin le fluide et le solide	43

Section 4: Mécanique des fluides numérique

4.1 Equations générales	47
4.2 Discrétisation	48
4.3 Déformation de maillage	52
4.4 Validation du comportement d'AVBP en maillage mobile	57

Section 5: Mécanique des structures numérique

5.1 Rappel de mécanique du solide élémentaire	61
5.2 Schéma Newmark-Beta	66
5.3 Où l'on détail comment est obtenue la forme discrète du problème	67

Section 6: Choix de l'algorithme de couplage et validation de la chaîne de calcul obtenue

6.1 Illustration de la problématique de l'algorithme de couplage	71
6.2 Algorithme CSS (Conventional Serial Staggered) généralisé	75
6.3 Cas test méca-acoustique 1D	78

CHAPITRE III APPLICATION DES OUTILS ET MÉTHODES PRÉCÉDEMMENT PRÉSENTÉS À LA PROBLÉMATIQUE DES OSCILLATIONS DE PRESSION DANS LE P230

Section 7: Calcul de référence

7.1	Mise en place du calcul	87
7.2	Champs Moyens	94
7.3	Analyse acoustique de la chambre de combustion	96
7.4	Analyse du signal de pression en fond-avant	97
7.5	Champs Instantanés	100
7.6	Extraction des sources acoustiques	100

Section 8: Calcul couplé structure-globale / acoustique

8.1	Particularité des calculs couplés acoustique / structure	108
8.2	Calcul couplé avec et sans croisement de modes entre l'acoustique et la structure	110
8.3	Calcul couplé avec croisement de modes entre l'acoustique et la structure et des matériaux sans dissipation	119
8.4	Conclusion	123

Section 9: Calcul couplé Protection Thermique de Face (PTF) / Ecoulement

9.1	Particularité des calculs couplés Protection Thermique de Face (PTF) / Ecoulement	125
9.2	Battements de la Protection thermique	128
9.3	Impact sur l'écoulement et les oscillations de pression	130
9.4	Conclusion	132

Annexes

Section A: Annexe Analyse des champs obtenus par la simulation numérique

A.1	Décomposition Dynamique de Modes (DMD)	137
A.2	Extraction des sources acoustiques de l'écoulement	140

Section B: Annexe Aspects informatiques

B.1 Le coupleur Open-Palm 145
B.2 Calcul parallèle 148

Section C: Annexe Publication

Introduction Générale

"La terre est le berceau de l'Humanité, mais on ne passe pas sa vie dans un berceau."

Voilà ce qu'affirmait Constantin Edouardovitch Tsiolkovski (1857-1935), professeur de mathématiques russe, considéré comme l'un des pères de l'aéronautique. En 1883, il est le premier à comprendre que puisque c'est l'expulsion des gaz qui assure la propulsion d'une fusée, son fonctionnement dans l'espace reste possible. Il publie en 1903 " L'Exploration de l'espace cosmique par des engins à réaction" où il y décrit la propulsion à ergols liquide. Cinquante ans plus tard, la fusée Semioroka décollait de Baïkonour et mettait en orbite le premier satellite artificiel Spoutnik 1. La même performance sera atteinte par les U.S.A. avec un lanceur Jupiter C et la France à l'aide d'un lanceur Diamant en 1965.

Pour des raisons économiques, les différents pays européens décidèrent de mutualiser les efforts fournis pour accéder à l'espace. La décision de produire le lanceur Ariane est prise le 31 juillet 1973 et l'Agence Spatiale Européenne est fondée le 30 mai 1975. Le premier lancement d'Ariane 1 aura lieu en 1979. Afin d'accroître la capacité de transport, les lanceurs Ariane 2, Ariane 3 et Ariane 4 verront le jour (cf. Fig. 1). Ainsi entre 1979 et 1988, année du premier lancement d'Ariane 4, la masse maximale transportable en orbite géostationnaire sera passée de 1.7 à 4.17 tonnes. Ariane 4 aura été tirée 116 fois entre 1988 et 2003, ce qui correspond à approximativement 10 vols par an. Seuls 3 vols furent des échecs, ce qui correspond à un taux de fiabilité de plus de 97%.

La conception d'Ariane 5 est lancée le 31 janvier 1985, soit avant même le premier lancement d'Ariane 4. Les missions visées à l'origine étaient la mise en orbite basse de charges lourdes, ainsi que le transport de la navette européenne Hermès abandonnée depuis. D'une architecture complètement nouvelle par rapport aux quatre versions précédentes, les maîtres mots lors de sa conception furent simplicité et fiabilité. Le lanceur Ariane est composé d'un Etage Principal Cryotechnique (EPC) qui comporte le moteur Vulcain, auquel sont attachés deux Etages d'Accélération à Poudre (EAP). Lors d'un lancement [36], le moteur Vulcain est allumé à la date $T_0 + 1$ seconde et son fonctionnement est vérifié jusqu'à la date $T_0 + 7.5$ secondes par l'ordinateur de bord. A cette date les propulseurs à poudre sont allumés, et le lancement est alors impossible à arrêter. Les moteurs à propergol solide vont fournir 90% de la poussée au décollage et fonctionner pendant



Figure 1 : Famille des lanceurs Ariane (source ESA)

130 secondes avant d'être largués. A ce moment le lanceur a atteint une altitude d'environ 66 km. La coiffe est éjectée une minute plus tard, une fois les flux aérothermiques descendus sous un certain seuil (1135 W/m^2). Le moteur Vulcain continue de fonctionner jusqu'à ce que l'altitude moyenne soit atteinte environ 6 minutes plus tard. La séparation entre l'EPC et l'étage supérieur se produit environ 6 secondes après l'extinction du moteur Vulcain. L'allumage de l'étage supérieur se produit quelques secondes plus tard et ce dernier va fonctionner jusqu'à ce que l'orbite désirée soit atteinte ; la séparation avec la charge utile se produit alors 2 secondes plus tard. L'ensemble de ces phases est représenté Fig. 2 .

Les Moteurs à Propergol Solide (MPS) du lanceur Ariane 5 sont les plus impressionnants jamais construits en Europe. Hauts de 30 mètres pour un rayon de 3 mètres, ils pèsent chacun 35 tonnes à vide et sont remplis de 230 tonnes de propergol. Ces moteurs sont développés par Europropulsion, filiale à parts égales de Herakles et de FiatAvio. Herakles produit la tuyère ainsi que le corps de propulseur nu. FiatAvio est responsable des aménagements internes, du chargement interne en propergol solide, de l'allumeur et des protections thermiques. Il s'avère que ces MPS présentent un caractère instable au cours du vol, se traduisant par des oscillations de pression à basse fréquence dans la chambre de combustion du moteur. Ce phénomène est connu depuis plusieurs décennies [22, 18] et également présent dans des moteurs américains actuels [31]. Ces oscillations, bien que n'ayant jamais menacé ni l'intégrité du lanceur ni sa charge utile, sont nuisibles d'une part par les vibrations qu'elles génèrent et qui sont néfastes à la charge utile, et d'autre part par les oscillations de poussée qu'elles entraînent et qui portent préjudice aux performances du moteur. La compréhension et la maîtrise de ses instabilités constituent donc un thème de recherche majeur pour l'amélioration des EAP et la conception des moteurs futurs. Les études menées au cours des dernières



Figure 2 : *Séquence classique d'un tir Ariane 5 (source Ariane Espace : Ariane 5 User's Manual)*

décennies ont permis d'identifier les mécanismes hydrodynamiques (ie. instabilités tourbillonnaires) qui sont la source première des instabilités aéroacoustiques constatées. Le rôle amplificateur ou atténuateur de certains phénomènes tel que la présence de particules d'aluminium [106] et leur combustion dans l'écoulement, la combustion du propergol [16, 24, 63], ou les interactions avec la structure [9, 122] ont déjà fait l'objet de recherche par simulation numérique ou suite à des analyses de tirs [32].

L'objectif des travaux de thèse menés au cours des trois dernières années et présentés dans ce manuscrit furent de bâtir une chaîne numérique apte à traiter les interactions fluide-structure et permettant d'évaluer leur impact sur les instabilités des propulseurs à poudre. D'un point de vue numérique, cet objectif implique de pouvoir simuler correctement aussi bien des interactions de type vibro-acoustique que des interactions impliquant de grandes déformations de la structure. Une attention particulière a été apportée à la conservation de l'énergie entre les domaines solide et fluide afin de ne pas alimenter ou atténuer artificiellement les instabilités étudiées. La nécessité de conserver des temps de calculs raisonnables impliqua de réaliser l'ensemble du développement informatique de manière à permettre à l'ensemble des codes de calculs de fonctionner de façon parallèle.

La simulation de l'écoulement est réalisée à l'aide du code AVBP. Il s'agit d'un code massivement parallèle développé conjointement par le CERFACS et l'IFP-Energies nouvelles, conçu pour résoudre les équations de Navier-Stokes compressibles sur des maillages non structurés et mobiles. Le code de mécanique du solide MARC, développé par MSC-Software, a été retenu pour bâtir la chaîne numérique. Conçu particulièrement pour la simulation de matériaux non-linéaires (courants en propulsion solide), il est capable de fonctionner en parallèle et permet de réaliser aussi bien des analyses statique que dynamique ou modale.

Le couplage entre les deux codes est assuré par OpenPalm développé conjointement par le CERFACS et l'ONERA.

Le **premier chapitre** de ce manuscrit présente un rapide historique de la propulsion dans une première section, puis les grandes lignes des résultats obtenus au cours des dernières décennies sur cette thématique sont rappelées. Le **deuxième chapitre** commence par la modélisation et les équations qui régissent les domaines fluide et solide, puis précise ensuite les algorithmes de résolution et de couplage. Les développements menés pour traiter les grandes déformations dans le solveur fluide ainsi que la validation du comportement physique et numérique de la chaîne de couplage sont présentés dans ce chapitre. Les deux études couplées qui ont été menées sur une configuration à échelle réduite du P230 sont présentées dans le **chapitre trois**. L'une porte sur les interactions acoustique-structure, et l'autre sur l'impact des battements d'obstacles dans l'écoulement. Une méthodologie nouvelle, la Décomposition Dynamique de Mode (DMD) a été utilisée dans le cadre de l'étude vibroacoustique afin d'extraire les sources acoustiques de l'écoulement et procéder ainsi à une analyse quantitative du rôle de la structure.

Chapitre I

Contexte et problématique

Section 1

Un rapide historique de la propulsion

1.1 L'Antiquité

Avec un peu d'audace, on peut faire remonter l'histoire de la propulsion fusée à l'antiquité. Il ne s'agit certes pas encore d'engins balistiques ou spatiaux, et l'utilisation de poudre n'est même pas envisagée. Mais bien avant Newton et son oeuvre "Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica" [80] qui avec sa troisième loi, donne l'explication mécanique du vol d'une fusée, l'idée même de propulser un engin par la force de la réaction en éjectant une certaine masse est là.

Le premier auteur cité dans ce domaine est Archytas de Tarente (-435 ; -347), philosophe (à l'époque la philosophie embrassait l'intégralité du savoir humain) pythagoricien, contemporain et ami de Platon. Si l'on en croit Aulu-Gelle (115 ; 180), il serait l'inventeur d'une colombe en bois capable de voler en éjectant de l'air mystérieusement enfermé à l'intérieur. Il est certain que le volatile en bois conçu à cette époque ne volait pas en réalité. Cependant, accroché à un mobile, il devait être capable d'avancer en rejetant de la vapeur créée en plaçant des pierres hautement chauffées dans un petit réservoir qu'il devait contenir.

Quelques siècles plus tard, aux alentours de l'an 60 à Alexandrie, l'ingénieur, mathématicien et mécanicien grec Héron d'Alexandrie reproduit d'une manière quelque peu différente l'expérience de propulsion à vapeur de Archytas. Le démonstrateur se présente cette fois sous la forme d'une machine appelée Éolipyle. Cette dernière se compose d'une sphère creuse d'où s'extraient deux tubes coudés orientés de manière opposée. Cette sphère est fixée sur un axe creux relié à une chaudière située en dessous. En chauffant l'eau contenue dans la chaudière inférieure, la vapeur d'eau formée remonte au travers de l'axe creux dans la sphère, puis s'échappe par les tubes coudés donnant ainsi un mouvement de rotation à cette dernière (cf Fig. 1.1).



Figure 1.1 : Représentation de Eolipyle conçu par Héron d'Alexandrie

1.2 Du Moyen-âge au XIX^e

Il est couramment admis que la paternité de la fusée à poudre revient aux chinois. Les premières applications relatées sont évidemment militaires. Le premier texte en ce sens se rapporte au siège de Pien Kieng en 1232 par les armées Mongols. Lors de cet affrontement, les défenseurs chinois employèrent face aux assaillants ce qui fut alors appelé des flèches à feu volant "feï-ho-tsiang". Il est vraisemblable que ces dernières étaient constituées d'une fusée à poudre fixée à la pointe d'une flèche. Une fois la fusée allumée, la flèche partait en ligne droite et, selon les rapports de l'époque, "répandait le feu sur une largeur de dix pas" à l'impact, semant ainsi mort et panique dans les rangs mongols. Par la suite ces derniers s'empressèrent d'ajouter cette invention à leur armement. Ils en assurèrent ainsi la diffusion en les employant à leur tour contre d'autres civilisations tels que les Arabes. Le XIII^e siècle voit ainsi fleurir un grand nombre d'écrits arabes portant sur ces flèches chinoises. C'est alors que commence la diffusion de la poudre noire et de la fusée en Europe.

Aux XIV^e et XV^e la fabrication de tubes légers et sains posait encore un certains nombres de problèmes d'un point de vue métallurgique. La fusée et le canon se trouvèrent ainsi aux coudes à coudes dans leur emploi lors de conflits. A la fin de la guerre de Cent ans notamment (1337 -1475) les fusées incendiaires étaient tirées en grand nombre, lors de sièges ou de batailles en rase campagne (cf Fig. 1.2). Leur déclin est dû au triomphe de l'artillerie française lors des guerres d'Italie au XVI^e siècle. Les enceintes des villes et châteaux sont rasées sous l'impact des boulets. La précision et la portée des mousquets qui se sont également grandement améliorées, contribuent à la disparition progressive des fusées des champs de bataille.

La fusée continua cependant de figurer dans l'armement de certains princes indiens sous une forme perfectionnée. Les armées britanniques refirent ainsi la douloureuse expérience de l'efficacité de ces engins incendiaires lors de la bataille pour la prise de Seringapatam. Cette laborieuse victoire anglaise amena Sir William Congreve (1772-1828) à se pencher sur leur utilisation lors d'affrontements modernes. Collaborant avec les laboratoires et champs de tir officiels, il parvient à mettre au point une version portant à 2000



Figure 1.2 : Extrait de "War technology", manuscrit datant d'entre 1420 et 1440, conservé à la bibliothèque centrale de Zurich.

m (cf. Fig. 1.3), connue sous le nom de "fusée de Congreve". Le "Rocket Corps" anglais qui naquit de cette invention intervient avec succès contre Copenhague en 1807, à la "Bataille des Nations à Leipzig (16-19 octobre 1813) et à Waterloo le 18 juin 1815. Suite à ces succès, différentes armées reprirent et améliorèrent les fusées de Congreve. William Hale, notamment, supprima le guide en bois en concevant la fusée de façon à ce qu'elle rentre en rotation autour de son axe longitudinal au cours du vol, accroissant ainsi sa stabilité (cf. Fig. 1.4). Les Anglais utilisèrent les fusées de Hale au cours de la guerre de Crimée (1853-1856). Malgré tout l'entrée en scène du canon rayé en 1858, plus précis et de plus grande portée condamna de nouveau l'utilisation de fusées pour l'ensemble des armées de l'époque.



Figure 1.3 : Fusée de Congreve.



Figure 1.4 : Fusée de Hale

1.3 Le XX^{ème} siècle et les pionniers de la conquête spatiale

Difficile d'évoquer les débuts de la conquête spatiale sans évoquer Jules Verne. Dans son roman "De la terre à la lune" en 1865, l'écrivain met en scène deux ingénieurs et un aventurier qui après la guerre de Sécession tentent (et réussissent !!) d'aller sur la lune en embarquant dans un projectile tiré par un canon démesuré. Si Jules Verne n'est pas le premier à imaginer un tel voyage (Lucien de Samosate dans son "Histoire véritable" ou Cyrano de Bergerac dans "Histoire comique des Estats et empires de la Lune" et "Histoire comique des Estats et empires du Soleil" sont des exemples parmi d'autres) il est en revanche le premier à prendre le parti d'une approche plus scientifique que merveilleuse dans son récit. Comme pour ses autres "Voyages extraordinaires" l'auteur se donne pour mission de rendre accessibles de manière distrayante les connaissances scientifiques de son époque.

Les premières véritables avancées scientifiques dans le domaine sont à attribuer à Constantin Edouardovitch Tsiolkovski (1857-1935), professeur de mathématiques russe, autodidacte et considéré comme le père de l'aéronautique. En 1883, ce dernier comprend que puisque la poussée d'une fusée est seulement dû à l'expulsion des gaz, son fonctionnement dans le vide spatial est assuré. Il publie en 1903 " L'Exploration de l'espace cosmique par des engins à réaction" où il décrit le fonctionnement d'une fusée à étages, l'utilisation de propergol liquide (oxygène et hydrogène), le refroidissement de la chambre de combustion par circulation du carburant, etc..

Il faudra attendre 20 ans pour que le 16 mars 1926, le premier lancement d'une fusée fonctionnant avec des carburants liquides (cf Fig. 1.5) soit réalisé par Robert Hutchings Goddard (1882-1945). Cet inventeur particulièrement brillant et professeur de physique à l'Université Clark, a pratiquement breveté tous les mécanismes nécessaires à la réalisation et au pilotage d'une fusée (telle que la stabilisation par gyroscope et par gouverne). En 1945 il était ainsi parvenu à développer la première version de chacune des pièces qui seront nécessaires aux fusées utilisées par la suite dans le programme Apollo. L'ensemble de ses travaux suscita cependant un plus grand intérêt outre-Atlantique que dans son propre pays. En Russie deux groupes de recherche (le "Leningrad Gas Dynamics Laboratory" et le "Group for the Study of Jet Propulsion") furent lancés en 1930 et permirent d'aboutir au lancement de Spoutnik 1 en 1957. En Allemagne, l'objectif derrière les travaux lancés sur les fusées était de contourner le traité de Versailles qui réduisait son armement. Walter Dornberger (1895-1980) et Werner Von Braun (1912-1977) réussirent en 1931 le premier lancement de leur fusée à propulsion liquide, ce qui aboutira par la suite à la création de la tristement célèbre fusée V2 (cf Fig. 1.6) en 1942 . D'une hauteur d'environ 14 mètres pour 12508 kg au lancement dont 738 kg de charge explosive, la fusée atteignait une altitude de 96 km et une vitesse de 5400 km/h ce qui en fait le premier objet à franchir le mur du son. De plus à l'altitude atteinte à l'apogée de sa trajectoire, les molécules des gaz présentes dans l'atmosphère ne subissent plus l'attraction terrestre, on peut donc considérer que le V2 fut la première fusée à rejoindre l'espace bien qu'en limite basse. A l'issue de la guerre en 1945 la plupart des scientifiques allemands ayant travaillé sur le programme V2 sont



Figure 1.5 : Robert Hutchings Goddard et sa première fusée en 1926

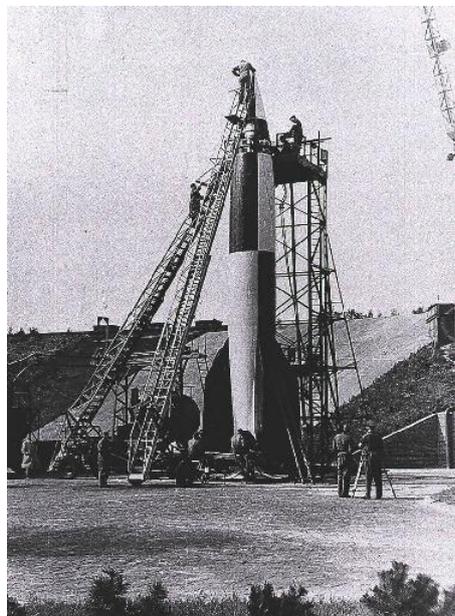


Figure 1.6 : Fusée V2 au pas de tir

Section 1. Un rapide historique de la propulsion

exfiltrés aux Etats-Unis au travers de l'opération "Paperclip". On leur confia la direction de programmes de recherche et c'est en partie grâce à ces scientifiques que les Etats-Unis firent de considérables avancées technologiques. L' "Army Ballistic Missile Agency", fondée en 1956 sous la direction de von Braun et du major général John B. Medaris, va ainsi assurer le développement de plusieurs programmes de missiles (Redstone, Jupiter, Titan, etc ..) convertit par la suite en lanceur lorsque la course à l'espace sera lancée. Ainsi, en réponse au lancement de Spoutnik 1 par l'U.R.S.S., les Etats-Unis lance le 1er février 1958 à 3h48 UTC depuis la base de Cape Canaveral leur premier satellite artificiel à l'aide d'une fusée Juno (aussi appelée Jupiter-C). La NASA est fondée le 29 juillet 1958 et Von Braun prend la direction du Centre de vol spatial Marshall de l'agence qu'il conservera jusqu'en 1970. Le programme Mercury permettra de réaliser 6 vols habités (deux suborbitaux à l'aide de fusées Mercury-Redstone quatre orbitaux à l'aide de fusée Atlas). Alan Shepard est ainsi le premier américain dans l'espace, le 5 mai 1961. Le programme Gemini fait suite au Mercury afin de maîtriser les techniques nécessaires à un voyage sur la lune (manoeuvres de rendez-vous spatial, sorties extravéhiculaires, etc..). Le grand bond est réalisé le 21 juillet 1969 quand Neil Armstrong et Buzz Aldrin font leurs premiers pas dans la mer de la tranquillité.

Côté russe, la stratégie fut d'adapter la technologie issue du V2 plutôt que de créer un tout nouveau lanceur. Sergueï Pavlovitch Korolev (1907-1966) et son équipe mirent ainsi au point les missiles R-1 à R-5 entre 1948 et 1953. Si le R-1 était une copie du V2 avec des performances modestes (270 km de portée avec une charge de l'ordre de 800 kg), le missile R-5 témoigne de nets progrès en affichant une portée de 1200 km et équipé d'une tête thermonucléaire. La portée du R-5 étant toujours insuffisante, les dirigeants de l'U.R.S.S. autorisèrent le développement du missile balistique intercontinental R-7 Semioroka qui effectue son premier vol en 1957. L'idée d'utiliser la fusée R-7 comme lanceur spatial surgit en janvier 1956 suite à une inspection de Nikita Khrouchtchev (1894-1971). L'idée était de profiter du lanceur R-7 afin de réaliser un exploit scientifique et de doubler les États-Unis dans la course à l'espace en plaçant les premiers un satellite artificiel en orbite. Les Soviétiques envoyèrent ainsi successivement dans l'espace :

- Spoutnik 1, le 4 octobre 1957, premier satellite artificiel
- Spoutnik 2, le 3 novembre 1957, avec à son bord la chienne Laïka, premier être vivant terrestre dans l'espace
- Vostok 1, dérivée de la fusée Semioroka, qui emporte Youri Gagarine le 12 juin 1961, faisant de lui le premier Homme dans l'espace.

L'Europe, et la France en particulier, se lance plus tard dans l'aéro-spatiale. Le gouvernement français décide le 18 décembre 1961 de réaliser le lanceur Diamant et le lendemain de créer le Centre National d'Etudes Spatiales (CNES). Le 14 avril 1964 la décision est prise de construire une base de lancement à Kourou en Guyane, qui sera mise en service en avril 1968. Le premier satellite français est lancé par une fusée Diamant A à partir d'Hammaguir en Algérie le 26 novembre 1965, faisant ainsi de la France la troisième puissance spatiale. Le 31 juillet 1973 l'Europe décide de réaliser le lanceur LIIS (Ariane), un an

plus tard la France décide de l'abandon du programme Diamant. L'Agence Spatiale Européenne est fondée en 1975 et approuve en 1977 un programme visant à améliorer les performances des lanceurs Ariane. Le premier lancement d'Ariane 1 a lieu le 24 décembre 1979. L'évolution des techniques et des besoins donna ainsi naissance à toute une famille de lanceurs, dont la dernière née est aujourd'hui Ariane 5.

1.4 Ariane V

Le développement d'Ariane V commence en 1987 afin de remplacer Ariane 4, les capacités limitées de cette dernière ne permettait plus de lancer à prix raisonnable les satellites de télécommunications dont le poids ne cessait de croître. A compter de 1996, cinq à sept lancements sont réalisés par an. Ce lanceur est conçu de manière à pouvoir évoluer facilement et rester ainsi opérationnel plus longtemps. On distingue ainsi, entre autres :

- Ariane 5 G (Générique), capable d'emporter jusqu'à 6 tonnes de charge, et équipée du moteur Vulcain (1120 kNewton de poussée dans le vide), dont le premier lancement eut lieu le 4 juin 1996. A ce jour 16 lancements de cette version ont été réalisés et 14 furent un succès.
- Ariane 5 ECA, capable de mettre 10 tonnes en orbite de transfert, équipée du moteur Vulcain2 (1 340 kNewton de poussée dans le vide) et dont les étages d'accélération à poudre (EAP) ont été améliorés. Le premier lancement eut lieu le 11 décembre 2002 . A ce jour 23 lancements de cette version ont été réalisés et 22 furent un succès.

1.4.1 Architecture générale du lanceur

Une vue éclatée du lanceur est présentée Fig. 1.7 . On y distingue :

- La Coiffe en forme d'ogive. Elle a pour rôle d'assurer la protection des charges utiles pendant le vol atmosphérique (acoustique au décollage et transsonique, flux aérothermiques). Elle est composée de panneaux ayant une structure sandwich avec un coeur en nida d'aluminium perforé et expansé, recouvert de peaux en fibre de carbone/résine. La séparation de la coiffe est assurée par le fonctionnement de deux dispositifs pyrotechniques l'un horizontal et l'autre vertical permettant leur dégagement latéral.
- Le SYstème de Lancement Double Ariane 5 (SYLDA 5). D'un diamètre 4.6 m, la hauteur de cette structure varie entre 4.9 m et 6.4 m. Ce système permet l'emport d'une seconde charge utile principale à l'intérieur de la coiffe.
- L'Equipement Renforcé de Véhicule (VEB), porte l'électronique qui pilote automatiquement le lanceur en vol.
- L'Étage à ergols cryotechniques (ESCA) dont l'objectif est d'apporter le complément d'énergie nécessaire à la satellisation des charges utiles sur l'orbite visée ainsi que de contrôler le roulis pendant

la phase propulsée et l'orientation des charges utiles pour leur séparation en phase balistique. Il est composé de deux réservoirs de 14,6 tonnes d'hydrogène et d'oxygène liquide alimentant le moteur HM7B, dont la durée de fonctionnement est d'environ 950 secondes. La tuyère qui l'accompagne est articulée suivant deux axes pour permettre le pilotage.

- L'Etage Principal Cryotechnique (EPC) fait 23.8 mètres de haut sans le moteur et possède un diamètre de 5.4 mètres. Sa masse à vide est de 14.7 tonnes. L'EPC comporte un grand réservoir en alliage d'aluminium, un bâti moteur transmettant la poussée du moteur à l'étage, une jupe avant assurant la liaison avec la partie supérieure et transmettant la poussée des étages à poudre latéraux et enfin le moteur Vulcain, articulé pour le pilotage, suivant deux axes grâce au groupe d'activation moteur (G.A.M). L'allumage est fait au sol afin d'en vérifier le bon fonctionnement avant d'autoriser le lancement. Il s'éteint à une altitude d'environ 215 km, il se sépare alors du reste du lanceur et retombe en mer.
- Les Etages d'Accélération à Poudre (EAP) également appelés P230. D'une hauteur de 31.6 mètres pour un diamètre 3.05 mètres, leur masse est d'environ 280 tonnes chacun dont 240 tonnes de pro-
pergol solide. Ils sont composés principalement de viroles d'acier protégées des hautes températures à l'aide de protection thermique, d'une tuyère à butée flexible orientable et de trois segments de pro-
pergol. Les EAP sont mis à feu environ 7 secondes après le moteur Vulcain. Ils délivrent plus de 90 % de la poussée au décollage. Une fois leur combustion achevée (ce qui se produit après 130 s), ils sont séparés de l'EPC et retombent en mer. Cette partie du lanceur ayant fait l'objet d'études dans cette thèse, elle est davantage détaillée dans la section suivante.

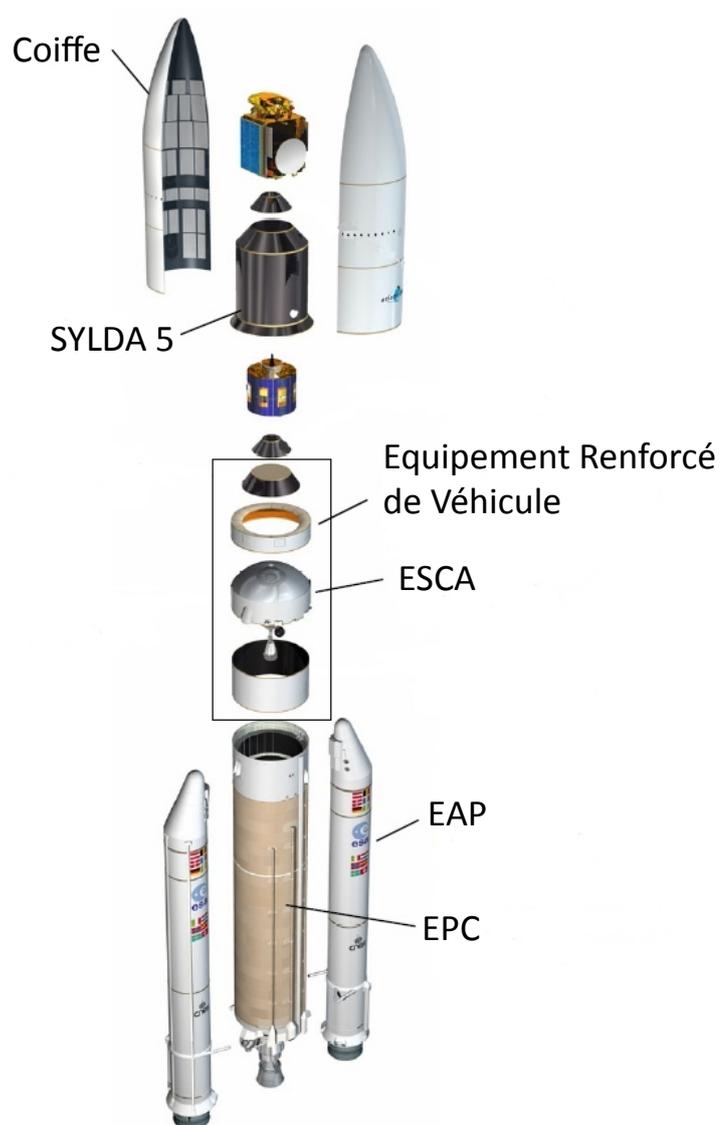


Figure 1.7 : Vue éclatée du lanceur Ariane V. Extrait de "Ariane V User's Manual"

Section 2

Fonctionnement général et instabilités aéroacoustiques d'un moteur à propergol solide

L'objectif est ici de donner un aperçu du fonctionnement d'un moteur à propergol solide et les bases permettant d'évaluer rapidement son efficacité. Les mécanismes d'instabilités sont ensuite abordés et l'ensemble des phénomènes pouvant influencer ces derniers sont brièvement décrits. L'impact attendu des interactions fluide-structure, sujet de cette thèse, est finalement présenté.

2.1 Architecture du P230

La structure du P230 est présentée Fig. 2.1.

- Le corps du propulseur est composé de 7 viroles et de 2 fonds en acier faiblement allié. L'ensemble est assemblé par des liaisons pointées aux inter-segments de propergol et soudée aux autres inter-viroles.
- Cette structure en acier est recouverte de protections thermiques internes, afin de protéger la structure de la haute température des gaz de combustion pendant le fonctionnement du moteur. Ces protections thermiques sont composées d'une base de caoutchouc chargée de silice ou de fibres et vulcanisé.
- Le chargement en propergol est séparé en 3 segments nommés S1, S2 et S3. Le segment avant (S1) est de forme étoilée afin d'assurer le maximum de poussée au décollage, les deux autres sont de forme quasi cylindrique. Le propergol est composé de perchlorate d'ammonium, de polybutadiène et est chargé en aluminium. Deux protections thermiques frontales protègent de la combustion la partie avant des segments de propergol central (S2) et arrière (S3).
- La tuyère est fortement immergée dans le moteur. Le col est composé d'un matériau carbone-carbone

afin d'assurer une faible érosion au cours du tir. Le divergent est composé de carters en alliage léger et de pièces en carbone et silice phénoliques. Elle est rendue mobile grâce à une butée flexible composée d'éléments métalliques et élastomères (cf. Fig. 2.2), et sert ainsi à orienter le vecteur poussé jusqu'à un angle de 6° via des vérins.

- L'allumeur est en réalité un petit propulseur initié par une charge pyrotechnique. Il s'agit d'un segment étoilé afin d'assurer une combustion rapide et donc un fort débit de gaz chauds qui vont ensuite allumer les trois segments de propergol. La structure est conçue en acier et est revêtue d'une protection thermique.

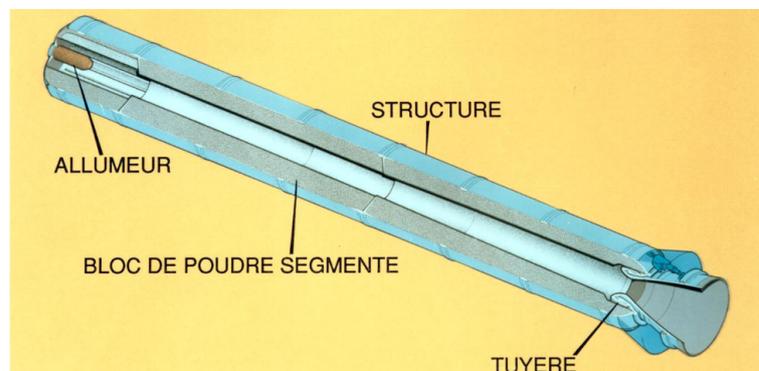


Figure 2.1 : Architecture générale du P230

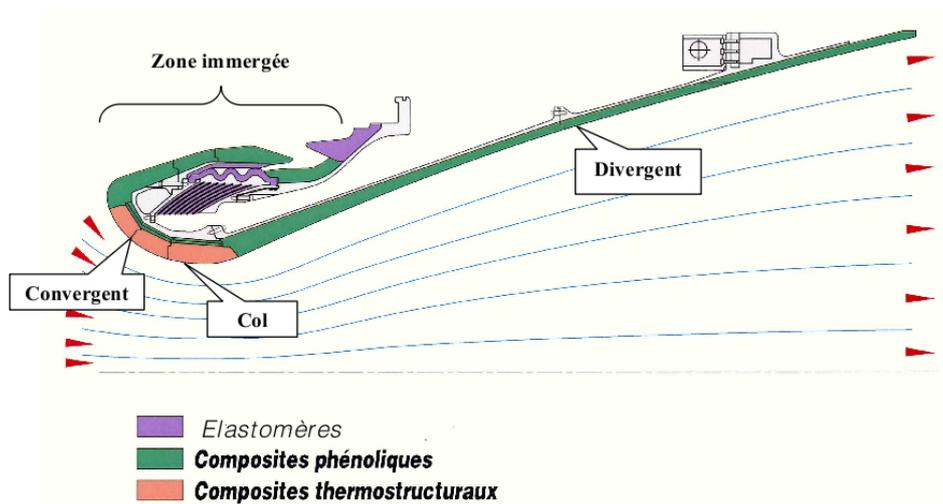


Figure 2.2 : Schéma de l'ensemble arrière du P230 et des matériaux le composant (issu du cours donné par JC. Tricot à l'ISAE)

2.2 Fonctionnement nominal

L'idée générale d'un moteur à propergol solide est de transformer l'énergie chimique stockée par le propergol coulé dans la chambre de combustion en énergie cinétique animant l'ensemble du moteur. Etape par étape, la combustion du propergol entraîne la génération de gaz dans la chambre qui sont ensuite convectés en direction de la tuyère où ils se trouvent continuellement accélérés dans le convergent, atteignent la vitesse du son au col, puis continuent leur accélération dans le divergent (cf. Fig. 2.3). La masse ainsi éjectée permet la propulsion du moteur suivant la troisième loi de Newton, *id est* le principe d'action-réaction. La poussée F générée par chacun des moteurs à propergol solide est liée à la pression moyenne

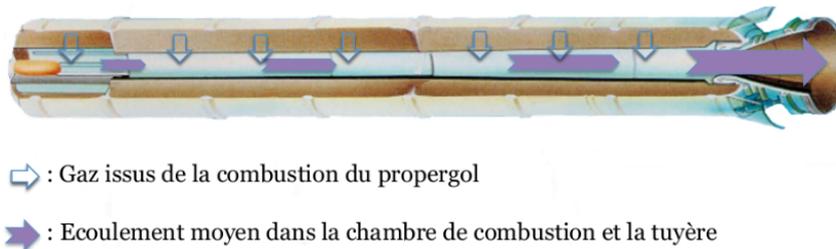


Figure 2.3 : Fonctionnement nominal d'un moteur à propergol solide

dans la chambre de combustion P_0 et la section au col de la tuyère A_C par le coefficient sans dimension C_F qui caractérise l'efficacité de la tuyère.

$$F = C_F P_0 A_C \quad (2.1)$$

La vitesse de régression $V_{regression}$ du propergol est donnée par la loi de Vieille :

$$V_{regression} = \alpha P_0^n \quad (2.2)$$

d'où l'on déduit le débit de gaz chaud injecté dans la chambre de combustion :

$$\dot{m}_{propergol} = \rho_{propergol} S_{propergol} V_{regression} \quad (2.3)$$

Soit en considérant que la tuyère est isentropique et amorcée :

$$\dot{m}_{propergol} = \frac{\Gamma(\gamma)}{\sqrt{r T}} P_0 A_C \quad (2.4)$$

avec :

$$\Gamma(\gamma) = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

En combinant les équations 2.1 avec 2.4, il est possible de reformuler l'expression de la poussée sous la forme :

$$F = C_F \frac{\sqrt{r T}}{\Gamma(\gamma)} \dot{m}_{propergol} \quad (2.5)$$

En introduisant finalement l'impulsion spécifique $I_s = C_F \frac{\sqrt{rT}}{g_0 \Gamma(\gamma)}$ qui porte à la fois l'information de l'efficacité de la tuyère C_F et du propergol utilisé (via la température des produits de combustion T , et leurs coefficient adiabatique γ), on obtient :

$$F = \dot{m}_{propergol} g_0 I_s \quad (2.6)$$

2.3 Moteur à propergol solide et instabilités aéroacoustiques

2.3.1 Constat expérimental

Les EAP d'Ariane 5 sont instrumentés de façon à pouvoir fournir un certain nombre d'informations, telles que les niveaux d'accélération ou de pression dans la chambre, au cours d'un vol ou d'un tir au banc. Ces mesures expérimentales ont mis en évidence l'apparition d'un comportement instable à différents moments du tir [9, 8] se traduisant par l'apparition d'Oscillations de Pression (ODP) dans la chambre de combustion pouvant atteindre une amplitude de 300 mbar (cf. Fig 2.3.1). Les OdP apparaissent principale-

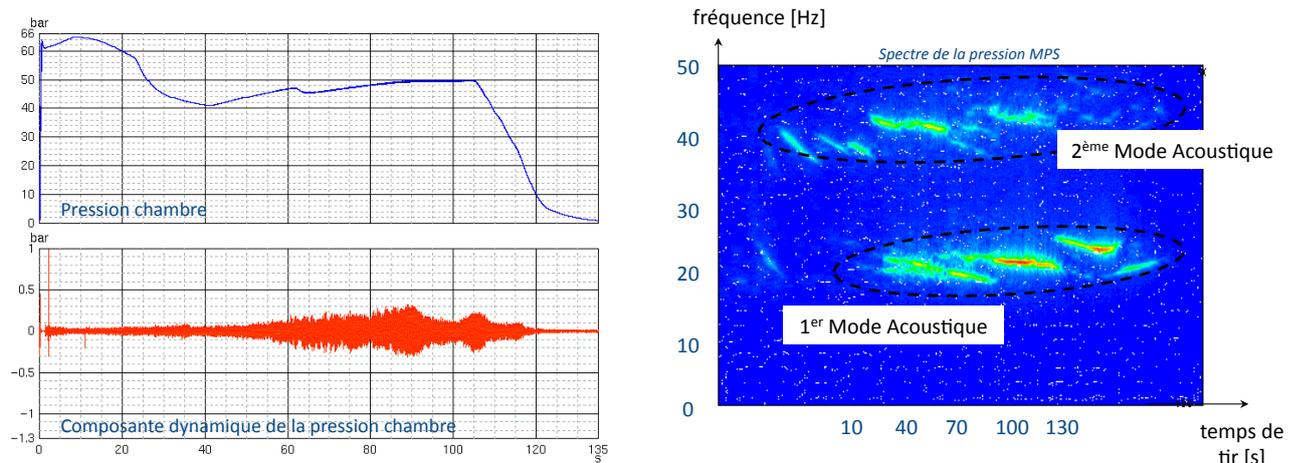


Figure 2.4 : Mesure de pression classique obtenue au niveau du font avant du P230. À gauche signal de pression complet et fluctuant, à droite évolution des fréquences excitées au cours du tir

ment aux fréquences des deux premiers modes acoustiques de la chambre (cf. Fig 2.3.1), et se manifestent au cours de quatre bouffées [9] pour le premier mode acoustique apparaissant sur chaque tir aux alentours de 71s, 887s, 104s et 110. Ces instabilités sont indésirables pour deux raisons. La première est qu'elles entraînent des fluctuations de poussée, préjudiciables au pilotage du lanceur. La seconde est qu'elles entraînent des vibrations qui, si elles venaient à dépasser certains niveaux, pourraient nuire à l'intégrité de la charge utile. Ce type d'instabilités avait déjà été constaté sur d'autres moteurs au cours des dernières décennies [18, 22, 17]. Les travaux menés ont permis d'identifier deux causes de natures différentes à l'origine

de ces instabilités. D'une part les instabilités dites de combustion [24] qui donnent lieu à des oscillations à des fréquences de l'ordre de 1 à 10 kHz, d'autre part les instabilités hydrodynamiques [25, 17, 34], produit d'un couplage entre des mécanismes de génération tourbillonnaire et les modes acoustiques de la chambre. Du fait de l'aspect segmenté de la géométrie du P230 et de la présence de protections thermiques plongées dans l'écoulement suite à la régression du propergol par combustion, une génération importante de tourbillons (et donc l'apparition d'OdP) était attendue. De nombreuses études aux Etats-Unis, et en Europe au travers des programmes ASSM et POP [38], ont été réalisées afin de comprendre, de prédire et enfin de remédier à ces OdP. Certains des résultats principaux qui en ont émergé sont présentés dans les sections suivantes.

2.3.2 Mécanismes tourbillonnaires

L'écoulement dans un moteur à propergol solide est dû à l'injection de gaz chaud à la surface du propergol suite à la combustion de ce dernier. On considère habituellement que cette injection s'effectue dans une direction normale à la surface de combustion. L'écoulement s'oriente ensuite longitudinalement dans la chambre de combustion, s'accélégrant continûment jusqu'à la tuyère où il est ensuite détendu. Cet écoulement dans la chambre est du type de Taylor-Culick [109, 23]. L'expression de cet écoulement pour une injection d'un fluide compressible non visqueux à une vitesse v_r^{inj} dans une chambre de rayon R_C (cf. Fig. 2.5) est :

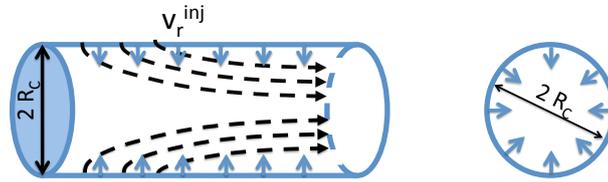


Figure 2.5 : Configuration cylindrique correspondant à la solution obtenue par F.E.C. Culick

$$\frac{v_x(x, r)}{v_x^{axe}(x)} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{r^2}{R_C^2}\right) \quad (2.7)$$

$$\frac{v_r(r)}{v_r^{inj}} = -\frac{R_C}{r} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{r^2}{R_C^2}\right) \quad (2.8)$$

$$v_x^{axe}(x) = \frac{\pi v_r^{inj}}{R_C} x \quad (2.9)$$

Dans la réalité bien entendu l'écoulement dans le propulseur n'est pas stationnaire. Pour des raisons de fonctionnement tout d'abord, les segments de propergols en se consumant modifient de façon permanente la configuration géométrique interne du moteur, le débit et la pression dans la chambre de combustion sont ainsi en permanente évolution. Ensuite, comme décrit précédemment, pour des raisons de concep-

tion, la géométrie interne du moteur ne correspond bien évidemment pas au cas idéal décrit par la solution de Taylor-Culick. Différentes zones de cisaillement du fluide apparaissent ainsi qui peuvent générer l'apparition de tourbillons dans l'écoulement. Au cours des travaux menés dans le cadre des programmes ASSM/POP, trois types de mécanismes de génération tourbillonnaire ont été identifiés [91].

2.3.2.a) Vortex Shedding d'Obstacle (VSO)

Le mécanisme de génération tourbillonnaire le plus intuitif est celui lié à un obstacle dans l'écoulement (cf. Fig . 2.6). Ce dernier introduit une couche de cisaillement [60] qui en se déstabilisant entraîne la formation de tourbillons. Le VSO a été largement étudié de manière expérimentale sur des montages à froid [34, 1, 21, 3, 117] et au travers de maquette échelle 1/15^{me} [65, 88]. L'influence de la position et de la forme des obstacles a ainsi pu être analysée expérimentalement et numériquement [121, 113]. Dans le P230, cette instabilité est majoritairement due aux protections thermiques plongées dans l'écoulement. L'influence de la forme de cette dernière sur les OdP a également fait l'objet d'études numériques par le passé [9].

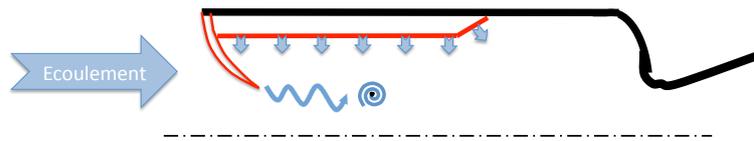


Figure 2.6 : *Vortex shedding d'obstacle (VSO)*

2.3.2.b) Vortex Shedding d'Angle (VSA)

Le VSA correspond à l'instabilité classique due à une marche descendante (cf. Fig . 2.7). Dans le cadre de la propulsion solide cette situation se produit typiquement à la fin des segments de propergol ou une variation de section apparaît. Cette instabilité a été mise en évidence de manière numérique et expérimentale [35].

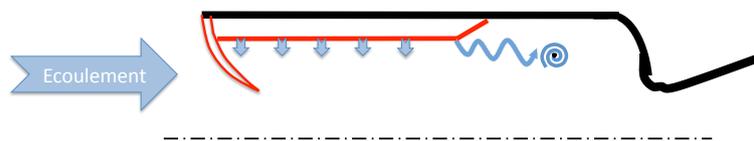


Figure 2.7 : *Vortex shedding d'angle (VSA)*

2.3.2.c) Vortex Shedding Parietal (VSP)

Ce dernier mécanisme d'instabilité est lui intrinsèquement lié à l'écoulement de Taylor (cf. Fig. 2.8). Découvert en 1969 par Varapaev et Yagodkin [115] et redécouvert dans le cadre du programme ASSM [72], il a fait l'objet de recherches actives car il modifiait le scénario original. Du fait de ce mécanisme, un moteur ne présentant pas de grosses discontinuités géométriques, comme une protection thermique, peut parfaitement être instable. Un certain nombre d'essais ont par ailleurs confirmé ce résultat [87]. Des études plus fondamentales [53] ont permis le développement d'une théorie linéaire permettant d'évaluer la stabilité des écoulements incompressibles dans un canal et générés par une injection radiale. Les résultats théoriques [19, 53] et numériques [20] ont permis de mettre en évidence que l'allongement du moteur, c'est à dire le rapport entre l'abscisse ayant pour origine le début du segment de propergol en combustion $x_{Propergol}$ et son rayon R , constitue, lorsqu'il atteint de grandes valeurs, une caractéristique géométrique favorable à l'apparition du VSP.

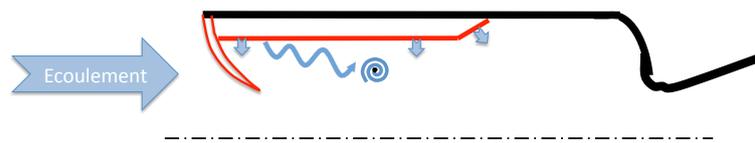


Figure 2.8 : *Vortex shedding pariétal (VSP)*

2.3.3 Couplage aéro-acoustique

Le couplage entre les mécanismes tourbillonnaires et les modes acoustiques a été mis en évidence pour la première fois par Flandro et Jacobs en 1973 [46]. Culick et Magiawala [25] ont par la suite montré qu'un obstacle géométrique situé après le point de détachement tourbillonnaire était nécessaire pour provoquer un retour acoustique vers la zone hydro-dynamiquement instable. Dunlap et Brown [34] ont mis en évidence que la position respective des zones de génération tourbillonnaire et de d'interaction avec l'acoustique par rapport à la forme des modes acoustiques avait un impact sur l'excitation de ces derniers. Ses travaux ont permis d'aboutir à un premier développement analytique [45] combinant l'évolution des tourbillons dans un écoulement considéré comme incompressible et l'évolution des modes acoustiques. Ce couplage entre les instabilités hydrodynamiques et les modes acoustiques est aujourd'hui relativement bien appréhendé, les travaux de Vuillot [118] notamment ont permis le design de démonstrateurs volontairement instables [35], afin de faciliter l'étude des OdP. L'idée globale, représentée Fig. 2.9, est ainsi qu'une zone instable hydrodynamique entraîne la génération de tourbillons convectés par l'écoulement jusqu'à ce qu'ils rencontrent un obstacle (typiquement la tuyère). Cette interaction tourbillon / obstacle entraîne la génération d'une onde acoustique qui peut remonter dans la chambre de combustion puisque l'écoulement est toujours

sub-sonique. Lors de son passage dans la zone hydro-dynamiquement instable elle perturbe cette dernière entraînant la génération de nouveaux tourbillons. Si la fréquence du lâcher tourbillonnaire se trouve ainsi proche de celle d'un mode acoustique de la chambre, de fortes fluctuations de pression peuvent apparaître.

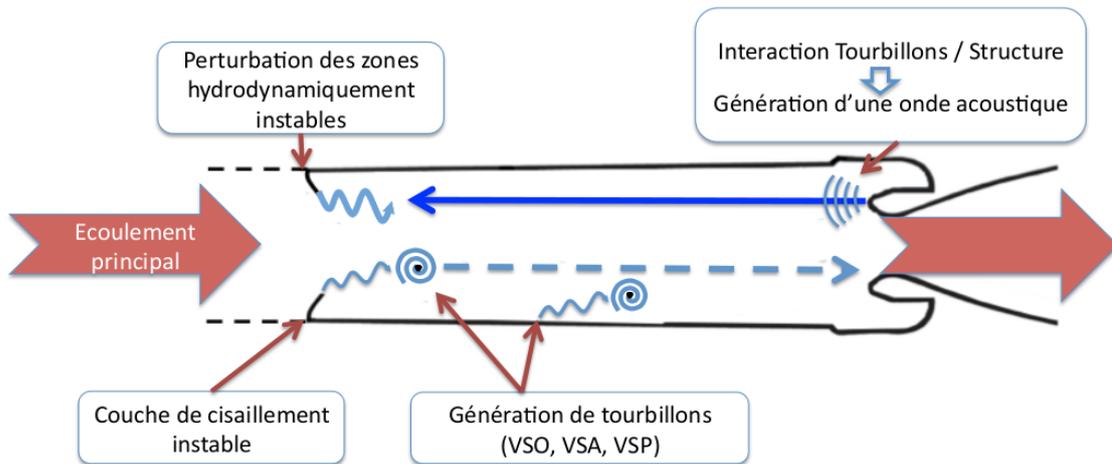


Figure 2.9 : Boucle du couplage aéro-acoustique

2.4 Phénomènes pouvant interagir avec les instabilités aéro-acoustiques

2.4.1 Instabilité de combustion

Il est su depuis plus d'un siècle que des fluctuations de dégagement de chaleur peuvent entraîner de fortes instabilités acoustiques lorsque elle s'avèrent être en phase avec un mode acoustique [89]. Ce phénomène est aujourd'hui rencontré dans certaines configurations de turbines industrielles ou aéronautiques [123, 107, 12] et fait l'objet d'études intensives. Dans le cas de la propulsion solide certaines études ont montré que la réponse de la combustion du propergol pouvait amplifier certains modes acoustiques [63, 120]. Dans le cas du P230, les fréquences des modes acoustiques instables sont semble-t-il trop basses par rapport aux fréquences caractéristiques de réponse du propergol [38].

2.4.2 Écoulement diphasique

L'objectif derrière l'introduction d'aluminium dans le propergol est de provoquer une élévation de la température des gaz brûlés à l'intérieur de la chambre de combustion afin d'augmenter l'impulsion spécifique du moteur (cf. eq. 2.6). Il s'avère toutefois que la présence de ces particules d'aluminium dans l'écoulement a des répercussions non négligeables sur ce dernier et en particulier sur les OdP. Des études

de propagation d'onde acoustique dans un écoulement diphasique ont abouti à la conclusion que la présence d'une phase inerte entraînait la dissipation de la dite onde [111, 76]. Cependant, dans le cadre de la propulsion solide la phase est réactive. De fait en fonction de la zone où se produit la combustion, il est possible de venir alimenter les modes acoustiques [48]. De plus, la dynamique de l'écoulement peut permettre à la phase dispersée de jouer un rôle de source pour l'acoustique comme l'ont montré des études expérimentales et numériques menées sur des maquettes du P230 (LP6, LP10) [9, 37, 106]. Le scénario retenu est que lorsqu'un paquet de particules passe par la tuyère, il génère une onde de pression qui vient participer à l'instabilité du moteur.

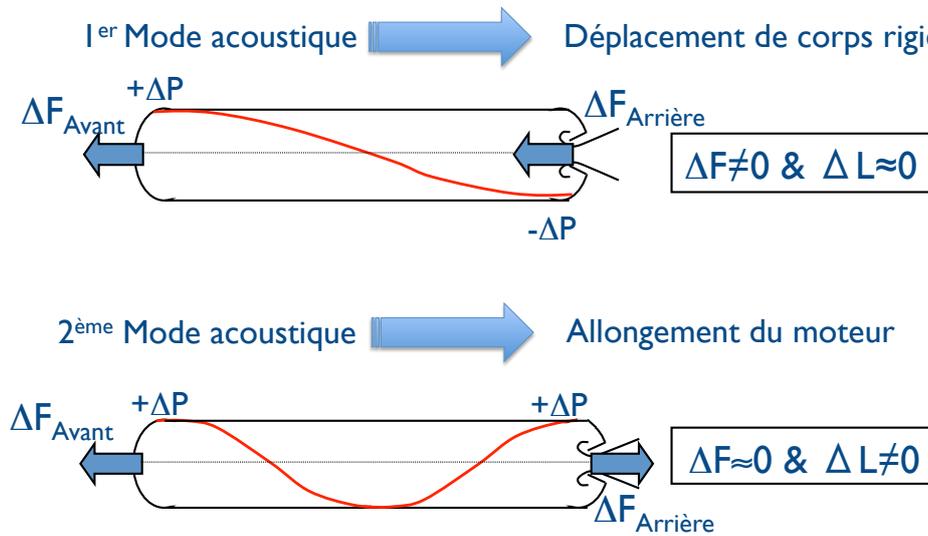
2.4.3 Turbulence

Il est certain que l'écoulement dans un moteur à propergol solide n'est pas laminaire et la turbulence qui s'y développe peut avoir un effet atténuateur sur les OdP en participant à la désorganisation de l'écoulement [49]. Des expériences en gaz froid [4] et en gaz chaud [52] ont permis de mettre en évidence l'existence d'une abscisse critique $x_{transition}$ au delà de laquelle l'écoulement peut être considéré comme turbulent. De récents travaux [6, 5] permettent de considérer que cette dernière est telle que $x_{transition}/R \cong 20$. De fait, comme le rayon R du bloc de propergol augmente au cours du tir puisque ce dernier régresse par combustion, l'abscisse de transition laminaire / turbulent se déplace au cours du tir du fond avant vers la tuyère [8], laissant la possibilité à l'écoulement de s'organiser pleinement et donc aux mécanismes tourbillonnaires de s'exprimer complètement.

2.4.4 Interactions fluide-structure

La nécessité d'enrichir les calculs aérodynamiques avec la réponse de la structure a déjà fait l'objet de quelques études. La structure peut a priori impacter les niveaux d'OdP de deux manières distinctes. Tout d'abord en interagissant directement avec les modes acoustiques. Ces derniers entraînent, de part leur forme, un chargement en pression non-uniforme de la chambre de combustion. Ainsi, comme représenté Fig. 2.10, le premier mode acoustique entraînera plutôt des déplacements de corps rigide, alors que le deuxième mode acoustique entraînera des variations de l'allongement du moteur. La question est alors de savoir dans quelle mesure ces déformations vont affecter les OdP. L'analyse des données de vol du moteur Titan IV par Dotson et Sako [32] met en évidence que le type d'attache du moteur (ie. en vol ou au banc d'essai), influence les accélérations de la structure, et que dans le même temps les niveaux d'OdP sont modifiés.

L'autre mécanisme possible par lequel la structure peut agir sur les OdP est en influençant les mécanismes tourbillonnaires à la base du couplage aéro-acoustique. Dans le P230, les protections thermiques émergentes dans l'écoulement sont constituées d'élastomère, et forment de fait des obstacles flexibles dans



1

Figure 2.10 : Interactions Structure / Acoustique

l'écoulement. Leurs battements sont susceptibles d'affecter le VSO et la structure de l'écoulement, donc par la même le niveau des OdP. Des simulations prenant en compte les grands déplacements de structure élançées a déjà été mené à bien en 3 dimensions sur une portion de propulseur [122], et en axisymétrique sur le P230 [27, 9]. Ces simulations axisymétrique, en s'appuyant sur un modèle de structure simplifié pour la protection thermique, ont mis en évidence une nette augmentation des niveaux d'OdP lorsque la protection thermique S2 / S3 était libre de battre.

Au cours de cette thèse, les deux types d'interactions fluide-structure ont été étudiés séparément afin de mieux évaluer leur impact sur les OdP.

- La première étude, présentée dans le chapitre 8, porte sur l'effet de la réponse vibratoire d'une version à l'échelle 1/15 du P230 en faisant l'hypothèse d'une liaison de type encastrement en fond avant. Un comportement de type réjecteur de bande pour l'acoustique est mis en évidence sur cette configuration.
- La seconde étude, présentée dans le chapitre 9, s'intéresse à l'effet des battements de la protection thermique sur l'écoulement dans la chambre de combustion. Une rhéologie réaliste du matériau de la protection thermique est ici utilisé. Un effet de structuration et de périodisation est mis en évidence. Ce dernier se traduit par une nette augmentation des OdP comme constaté dans les études précédentes [27, 9].

Chapitre II

**Présentation des outils et de
l'algorithme utilisés pour bâtir une
chaîne numérique dédiée aux
interactions Fluide-Structure**

Section 3

Mécanique des milieux continus déformables

Au moment de classer les différentes problématiques scientifiques, celles portant sur les interactions fluides structures sont généralement rangées dans la catégorie multi-physiques. Ce classement est pertinent si l'on considère les propriétés macroscopiques des différents éléments qui composent un système couplé fluide-structure, ou si l'on retient la forme finale des équations habituellement utilisées pour décrire la mécanique des solides déformables et la mécanique des fluides.

Pourtant, pour peu que l'on se place sous l'hypothèse de milieux continus, les raisonnements et les équations bilans générales portant sur chacun des deux milieux fluide et solide sont identiques. L'objectif de ce chapitre est de rappeler comment, en partant des principes de base en mécanique des milieux continus, il est possible de dériver les équations décrivant les problèmes couplés d'interactions fluide-structure. Les deux premières parties traitent des milieux continus, indistinctement du fait qu'il s'agisse d'un fluide ou d'un solide. La différenciation des équations est effectuée dans la section 3.3. La voie qui mène au couplage fluide-structure est alors ouverte et les quantités physiques qui sont échangées aux interfaces matérielles sont mises en évidences.

3.1 Bases de la mécanique des milieux continus déformables

3.1.1 Rappel du concept de milieu continu

Afin de construire un système d'équations décrivant un domaine matériel, plusieurs voies sont envisageables. La première qui vient à l'esprit consiste à décomposer le système étudié en une somme de corpuscules élémentaires. Moyennant un ensemble d'hypothèses, il est alors possible de concevoir une

Section 3. Mécanique des milieux continus déformables

Symbole	Signification	Expression
Ω_0	Configuration initiale non déformée	
$\Omega(t)$	Configuration déformée à l'instant t	
x	Coordonnées Eulérienne	
X	Coordonnées Lagrangienne	
χ	Coordonnées ALE	
\vec{x}_0	Coordonnées eulérienne d'une particule matérielle dans la configuration initiale Ω_0	
\vec{x}	Coordonnées eulérienne d'une particule matérielle dans la configuration actuelle $\Omega(t)$	
ζ	fonction qui aux coordonnées \vec{x}_0 d'une particule matérielle dans Ω_0 lui associe ses coordonnées $\vec{x}(t)$ dans $\Omega(t)$	
$F = \nabla\zeta$	Tenseur gradient de la transformation	
$J = \det F > 0$	Determinant du tenseur gradient de la transformation	
τ	Variable physique considérée	
ϕ	Flux de la variable τ à travers une surface	

Table 3.1 : Tableau récapitulatif des notations utilisées dans ce chapitre

description du comportement physique de ces corpuscules. Le plus gros du travail consiste ensuite à utiliser cette description élémentaire pour construire des lois de comportement valides à l'échelle macroscopique. La théorie cinétique des gaz est un exemple typique de ce type de démarche.

A contrario, il est possible de tenter de décrire directement les propriétés observées à l'échelle macroscopique. C'est ce que tente de faire la mécanique des milieux continus déformables (M.M.C.D.). Son objectif est ainsi de décrire les mouvements et les déformations des systèmes matériels considérés comme continus à l'échelle macroscopique. Mathématiquement, un domaine matériel peut être considéré comme continu si à n'importe quel instant t fixé, les propriétés physiques considérées τ sont continues et dérivables par rapport aux variables d'espace. Autrement dit, lors du processus de modélisation des milieux matériels étudiés, l'aspect discontinu de la matière à l'échelle moléculaire n'est pas pris en compte. Ceci constitue une hypothèse indispensable à l'écriture de tous les développements qui vont suivre. Concrètement, si l'on considère un déplacement élémentaire \vec{dl} on peut écrire :

$$d\tau = \nabla\tau \cdot \vec{dl} \quad (3.1)$$

Ce choix d'approche a plusieurs conséquences notables :

- La plus petite partie du milieu matériel étudié qu'il est possible de considérer est un élément de volume qui contient un suffisamment grand nombre de molécules pour avoir un aspect continu. Cet élément de volume est appelé "volume élémentaire représentatif" (V.E.R.). C'est à ce V.E.R. que l'on

fait référence lorsque dans la suite on parlera de particules matérielles. Cette notion de V.E.R. pose naturellement une des limites de la mécanique des milieux continus déformables. Dans le cas d'un gaz par exemple, le V.E.R. doit être grand par rapport au libre parcours moyen des molécules. Ceci implique que dans des milieux raréfiés, typiquement la haute atmosphère où le libre parcours moyen des molécules est grand, la taille du V.E.R. peut dépasser la taille de l'objet étudié. Concrètement la M.M.C.D. est inadaptée à l'étude de l'écoulement autour d'un satellite.

- Considérons un milieu matériel dont l'on note la configuration de référence non déformée Ω_0 et $\Omega(t)$ sa configuration déformée à l'instant t . L'hypothèse des milieux continus permet d'assurer que la correspondance entre la position d'une particule matérielle dans Ω_0 et sa position dans $\Omega(t)$ est biunivoque et bicontinue. Autrement dit : la fonction ζ qui aux coordonnées \vec{x}_0 d'une particule matérielle P dans Ω_0 associe les coordonnées $\vec{x}(t)$ de P dans $\Omega(t)$:

$$\zeta(\vec{x}_0, t) = \vec{x}(t) \quad (3.2)$$

et son inverse :

$$\zeta^{-1}(\vec{x}, t) = \vec{x}_0 \quad (3.3)$$

sont continues, dérivables et à dérivées continues. Ceci implique que $\det(\nabla\zeta) > 0$, et il est donc possible de transporter les équations de conservation du domaine $\Omega(t)$ au domaine de référence Ω_0 . Cette propriété sera utilisée plus particulièrement en mécanique du solide.

3.1.2 Description Eulerienne et Lagrangienne

Au moment de décrire l'état du milieu continu déformable étudié, il existe traditionnellement deux possibilités :

- l'approche Lagrangienne
- l'approche Eulerienne

Le premier consiste à décrire l'évolution temporelle des quantités physiques au sein d'un volume matériel de $\Omega(t)$. Un volume matériel est défini comme étant l'espace occupé par un certain nombre de particules matérielles que l'on suit au cours du temps. Ces particules matérielles X sont identifiées par leurs coordonnées géométriques \vec{x}_0 dans la configuration non déformée Ω_0 . De fait, la position des particules matérielles dans l'espace peut être obtenue grâce à la fonction ζ définie par (3.2). Cette description est couramment utilisée en mécanique des structures. Dans la pratique cela consiste à évaluer les variables physiques τ directement sur les particules matérielles :

$$\tau = \tau(X, t) \quad (3.4)$$

A contrario, le point de vue Eulerien décrit l'évolution temporelle des variables physiques au sein d'un volume V fixe dans l'espace. Cette approche est naturellement adaptée à l'étude des écoulements. Concrètement les quantités physiques τ sont exprimées en des points géométriques de l'espace \vec{x} . Les valeurs

obtenues correspondent à celles des particules matérielles coïncidentes à l'instant t avec les points géométriques choisis :

$$\tau = \tau(\vec{x}, t) = \tau(\zeta(\vec{x}_0, t)) \quad (3.5)$$

Les dérivées temporelles dans chacune des deux descriptions sont reliées par :

$$\left. \frac{\partial \tau}{\partial t} \right|_X = \left. \frac{\partial \tau}{\partial t} \right|_x + v \cdot \nabla \tau \quad (3.6)$$

Avec v la vitesse des particules matérielles, définie par :

$$v(X, t) = \left. \frac{\partial \zeta(\vec{x}_0, t)}{\partial t} \right|_X = \left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_X \quad (3.7)$$

Et où $\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_X$ signifie à particule matérielle fixée et $\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_x$ à point géométrique fixé.

Remarque : D'un point de vue de pratique, l'étude numérique d'un système matériel nécessite une discrétisation spatiale de ce dernier. Au vu de ce qui vient d'être dit, le maillage utilisé à cet effet sera spatialement fixe dans le cas d'une description Eulerienne, mobile, déformable dans le cas d'une description Lagrangienne. Dans ce dernier cas, les noeuds du maillage sont attachés aux volumes matériels définis par la discrétisation.

3.1.3 Une formulation généralisée : l'arbitrary Lagrangian-Eulerian (A.L.E.)

Les description, Eulerienne et Lagrangienne constituent finalement deux cas particuliers. L'approche générale consiste à exprimer l'évolution des variables physiques au sein d'un volume spatial quelconque V_t se déformant arbitrairement dans le temps. Dans ce cas général, la grille discrétisant V_t peut donc se déformer de façon arbitraire, ses noeuds n'étant astreints ni à une position géométrique donnée, ni à suivre les déplacements des particules matérielles. Cette idée est traditionnellement illustrée par le schéma 3.1. Il est alors possible de passer continûment d'une description Eulerienne (en considérant un maillage spatialement fixe), à une description Lagrangienne (en considérant un maillage se déformant de façon à rester coïncidant avec les particules matérielles choisies). Les dérivées temporelles en A.L.E. sont reliées aux dérivées temporelles en Lagrangien par la relation 3.8 et aux dérivées Eulerienne par 3.9[30] :

$$\left. \frac{\partial \tau}{\partial t} \right|_X = \left. \frac{\partial \tau}{\partial t} \right|_x + c \cdot \nabla \tau \quad (3.8)$$

$$\left. \frac{\partial \tau}{\partial t} \right|_x = \left. \frac{\partial \tau}{\partial t} \right|_X - \hat{v} \cdot \nabla \tau \quad (3.9)$$

Avec $\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_X$ signifiant "à noeud de maillage fixé" et c définie comme :

$$c = v - \hat{v} \quad (3.10)$$

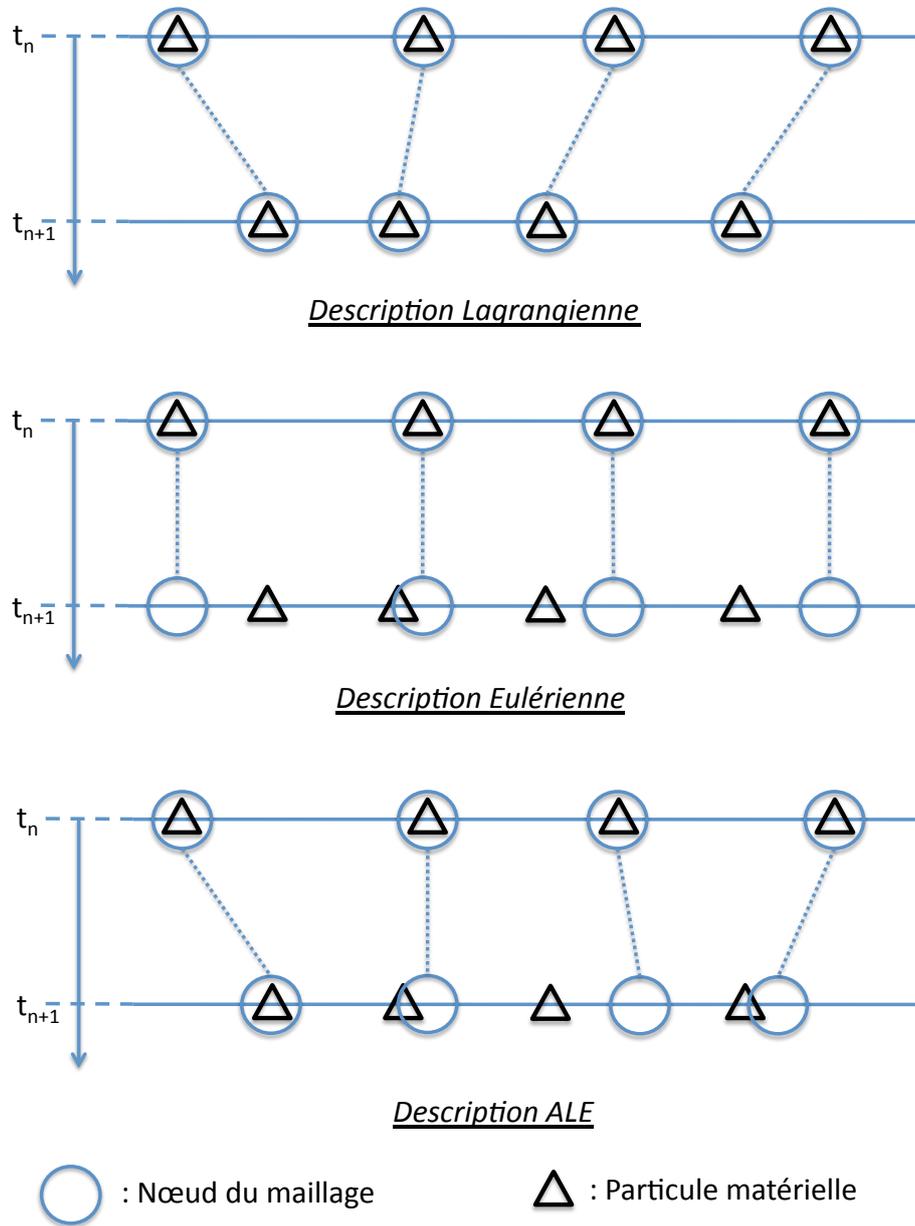


Figure 3.1 : Illustration 1D des descriptions Lagrangienne, Eulérienne et ALE

où \widehat{v} est la vitesse de déplacement du point d'observation (autrement dit la vitesse de grille) définie par :

$$\widehat{v}(\chi, t) = \left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_{\chi} \quad (3.11)$$

3.2 Equations de bilan pour la masse et la quantité de mouvement

3.2.1 Rappel : Surfaces singulières

Soit V_t un sous domaine compact de $\Omega(t)$ possédant une frontière régulière ∂V_t . On considère $\Sigma(t)$ une surface régulière de normale \vec{n}_Σ séparant le domaine V_t en deux sous-régions V_t^+ et V_t^- (c.f. fig. 3.2). On définit alors pour toute fonction vectorielle τ qui est C^1 sur $V_t - \Sigma(t)$ sa limite à gauche τ^- et sa limite à droite τ^+ telles que :

$$\lim_{\substack{P \rightarrow r \\ V_t^+}} \tau(P) = \tau^+(r); \quad \lim_{\substack{P \rightarrow r \\ V_t^-}} \tau(P) = \tau^-(r); \quad \forall r \in \Sigma \quad (3.12)$$

Et on note alors :

$$[[\tau(r)]] = \tau^+(r) - \tau^-(r) \quad (3.13)$$

Si $[[\tau(r)]]$ ne s'annule en aucun point de Σ , alors Σ est appelée surface singulière d'ordre 0 pour τ_i .

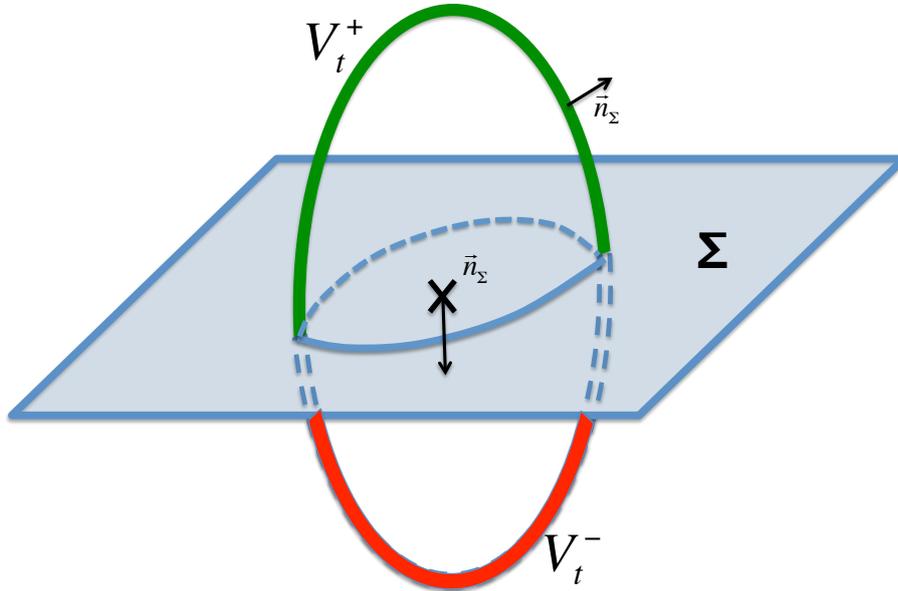


Figure 3.2 : Surface singulière $\Sigma(t)$ de normale \vec{n}_Σ séparant le domaine V_t en deux sous-régions V_t^+ et V_t^-

Dans la suite on s'appuiera sur le théorème de transport de Reynolds [90, 11] et sur le théorème de Gauss généralisé :

Théorème 1 (Théorème de transport de Reynolds) Soit V_t un sous domaine d'un volume matériel se déformant dans le temps. On suppose que sa frontière ∂V_t est régulière, et que sa normale unitaire n_{V_t} en un point quelconque de ∂V_t est orientée vers l'extérieur. Pour tout champ vectoriel $\tau(x, t)$ on a :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_t} \tau dV = \int_{V_t} \frac{\partial \tau}{\partial t} \Big|_x dV + \int_{\partial V_t} \tau \hat{v} \cdot \vec{n}_S dS \quad (3.14)$$

Théorème 2 (Théorème de Gauss généralisé) Si Σ est une surface singulière d'ordre 0 pour le champ vectoriel τ de classe $C^1(V_t - \Sigma)$ alors :

$$\int_{\partial V_t} \tau \vec{n}_{S_t} dS = \int_{V_t} \nabla \cdot \tau dV_t + \int_{\Sigma(t)} [[\tau]] \vec{n}_\Sigma d\Sigma \quad (3.15)$$

Où $\vec{n}_{\partial V_t}$ et \vec{n}_Σ sont respectivement les normales de ∂V_t et de $\Sigma(t)$.

3.2.2 Dérivées temporelles et surfaces singulières

Soit $v_\Sigma \vec{n}_\Sigma$ la vitesse de déplacement de Σ . L'application du théorème de transport de Reynolds aux deux sous-domaines V_t^+ et V_t^- donne respectivement 3.16 et 3.17 :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_t^+} \tau dV = \int_{V_t^+} \frac{\partial \tau}{\partial t} \Big|_x dV + \int_{\partial V_t^+} \tau \hat{v} \cdot \vec{n}_S dS - \int_{\Sigma(t)} \tau v_\Sigma \cdot \vec{n}_\Sigma d\Sigma \quad (3.16)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V_t^-} \tau dV = \int_{V_t^-} \frac{\partial \tau}{\partial t} \Big|_x dV + \int_{\partial V_t^-} \tau \hat{v} \cdot \vec{n}_S dS + \int_{\Sigma(t)} \tau v_\Sigma \cdot \vec{n}_\Sigma d\Sigma \quad (3.17)$$

La combinaison de 3.16 et 3.17 donne :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_t} \tau dV = \int_{V_t} \frac{\partial \tau}{\partial t} \Big|_x dV + \int_{\partial V_t} \tau \hat{v} \cdot \vec{n}_S dS - \int_{\Sigma(t)} [[\tau]] v_\Sigma \vec{n}_\Sigma d\Sigma \quad (3.18)$$

Enfin en appliquant le théorème de Gauss à 3.18 on obtient la formulation générale du théorème de transport de Reynolds :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_t} \tau dV = \int_{V_t} \frac{\partial \tau}{\partial t} \Big|_x + \nabla \cdot (\tau \otimes \hat{v}) dV + \int_{\Sigma(t)} [[\tau(\hat{v} - v_\Sigma) \vec{n}_\Sigma]] d\Sigma \quad (3.19)$$

3.2.3 Forme générale des équations de bilan

Les relations fondamentales de la mécanique des milieux continus expriment la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. L'expression générale d'une loi de conservation pour une de ses quantités τ possède la structure suivante :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_t} \tau dV + \int_{\partial V_t} \Phi \cdot \vec{n}_S dS - \int_{V_t} r dV = 0 \quad (3.20)$$

La relation 3.20 exprime le fait que toute variation de τ dans V_t est due en partie au flux Φ à travers la surface ∂V_t et en partie au terme source volumique r . L'application de 3.19 à 3.20 aboutit à :

$$\int_{V_t} \left. \frac{\partial \tau}{\partial t} \right|_x + \nabla \cdot (\tau \otimes \hat{v} + \Phi) - r dV + \int_{\Sigma(t)} \llbracket \tau(\hat{v} - v_\Sigma) \vec{n}_\Sigma + \Phi \rrbracket d\Sigma = 0 \quad (3.21)$$

Qui prise dans sa forme locale donne :

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \tau}{\partial t} \right|_x + \nabla \cdot (\tau \otimes \hat{v} + \Phi) - r = 0 & \text{dans } V_t - \Sigma \\ \llbracket \tau(\hat{v} - v_\Sigma) \vec{n}_\Sigma + \Phi \rrbracket = 0 & \text{sur } \Sigma \end{cases} \quad (3.22)$$

3.2.4 Conservation de la masse

L'équation traduisant la conservation de la masse est obtenue en écrivant l'équation de bilan sur la masse volumique ρ . On a ainsi en considérant un volume arbitraire dont la surface externe se déforme à la vitesse \hat{v} : $\Phi = \rho(v - \hat{v}) \vec{n}_\Sigma$ et $r = 0$. Soit en réutilisant 3.22 avec 3.9 on obtient :

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_x + c \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot v = 0 & \text{dans } V_t - \Sigma \\ \llbracket \rho(v - v_\Sigma) \vec{n}_\Sigma \rrbracket = 0 & \text{sur } \Sigma \end{cases} \quad (3.23)$$

3.2.5 Conservation de la quantité de mouvement

De même que dans 3.2.4, l'équation traduisant la conservation de la quantité de mouvement est obtenue en écrivant l'équation de bilan sur ρv . On a ainsi en considérant un volume arbitraire dont la surface externe se déforme à la vitesse \hat{v} : $\Phi = (\rho v(v - \hat{v}) + \sigma) \vec{n}_\Sigma$ et $r = 0$, avec σ le tenseur des contraintes internes. En combinant alors 3.22 avec 3.9 on obtient :

$$\begin{cases} \rho \left(\left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_x + c \cdot \nabla v \right) - \nabla \sigma - \rho b = 0 & \text{dans } V_t - \Sigma \\ \llbracket \rho v(v - v_\Sigma) \vec{n}_\Sigma + \sigma \vec{n}_\Sigma \rrbracket = 0 & \text{sur } \Sigma \end{cases} \quad (3.24)$$

3.3 Où l'on différencie enfin le fluide et le solide

La différence entre les équations décrivant le fluide et le solide provient principalement de la description (Lagrangienne, Eulérienne ou mixte) choisie, de l'expression du tenseur des contraintes et de la loi d'état utilisée. Les deux derniers points seront explicités dans les deux chapitres suivants. On s'attache ici principalement au choix de la description.

Rapide aparté : un peu de pragmatisme

Le choix de la description utilisée n'est pas seulement conditionné par la physique du phénomène étudié. L'aspect technique de mise en oeuvre a aussi son importance. Une fois arrivé aux équations générales 3.23 et 3.24 deux options se présentent à celui chargé de développer un outil numérique pour l'étude des interactions fluide structures.

- La première est de réaliser un couplage monolithique, résolvant directement 3.23 et 3.24. Informatiquement, le système couplé est donc traité dans son ensemble par un seul et même programme. Cette méthode n'introduit pas d'instabilité supplémentaire et est donc globalement plus robuste [42, 54]. Elle est malheureusement par nature peu modulable d'un point de vue logiciel et donc plutôt ancrée sur le domaine d'application pour lequel elle a été développée.
- L'autre option possible, qui a été retenue dans le cadre de cette thèse, est un couplage partitionné. Chaque physique est modélisée indépendamment et traitée par un code spécialisé. La modularité logicielle n'est alors plus un problème. En contrepartie des questions sur la précision et la stabilité du schéma de couplage qui lie les différentes physiques apparaissent [84, 85]. Les codes retenus pour cette thèse et présentés dans les deux prochains chapitres sont AVBP pour la partie fluide et MARC pour la partie solide.

3.3.1 Description du fluide

Dans le cadre de la propulsion solide, l'écoulement étudié prend sa source au niveau du propergol. La combustion de ce dernier génère des gaz chauds convectés dans la chambre puis éjectés à travers la tuyère. Du fait de cet aspect "écoulement" le point de vue Lagrangien est exclu. Une approche Eulérienne est envisageable dans plusieurs cas :

- Le fluide est traité comme découplé de la structure et cette dernière est fixe dans le temps.
- Seules les petites déformations de la structure sont prises en compte. Ceci peut être le cas dans le cadre d'une étude vibro-acoustique par exemple. L'impact de la structure sur le fluide peut alors être modélisé à l'aide de parois fixes aspirantes/soufflantes [39, 116].
- Les déformations de la structure sont transmises au fluide par le biais de méthodes chimères [108] ou de conditions limites immergées [83].

Dans le cas du solveur AVBP, les méthodes chimères et les conditions limites immergées n'étaient pas disponibles au moment de la réalisation de cette thèse. Le seul moyen de prendre en compte les grands déplacements de la structure était donc de déformer le maillage fluide au cours du temps et donc de conserver la formulation générale (ou 'A.L.E.') des équations 3.23 et 3.24. Pour rappel, les "grands déplacements" dans le contexte de la propulsion solide font référence aux éventuels battements des protections thermiques de face dans l'écoulement.

3.3.2 Description du solide

Dans le cadre du solide, la formulation Lagrangienne est naturellement adaptée. Les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont alors obtenues de 3.23 et 3.24 en posant $\hat{v} = v$ (soit $c = 0$) et $\chi = X$.

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_X + \rho \nabla \cdot v = 0 & \text{dans } \Omega^S(t) \\ \rho \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_X - \nabla \sigma - \rho b = 0 & \text{dans } \Omega^S(t) \end{cases} \quad (3.25)$$

En pratique, les équations 3.25 exprimées sur la configuration solide déformée $\Omega^S(t)$ sont rapportées à la configuration d'origine Ω_0^S pour être évaluées :

$$\begin{cases} \rho_0 \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_X - \nabla J \sigma \cdot F^{-T} - \rho b = 0 & \text{dans } \Omega_0^S \end{cases} \quad (3.26)$$

avec $\rho_0 = J\rho$ et $J = \det(F)$. Enfin MARC étant un solveur éléments finis, sa résolution du système solide s'appuie sur une formulation variationnelle de 3.26 soit finalement :

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial \rho_0}{\partial t} \right|_X = 0 & \text{dans } \Omega_0^S \\ \int_{\Omega_0^S} \rho_0 (a - b) \cdot \phi + \int_{\Omega_0^S} (J \sigma \cdot F^{-T}) : \frac{\partial \phi}{\partial x_0} = \int_{\Gamma} n \cdot \sigma \cdot \phi & \forall \phi \in H_0^1(\Omega_0^S) \end{cases} \quad (3.27)$$

avec $a = \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_X$ l'accélération de la particule matérielle X .

3.3.3 Quid des relations de saut ?

Dans le cas de l'étude d'un système couplé fluide-structure, l'interface matérielle fluide/solide apparaît comme une surface singulière d'ordre 0 pour la densité et la quantité de mouvement. Les quantités à échanger entre le solveur fluide et mécanique doivent donc être choisies de façon à respecter les conditions de saut apparaissant dans 3.23 et 3.24.

Concernant la conservation de la masse, il apparaît qu'imposer la condition intuitive de non-pénétration (i.e. $v_{fluide} = v_{solide}$) sur l'interface fluide/solide suffit à respecter la condition de saut de 3.23. Avec les

notations précédentes, on a :

$$v = v_{\Sigma} \quad (3.28)$$

Pour ce qui est de la conservation de la quantité de mouvement, 3.28 permet de réduire la relation de saut de 3.24 à :

$$[[\sigma \vec{n}_{\Sigma}]] = 0 \quad (3.29)$$

qui traduit la continuité du tenseur des contraintes à l'interface. En pratique, les efforts visqueux tangents sont jugés négligeables devant les contraintes induites par la pression hydrostatique. L'équation 3.29 se résume donc à assurer :

$$[[(\sigma \vec{n}_{\Sigma}) \vec{n}_{\Sigma}]] = 0 \quad (3.30)$$

On tire finalement de ces relations de saut que pour réaliser un couplage entre un sous domaine fluide et un sous domaine solide, il suffit de :

- transférer au solveur fluide la position et la vitesse de l'interface solide de façon à assurer la condition de non-pénétration
- transférer au solveur solide la pression hydrostatique sur l'interface de façon à assurer la continuité des contraintes

Section 4

Mécanique des fluides numérique

Ce chapitre est consacré au code de mécanique des fluides AVBP. Il s'agit d'un code massivement parallèle développé conjointement par le CERFACS et l'IFP-Energies nouvelles, conçu pour résoudre les équations de Navier-Stokes compressible sur des maillages non structurés [103, 101]. Les équations et les méthodes numériques utilisées sont ici brièvement rappelées. Pour plus de détails on pourra se référer à [78, 100, 104]. On présente ensuite l'algorithme de déformation de maillage qui a été sélectionné et implémenté dans le cadre de cette thèse ainsi que l'algorithme d'adaptation de maillage qui l'accompagne. Le comportement du code AVBP sur maillage mobile est finalement validé sur une configuration simple, représentative de la propulsion solide.

4.1 Equations générales

4.1.1 Equations de Navier-Stokes

L'évolution d'un écoulement compressible est décrite par les équations de conservations de la masse (eq. 4.1), de la quantité de mouvement (eq. 4.2) et de l'énergie (eq. 4.3) obtenues dans le chapitre 3 :

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_x + c \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot v = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho \left(\left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_x + c \cdot \nabla v \right) - \nabla \sigma - \rho b = 0 \quad (4.2)$$

$$\rho \left(\left. \frac{\partial E}{\partial t} \right|_x + c \cdot \nabla E \right) - \nabla(\sigma \cdot v) - v \cdot \rho b = 0 \quad (4.3)$$

où ρ , v , c et E sont respectivement la masse volumique, le vecteur vitesse, la vitesse relative entre le point d'observation (noeud du maillage) et le fluide (cf. eq. 3.10), et l'énergie massique totale (somme de l'énergie interne et de l'énergie cinétique). Le tenseur des contraintes σ est une fonction univoque du tenseur des vitesses de déformation G avec :

$$G_{ij} = \frac{\partial F_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.4)$$

L'expression de cette relation $\sigma = f(G)$ est :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda\nabla \cdot v\delta_{ij} + 2\mu G_{ij} \quad (4.5)$$

où p , λ et μ sont respectivement la pression, le coefficient de viscosité de dilatation et le coefficient de viscosité de cisaillement. λ et μ étant reliés par la relation de Stokes :

$$3\lambda + 2\mu = 0 \quad (4.6)$$

Remarque : E est définie par $E = H - p/\rho$. H représente l'enthalpie totale calculée comme $H = h_s + \frac{1}{2}v_i^2$, où $\frac{1}{2}v_i^2$ est l'énergie cinétique du fluide et $h_s = \int_{T_0}^T C_p dT$ est l'enthalpie sensible, C_p et T étant respectivement la capacité calorifique à pression constante et la température du fluide.

4.1.2 Equation d'état

L'équation d'état utilisée dans le cadre de nos applications est celle du gaz parfait :

$$p = \rho T \frac{R^0}{\bar{W}} \quad (4.7)$$

avec R^0 la constante universelle des gaz parfaits et \bar{W} la masse molaire du fluide.

4.2 Discrétisation

On présente ici brièvement la discrétisation cell-vertex et le schéma numérique utilisé au cours de cette thèse. Les notations utilisées pour écrire la discrétisation spatiale sont illustrées sur la figure 4.1. Le volume de contrôle V_i du noeud i s'appuie sur le milieu des arrêtes qui partent de i et sur les barycentres des cellules auxquelles i appartient. Mathématiquement, on a :

$$V_i = \sum_{j|i \in \Omega_j} \frac{1}{n_v(\Omega_j)} V_{\Omega_j} \quad (4.8)$$

où $n_v(\Omega_j)$ correspond au nombre de noeuds que possède Ω_j .

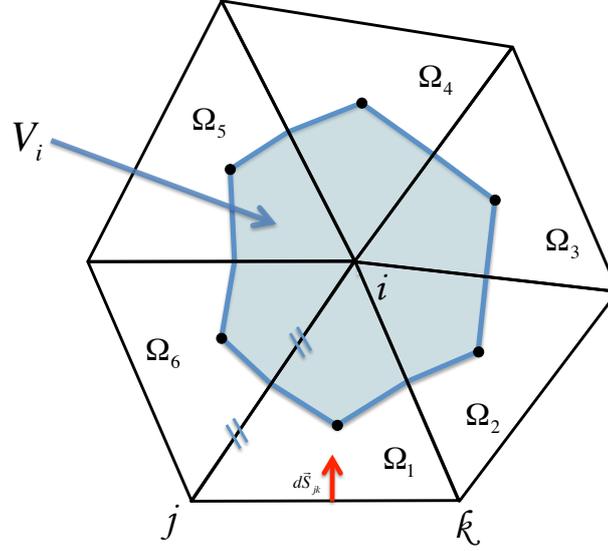


Figure 4.1 : Illustration des notations utilisées pour la discrétisation spatiale

4.2.1 Intégration temporelle

Le schéma de Lax-Wendroff [64, 59] a été utilisé pour réaliser le calcul des flux convectifs des simulations présentées dans ce manuscrit. Il est du second ordre en espace et en temps et présente des caractéristiques admissibles en terme de diffusion et de dispersion pour un coup de calcul raisonnable. Sa formulation se redérive en intégrant 3.20 sans terme source ($r = 0$) au cours du temps :

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{d}{dt} \int_{V_i} \tau dV dt + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \int_{\partial V_i} \Phi \cdot \vec{n}_S dS dt = 0 \quad (4.9)$$

Rappelons que τ désigne une variable conservative et Φ son flux à travers ∂V_i . L'intégration en temps du premier terme est immédiate, et en se restreignant au volume de contrôle du noeud i on obtient :

$$V_i^{n+1} \tau_i^{n+1} - V_i^n \tau_i^n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \int_{V_i} \nabla \cdot \Phi dV dt = 0 \quad (4.10)$$

Le deuxième terme est calculé via un développement de Taylor au deuxième ordre en temps :

$$V_i^{n+1} \tau_i^{n+1} - V_i^n \tau_i^n + \int_{V_i^{n+\frac{1}{2}}} \nabla \cdot \Phi^{n+\frac{1}{2}} dV = 0 \quad (4.11)$$

Afin d'obtenir un schéma explicite $\Phi^{n+\frac{1}{2}}$ est exprimé en fonction des variables à l'instant t^n :

$$\Phi^{n+\frac{1}{2}} = \Phi^n + \frac{\Delta t}{2} \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{t^n} \quad (4.12)$$

On introduit alors la matrice jacobienne A tel que :

$$A = \frac{\partial \phi}{\partial \tau} \quad (4.13)$$

d'où il vient :

$$A \left. \frac{\partial \tau}{\partial t} \right|_x = \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_x \quad (4.14)$$

L'expression du terme de gauche est obtenue en combinant 3.9 avec 3.22 :

$$A \left. \frac{\partial \tau}{\partial t} \right|_x = A (-\tau \nabla \cdot \hat{v} - \nabla \phi) \quad (4.15)$$

En réinjectant finalement 4.15 dans 4.12 il vient :

$$V_i^{n+1} \tau_i^{n+1} - V_i^n \tau_i^n - \Delta t \int_{V_i^{n+\frac{1}{2}}} \nabla \cdot \Phi^n dV + \frac{\Delta t^2}{2} \int_{V_i^{n+\frac{1}{2}}} \nabla \cdot A \Phi^n + \tau \nabla \cdot \hat{v} dV = 0 \quad (4.16)$$

Soit sous une forme plus conventionnelle :

$$\frac{\tau_i^{n+1} - \tau_i^n}{\Delta t} = -\frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta t V_i^{n+1}} \tau_i^n - \frac{1}{V_i^{n+1}} \int_{V_i^{n+\frac{1}{2}}} \nabla \cdot \Phi^n dV + \frac{\Delta t}{2 V_i^{n+1}} \int_{V_i^{n+\frac{1}{2}}} \nabla \cdot A \Phi^n + \tau \nabla \cdot \hat{v} dV \quad (4.17)$$

Remarque : Afin d'éviter toute instabilité numérique le pas de temps Δt doit être plus petit que le CFL critique convectif et diffusif. Dans la mesure où AVBP est un code compressible, le CFL est basé sur la somme des vitesses acoustiques et convectives.

4.2.2 Loi de conservation géométrique (GCL)

La présence de la vitesse de grille \hat{v} (ou de $c = v - \hat{v}$) rajoute un degré de liberté au système d'équations de Navier-Stokes par rapport à une approche Euler. Ce dernier est fermé via l'écriture d'une loi de conservation des volumes et surface mise sous forme intégrale par Thomas et Lombard [112] :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_t} dV = \int_{\partial V_t} \hat{v} \cdot \vec{n} dS \quad (4.18)$$

et dont il est possible d'écrire une forme discrète [124]. Farhat et Lesoinne [69, 41] ont montré que la vérification de cette forme discrète du GCL est nécessaire pour obtenir une convergence temporelle au premier ordre. Dans AVBP la vitesse de déplacement des noeuds du maillage est prise constante au cours d'un pas de temps à cet effet :

$$\hat{v}_i(t^n \rightarrow t^{n+1}) = \frac{x_i^{n+1} - x_i^n}{\Delta t} \quad (4.19)$$

On le verra dans le chapitre 6, cette nécessité de vérifier la GCL pose quelques problèmes du point de vue du couplage fluide-structure.

4.2.3 Intégration spatiale

L'intégration spatiale peut être mise en œuvre de trois manières différentes : "cell-centered", "vertex-centered", et enfin "cell-vertex". Seule cette dernière est présentée ici, car utilisée dans AVBP. Dans la méthode "cell-vertex" les valeurs discrètes des variables sont stockées au niveau des noeuds du maillage et les flux sont supposés évoluer linéairement sur les faces des cellules [97, 96, 102]. Elle se décompose en deux parties :

- une première étape d'assemblage, où les opérateurs de convection et diffusion CD sont évalués sur les volumes de contrôle centrés aux cellules à partir des quantités stockées aux noeuds. Soit en notant N_d le nombre de dimensions spatiales, V_{Ω_j} le volume de la cellule et ϕ_i le flux considéré au noeud i :

$$CD|_{\Omega_j} = \frac{1}{N_d V_{\Omega_j}} \sum_{i|i \in \partial \Omega_j} \phi_i \cdot \vec{dS}_i \quad (4.20)$$

- une étape de distribution, où les résidus précédemment calculés sont redistribués aux volumes de contrôle centrés aux noeuds. Soit :

$$CD|_i = \frac{1}{V_i} \sum_{j|i \in \Omega_j} V_{\Omega_j} M_{i,\Omega_j} CD|_{\Omega_j} \quad (4.21)$$

Avec M_{i,Ω_j} une matrice de masse telle que $\sum_{i|i \in \Omega_j} M_{i,\Omega_j} = 1$ afin d'assurer la conservativité du schéma.

Pour illustration, pour la première intégrale de l'équation 4.17 on a :

$$\int_{V_i^{n+\frac{1}{2}}} \nabla \cdot \phi^n dV = \sum_{j|i \in \Omega_j} \frac{1}{n_v N_d} \sum_{i|i \in \partial \Omega_j} \phi_i^n \cdot \vec{dS}_i^{n+\frac{1}{2}} \quad (4.22)$$

Dans le cas ALE, 4.17 on obtient finalement après intégration spatiale [77] :

$$\begin{aligned}
 \frac{\tau_i^{n+1} - \tau_i^n}{\Delta t} &= \frac{V_i^{n+\frac{1}{2}}}{V_i^{n+1}} \left(R_i + \frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta t V_i^{n+\frac{1}{2}}} \tau_i^n \right) \\
 R_i &= \frac{1}{V_i^{n+\frac{1}{2}}} \sum_{i|i \in \Omega_j} V_{\Omega_j}^{n+\frac{1}{2}} \left(M_{i,\Omega_j}^{(1)} R_{\Omega_j} + M_{i,\Omega_j}^{(2)} (R_{\Omega_j} + R_{\Omega_j}^c) \right) \\
 M_{i,\Omega_j}^{(1)} &= \frac{1}{n_v} \\
 M_{i,\Omega_j}^{(2)} &= \frac{1}{2N_d} \frac{\Delta t}{V_{\Omega_j}^{n+\frac{1}{2}}} A_{\Omega_j}^n \overrightarrow{dS}_i^{n+\frac{1}{2}} \\
 R_{\Omega_j} &= \frac{1}{N_d V_{\Omega_j}^{n+\frac{1}{2}}} \sum_{i|i \in \Omega_j} \phi_i^n \overrightarrow{dS}_i^{n+\frac{1}{2}} \\
 R_{\Omega_j}^c &= \frac{1}{N_d V_{\Omega_j}^{n+\frac{1}{2}}} \sum_{i|i \in \Omega_j} \widehat{v}_i^n \overrightarrow{dS}_i^{n+\frac{1}{2}}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

4.3 Déformation de maillage

4.3.1 Méthodes classiques

La propagation des déformations de la frontière du maillage au corps de ce dernier constitue un véritable problème technique et scientifique. Des résultats des travaux menés sur ce thème, on peut extraire plusieurs grands types d'approches :

- L'analogie avec un réseau de ressorts linéaires. Présentée par Batina [10], cette méthode a été largement utilisée du fait de sa facilité d'implémentation et de son interprétation intuitive. L'idée d'origine est d'assimiler les arêtes du maillage avec des ressorts linéaires. L'écriture de l'équilibre de ce réseau de ressorts soumis à une déformation de sa frontière aboutit à un système linéaire. Ce dernier est alors résolu à l'aide de méthodes itératives telles que Jacobi ou Gauss Seidel. Cette méthode a bénéficié de nombreuses améliorations, Degand, Farhat et al. [40, 26] proposent d'ajouter des ressorts de torsions, Botasso [15] des ressorts supplémentaires sur les hauteurs des mailles. Cette méthode est ainsi complexifiable citemarkou2007ortho à loisir de façon à la rendre plus robuste, le facteur limitant étant le coût de calcul.
- L'approche pseudo-solide. Un pas de plus vers l'analogie avec la mécanique des structures [2], le maillage est ici considéré comme étant attaché à un solide élastique linéaire :

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 u + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial x} \nabla \cdot V &= 0 \\
 \nabla^2 v + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial y} \nabla \cdot V &= 0
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

avec $V = (u, v)$ le champ de vecteur de déplacement des noeuds du maillage et ν le coefficient de Poisson du solide considéré. L'avantage de cette méthode sur l'analogie avec les ressorts linéaires est que l'impossibilité d'écraser des cellules est naturellement incluse dans les équations utilisées (c.f. conservation de la masse dans une approche Lagrangienne). Son défaut majeur est le coût informatique associé. Elle semble de fait difficilement applicable de façon brute à des maillages de plusieurs millions d'éléments. Pour remédier à ce problème Lefrançois [67] propose la méthode MSA (Moving Submesh Approach), qui repose sur le découpage du domaine de calcul en zone (ou super-éléments) sur lequel les déformations seront calculées avant d'être interpolée sur le maillage original. Une autre approche envisageable consiste à simplifier 4.24 afin d'alléger le coût de calcul en supprimant le terme de couplage et à ne résoudre donc que le laplacien :

$$\begin{aligned}\nabla^2 u &= 0 \\ \nabla^2 v &= 0\end{aligned}$$

- Les opérateurs biharmoniques. Proposée par Helenbrook [55], comme une généralisation à l'ordre quatre de la méthode du Laplacien :

$$\begin{aligned}\nabla^4 u &= 0 \\ \nabla^4 v &= 0\end{aligned}$$

cette méthode a l'avantage de permettre d'imposer le mouvement des frontières du maillage et le raffinement de ce dernier au bord.

- Les méthodes explicites, qui ne nécessitent pas la résolution d'un système d'équations. Mohammadi et Pironneau [74] proposent ainsi de calculer et d'imposer aux noeuds internes un déplacement qui est proportionnel à leur distance de la frontière du maillage.
- Les méthodes de smoothing, implémentées dans AVBP et dont on donne plus de détails dans la partie suivante.

4.3.2 Méthode de smoothing

Dans le code AVBP, les déplacements des noeuds du maillage $\widehat{\Omega}$ sont propagés de l'interface fluide-structure au coeur du domaine via une méthode de "Laplacian smoothing" [43]. Le principe consiste à écrire le déplacement de chaque noeud comme une moyenne pondérée des déplacements de ses noeuds voisins (cf. 4.2). Concrètement, en notant $\widehat{\Omega}_i$ l'ensemble des cellules auxquelles appartient i :

$$\begin{cases} \vec{dx}_i = \frac{1}{\sum_j \alpha_j} \sum_{j \in \widehat{\Omega}_i \setminus i} \alpha_j \vec{dx}_j \\ \alpha_j = \frac{1}{l_{ij}} \end{cases} \quad (4.25)$$

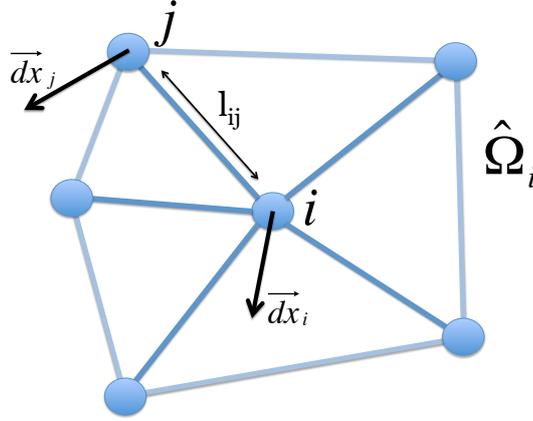


Figure 4.2 : Illustration des notations utilisées pour la méthode "Laplacian smoothing"

Ce système d'équations peut être reformulé sous la forme

$$Sdx = b \quad (4.26)$$

où b contient la contribution des noeuds frontière dont le déplacement imposé est celui de l'interface fluide-structure. De par 4.25, S est symétrique et tous ces coefficients sont positifs. De plus, toujours d'après 4.25, chaque ligne traduisant le déplacement d'un noeud interne du maillage est telle que :

$$S_{ii} = \sum_{j \neq i} S_{ij} \quad (4.27)$$

Les lignes portant l'expression du déplacement d'un noeud frontière sont elles réécrites, tous les coefficients sont nuls à l'exception du coefficient diagonal qui vaut 1. Soit en notant $\partial\hat{\Omega}$ l'ensemble des noeuds frontière du maillage :

$$\begin{cases} S_{ii} = 1, \forall i \in \partial\hat{\Omega} \\ S_{ij} = 0, i \neq j, \forall i \in \partial\hat{\Omega} \end{cases} \quad (4.28)$$

D'après le théorème de Gerschgorin [50], toutes les valeurs propres sont situées dans l'ensemble Θ défini comme étant l'union des boules ouvertes $B(S_{ii}, r_i)$ centrées sur les coefficients diagonaux de S et de rayons $r_i = \sum_{j \neq i} S_{ij}$ avec l'intersection des frontières de ces dernières :

$$\Theta = (\cup_i B(S_{ii}, r_i)) \cup (\cap_i \partial B(S_{ii}, r_i)) \quad (4.29)$$

De par les lignes de S qui portent les déplacements des noeuds frontières, nous avons :

$$\cap_i \partial B(S_{ii}, r_i) = 0 \quad (4.30)$$

et donc :

$$\Theta = \cup_i B(S_{ii}, r_i) \quad (4.31)$$

Comme tous les coefficients de S sont positifs, l'équation 4.27 permet d'écrire que toutes les valeurs propres de S sont réelles et positives. De fait S est symétrique définie positive, ce qui justifie l'utilisation de la méthode du gradient conjugué [57] pour résoudre 4.26. Cet algorithme présente deux qualités d'un point de vue algorithmique et informatique. La première est de ne jamais requérir l'écriture de la matrice S , toutes les opérations réalisées ne nécessitant que le vecteur produit Sdx . Cela se traduit informatiquement par une faible consommation mémoire. La seconde est d'être aisément parallélisable, garantissant ainsi une bonne efficacité dans un code massivement parallèle comme AVBP. D'un point de vue pratique cet algorithme du gradient conjugué n'est jamais complètement convergé, mais effectué sur un nombre d'itérations définies par l'utilisateur.

4.3.3 Adaptation de maillage

De grandes déformations du maillage, répétées régulièrement au cours du temps mènent à coup sûr à une détérioration de ce dernier qui peut aller jusqu'à l'interruption du calcul. Cette détérioration peut être mesurée en comparant la qualité des éléments du maillage à l'instant t avec celle obtenue sur le maillage d'origine. Pour une maille triangulaire Γ la qualité a pour expression [29] :

$$Q_{\Gamma} = \frac{(\sum_i l_i)^2}{12\sqrt{3}|\Gamma|} \quad (4.32)$$

où l_i et $|\Gamma|$ sont respectivement les longueurs des arêtes de Γ et $|\Gamma|$ son aire. Dans le cas d'un élément équilatéral cette qualité vaut 1, et elle croît à mesure que le triangle se déforme. L'évolution de la qualité des éléments du maillage dans le cas d'une protection thermique qui bat dans l'écoulement (cf. Fig. 4.3) est présentée Fig. 4.4 après quelques battements. Afin d'éviter un remaillage fréquent et les erreurs



Figure 4.3 : Représentation schématisée du calcul de protection thermique battant dans un écoulement d'où proviennent Fig. 4.4 et Fig. 4.5

d'interpolations associées, un algorithme d'adaptation de la position des noeuds [47] a été ajouté à la méthode de déformation de maillage présentée dans la section 4.3.2. L'idée est de placer chaque noeud du maillage de façon optimale par rapport aux cellules auxquelles il appartient, et ce d'un point de vue purement géométrique. Concrètement, on essaye de conserver des éléments équilatéraux au cours à chaque étape de déformation du maillage. Notons que ce type de méthode peut également permettre de prescrire une taille et une direction privilégiée aux éléments du maillage via l'utilisation d'un champ discret de

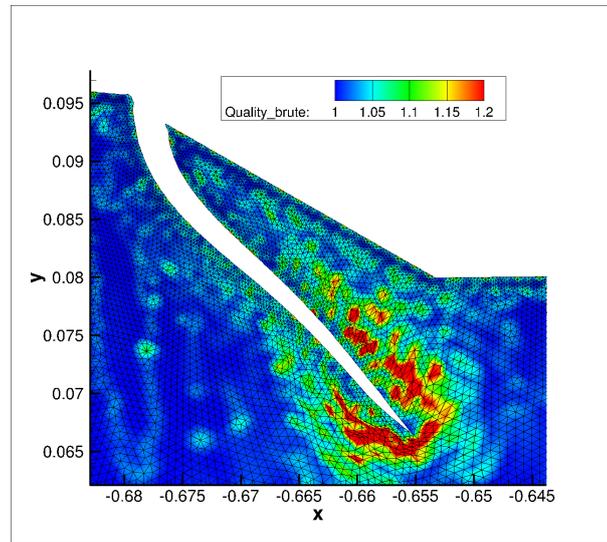


Figure 4.4 : *Qualité des éléments du maillage après quelques battements de la protection thermique*

métrique anisotrope[28]. Le résultat de l'application de cet algorithme au maillage visualisé Fig. 4.4 est présenté Fig.4.5. Bien que la grille de départ soit fortement altérée, le maillage obtenu après adaptation présente une qualité globale très satisfaisante.

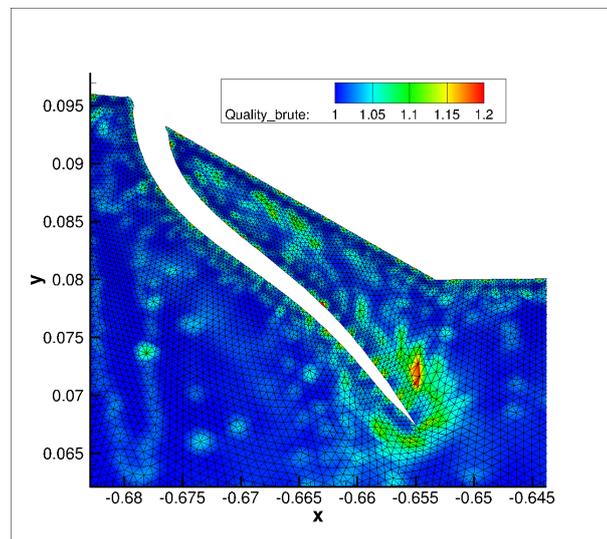


Figure 4.5 : *Qualité des éléments du maillage une fois l'adaptation réalisée après quelques battements de la protection thermique*

4.4 Validation du comportement d'AVBP en maillage mobile

L'étude de l'écoulement interne d'un moteur à propergol solide à l'aide d'une formulation ALE des équations de Navier-Stokes nécessite trois types de conditions limites :

- une condition de mur pour les parois inertes
- une condition de sortie pour la tuyère
- une condition de paroi débitante pour le propergol.

Cette dernière n'existait pas au début de la thèse et a donc dû être ajoutée au code AVBP. Afin de s'assurer du bon comportement de ces trois conditions limites, un cas test élémentaire dont on peut dériver une solution analytique a été réalisé.

4.4.1 Description de la configuration

On considère un canal en deux dimensions de longueur L et de demi-hauteur h , délimité par des murs poreux parallèles qui oscillent en phase (cf Fig. 4.6). Le domaine de calcul s'étend de $x = 0$ à $x = L$ dans

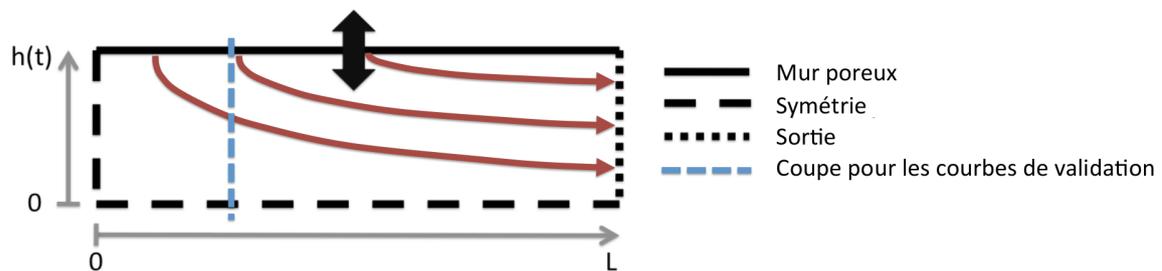


Figure 4.6 : Canal oscillant 2D

la direction de l'écoulement et de $y = 0$ à $y = h$ dans la direction transverse. Une condition de symétrie est imposée en $x = 0$ et $y = 0$, et une pression constante est prescrite à la sortie en $x = L$. La condition limite en $y = h$ correspond à un mur poreux oscillant qui injecte du gaz à une vitesse constante V_{inj} dans le canal. Ce mur poreux reste parallèle à l'axe des abscisses au cours de son oscillation et sa position est une fonction du temps t donnée par :

$$h(t) = h_0(1 + \epsilon \cos(\omega t)) \quad (4.33)$$

où h_0 est la distance moyenne entre le mur poreux oscillant et le plan de symétrie en $y = 0$, et ϵ est l'amplitude de l'oscillation. Trois cas de validation sont envisagés :

- un mur oscillant sans injection ($V_{inj} = 0$)
- un mur débitant fixe ($\epsilon = 0$)
- un mur débitant oscillant ($\epsilon \neq 0$ et $V_{inj} \neq 0$)

4.4.2 Mur oscillant sans injection

La solution analytique au premier ordre proposé par Nicoud [81] est basée sur les hypothèses suivantes :

- L'amplitude des oscillations est faible ($\epsilon \ll 1$)
- Le nombre de Reynolds ($Re = h_0^2 \epsilon \omega / \nu$) de l'écoulement est suffisamment petit pour que les termes non-linéaires puissent être négligés (écoulement de Stokes)

Sous le couvert de ces hypothèses, les expressions des composantes transverse V et longitudinale U de la vitesse sont :

$$U = Re \left[x j \omega h_0 \frac{1 - \cosh(\alpha y/h) / \alpha \cosh(\alpha)}{h(1 - \tanh(\alpha)/\alpha)} e^{-j\omega t} \right] \quad (4.34)$$

$$V = Re \left[j \omega h_0 \frac{y/h - \sinh(\alpha y/h) / \alpha \cosh(\alpha)}{1 - \tanh(\alpha)/\alpha} e^{-j\omega t} \right] \quad (4.35)$$

où $\alpha = j^{3/2} W_0$ est proportionnel au paramètre de Womersley $W_0 = h_0 \sqrt{\omega/\nu}$ et $j^2 = -1$. La comparaison entre les profils de vitesses analytiques et numériques obtenus avec AVBP, pour le cas $L = 25$ mm ; $h_0 = 1$ mm ; $\epsilon = 0.05$ and $Re = 0.9$ est très satisfaisante, comme présentée Fig. 4.7.

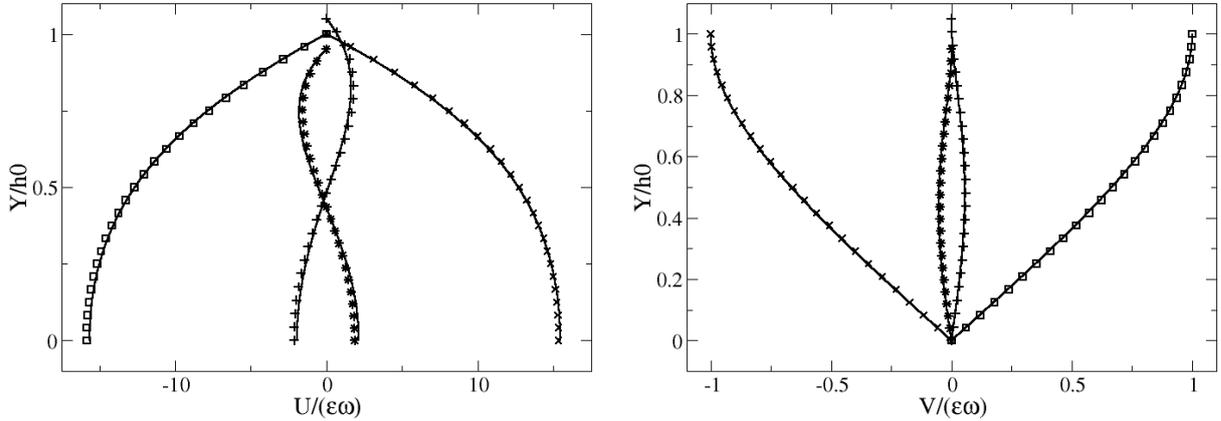


Figure 4.7 : Profils de vitesse analytiques (ligne) et numériques (symboles) longitudinaux (à gauche) et normaux (à droite) aux dates $+$, $t = 0$; \times , $t = T/4$; $*$, $t = T/2$ et \square , $t = 3T/4$, avec $T = 2\pi/\omega$

4.4.3 Paroi débitante fixe

Le domaine de calcul reste le même que dans la section précédente, mis à part le fait que le mur oscillant est à présent fixe et qu'il injecte du gaz dans le canal de façon normale à la paroi. La vitesse d'injection est prise suffisamment petite ($V_{inj} = 0.018 \text{ m s}^{-1}$) pour pouvoir rester sous l'hypothèse d'un écoulement de Stokes ($Re = h_0 V_{inj} / \nu = 1.8$). Dans cette configuration, le champ de vitesse est de la forme :

$$U = U_{axe} \left(1 - \frac{y^2}{h_0^2}\right) \quad (4.36)$$

$$V = \frac{y^3 V_{inj}}{2h^3} - \frac{3y V_{inj}}{2h_0} \quad (4.37)$$

avec $U_{axe} = \frac{3V_{inj}x}{2h_0}$. On ne présente pas ici de comparaison avec le numérique, ce résultat analytique servant essentiellement de base pour la section suivante.

4.4.4 Mur débitant oscillant

On considère à présent que la paroi débitante de la section précédente, oscille de la même manière que le mur de la section 4.4.2. La linéarité des équations de Stokes permet d'écrire que la solution analytique de cet écoulement est simplement la somme des deux précédentes. Comme présenté Fig. 4.8 les résultats numériques obtenus avec AVBP présentent une très bonne correspondance avec les résultats attendus analytiquement.

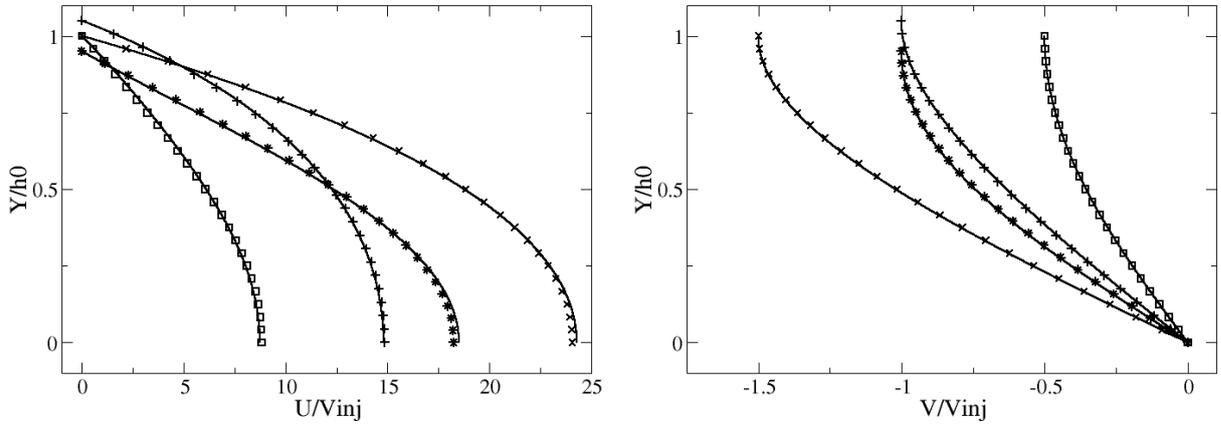


Figure 4.8 : Profils de vitesse analytiques (ligne) et numériques (symboles) longitudinaux (à gauche) et normaux (à droite) aux dates $+$, $t = 0$; \times , $t = T/4$; $*$, $t = T/2$ et \square , $t = 3T/4$, avec $T = 2\pi/\omega$

Section 5

Mécanique des structures numérique

Bien qu'il n'y ait pas eu de travaux menés directement dans le domaine de la mécanique des structures au cours de cette thèse, il est important d'avoir une idée de la théorie utilisée lors de sa mise en oeuvre. L'objectif de ce chapitre est donc de donner un rapide aperçu de la théorie de la mécanique du solide déformable dans le cas des grands déplacements, et de comment les équations qui en découlent sont résolues par le solveur MARC.

5.1 Rappel de mécanique du solide élémentaire

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3 travailler avec de grands déplacements nécessite de se ramener à une configuration de référence Ω_0 non déformée. Le point de vue Lagrangien consiste à suivre l'évolution des variables mécaniques de particules matérielles situées dans le milieu continu étudié. Ces particules matérielles sont repérées par leur position x_0 dans la configuration Ω_0 . Les variables mécaniques classiques précitées sont :

- la vitesse et l'accélération des points matériels, respectivement $v_0(t)$ et $a_0(t)$.
- la masse volumique $\rho(x_0, t)$.
- les contraintes internes $\sigma(x_0, t)$

L'objectif de cette partie est de redonner les éléments de cinématique et de dynamique nécessaires pour la section 5.3.

5.1.1 Cinématique

On considère un point matériel P de position $x_0(P)$ dans la configuration initiale Ω_0 . Ce point suit au cours du temps une modification de position qui devient $x(P, t)$ à l'instant t . Le vecteur déplacement $\vec{u}(P)$

Symbole	Signification	Expression
Ω_0	Configuration initiale non déformée	
$\Omega(t)$	Configuration déformée à l'instant t	
dx_0	Voisinage immédiat dans la configuration initiale Ω_0	
dx	Transformé de dx_0 dans la configuration actuelle $\Omega(t)$	
F	Tenseur gradient de la transformation	$dx = Fdx_0$
J	Determinant du tenseur gradient de la transformation	$J = \det F > 0$
C	Tenseur de Cauchy-Green droit	$C = F^T \cdot F$
E	Tenseur de Green-Lagrange	$E = \frac{C - Id}{2}$
σ	Tenseur des contraintes de Cauchy	
Π	Premier tenseur de Piola-Kirchoff	$\Pi = J\sigma F^{-T}$
S	Second tenseur de Piola-Kirchoff	$S = F^{-1}J\sigma F^{-T}$
ρ	Masse volumique	
T	Température	
s	Entropie spécifique	

Table 5.1 : Tableau récapitulatif des notations utilisées dans ce chapitre

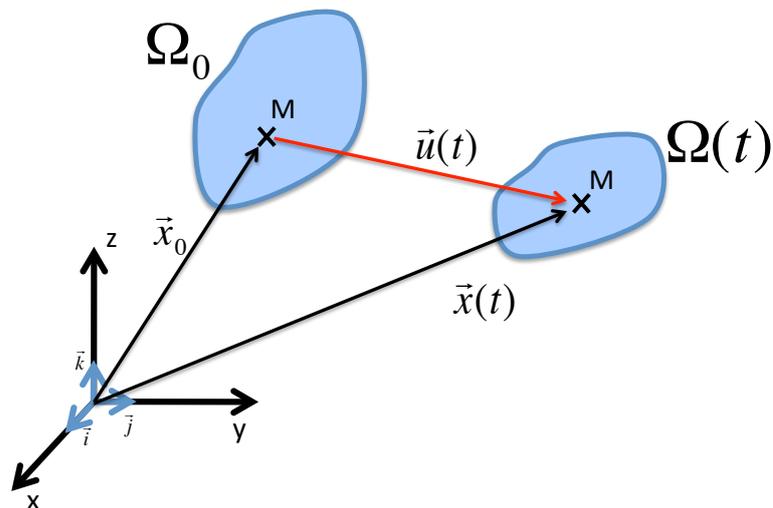
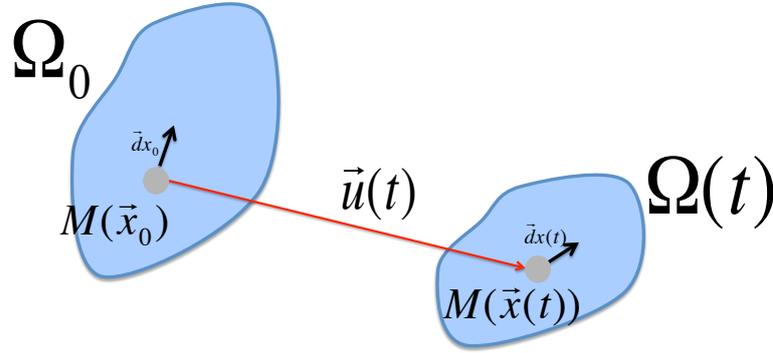


Figure 5.1 : Déformation du domaine solide Ω



x

Figure 5.2 : Déformation du voisinage immédiat d'un point matériel P

du point P est défini par $\vec{u} = \overrightarrow{x_0(P)x(P,t)}$. Au cours de cette même transformation le voisinage immédiat $d\vec{x}_0$ de P devient $d\vec{x}$. On introduit ainsi le tenseur gradient de la transformation F tel que :

$$d\vec{x} = F d\vec{x}_0 \quad (5.1)$$

Avec F de la forme :

$$[F] = Id + \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{x}_0} \right] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\partial u_x}{\partial x_0} & \frac{\partial u_x}{\partial y_0} & \frac{\partial u_x}{\partial z_0} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x_0} & 1 + \frac{\partial u_y}{\partial y_0} & \frac{\partial u_y}{\partial z_0} \\ \frac{\partial u_z}{\partial x_0} & \frac{\partial u_z}{\partial y_0} & 1 + \frac{\partial u_z}{\partial z_0} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

A partir de cette expression il est possible de définir le Tenseur de Cauchy-Green droit C qui permet d'exprimer le fait que deux points matériels distants de ds_0 dans Ω_0 sont distants de ds dans la configuration déformée :

$$ds^2 = ds^T ds = (F ds_0)^T (F ds_0) = ds_0^T F^T F ds_0 = ds_0^T C ds_0 \quad (5.3)$$

De même on introduit le Tenseur de Green-Lagrange droit E qui permet de comparer un élément de longueur déformé à sa forme initiale :

$$ds^2 - ds_0^2 = ds_0^T C ds_0 - ds_0^2 = ds_0^T (C - Id) ds_0 = ds_0^T 2E ds_0 \quad (5.4)$$

Avec donc :

$$E = \frac{C - Id}{2} \quad (5.5)$$

Enfin les invariants du tenseur de Cauchy-Green droit, utiles lors de la différenciation du tenseur de Green-Lagrange droit, sont :

$$\begin{cases} I_1 = \text{trace}(C) \\ I_2 = \frac{1}{2}(\text{trace}(C)^2 - \text{trace}(C^2)) \\ I_3 = \det(C) \end{cases} \quad (5.6)$$

Enfin on note J le Jacobien de F ($J = \det F$).

5.1.2 Contraintes

Il est possible de définir les deux tenseurs de Piola-Kirchoff à partir de l'usuel tenseur des contraintes de Cauchy σ . Le tenseur de Cauchy relie la force infinitésimale $d\vec{f}$ exercée sur une surface élémentaire ds de normale \vec{n} en un point M du solide dans la configuration actuelle $\Omega(t)$, *id est* :

$$d\vec{f} = \sigma \vec{n} ds \quad (5.7)$$

On introduit à partir de 5.7 le premier tenseur de Piola-Kirchoff Π qui relie $d\vec{f}$ dans la configuration actuelle $\Omega(t)$ à ds_0 , résultat du transport de ds dans la configuration de référence Ω_0 .

$$\begin{cases} d\vec{f} = \Pi \vec{n}_0 ds_0 \\ \Pi = J \sigma F^{-T} \end{cases} \quad (5.8)$$

De même on définit le second tenseur de Piola-Kirchoff S comme étant l'opérateur qui relie $d\vec{f}_0$ résultat du transport de $d\vec{f}$ dans la configuration de référence Ω_0 à ds_0 . Il est intéressant de noter que puisque le tenseur de Cauchy est symétrique, le second tenseur de Piola-Kirchoff l'est aussi.

$$\begin{cases} d\vec{f}_0 = S \vec{n}_0 ds_0 \\ S = F^{-1} J \sigma F^{-T} \end{cases} \quad (5.9)$$

5.1.3 Thermodynamique

L'application du second principe de la thermodynamique à un solide aboutit à l'introduction d'une fonction appelée *énergie libre spécifique* $\Psi = e - Ts$ qui caractérise la part réversible de l'énergie interne en soustrayant à cette dernière le produit de l'entropie s et de la température T .

Un des résultats de la thermodynamique des milieux continus est que le deuxième tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff S est égal à la différenciation de cette fonction d'énergie libre spécifique Ψ [66] par le

tenseur de Green-Lagrange E , ie :

$$S_{ij} = \frac{\partial \Psi}{\partial E_{ij}} \quad (5.10)$$

En s'appuyant sur les relations précédentes 5.5 et 5.6 il est possible de reformuler 5.10 sous une forme plus pratique.

$$\begin{aligned} S_{ij} &= 2 \frac{\partial \Psi}{\partial C_{ij}} \\ &= 2 \left[\frac{\partial \Psi}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial C_{ij}} + \frac{\partial \Psi}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial C_{ij}} + \frac{\partial \Psi}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial C_{ij}} \right] \\ &= 2 \left[\frac{\partial \Psi}{\partial I_1} \delta_{ij} + \frac{\partial \Psi}{\partial I_2} (I_1 \delta_{ij} - C_{ij}) + \frac{\partial \Psi}{\partial I_3} I_3 C_{ij}^{-1} \right] \end{aligned} \quad (5.11)$$

5.1.4 Cas du matériau élastique linéaire

Le modèle de Saint-Venant-Kircho est la généralisation du modèle ordinairement utilisé en élasticité linéaire sous l'hypothèse des petites déformations. L'énergie libre spécifique est alors de la forme[14] :

$$\Psi = \frac{1}{2} \lambda \text{trace}(E)^2 + 2\mu(E : E) \quad (5.12)$$

D'où l'expression du second tenseur de Piola-Kirchoff :

$$S = \frac{\partial \Psi}{\partial E_{ij}} = \lambda \text{trace}(E) Id + \mu(E) \quad (5.13)$$

5.1.5 Cas du matériau incompressible

Dans le cas d'un matériau incompressible, il n'y a malheureusement plus de bijection possible entre contraintes et déformation. Prenons par exemple une sphère constituée d'un matériau incompressible et placée dans un champ de pression uniforme. Quel que soit la valeur du champ de pression la déformation sera toujours nulle, bien que son champ de contrainte interne varie. Ainsi, pour un état de déformation donnée, le tenseur de contraintes de Cauchy est déterminé à une pression P près. Nous avons alors :

$$\sigma = \sigma^d - P Id \quad (5.14)$$

Avec σ^d le tenseur des contraintes dues aux déformations, l'exposant d signifiant déviatorique. En réutilisant 5.9 on obtient alors :

$$\begin{cases} S = S^d - P C^{-1} \\ S^d = J F^{-1} \sigma^d F^{-T} \\ I_3 = \det(C) = \det F = J = 1 \end{cases} \quad (5.15)$$

avec $I_3 = J = 1$ du fait de l'incompressibilité. Comme l'ensemble des déformations sont isochores, il est naturel que l'énergie libre ne dépende plus de l'invariant I_3 . En réutilisant 5.11 il vient que :

$$S^d = 2 \left[\frac{\partial \Psi}{\partial I_1} \delta_{ij} + \frac{\partial \Psi}{\partial I_2} (I_1 \delta_{ij} - C_{ij}) \right] \quad (5.16)$$

D'où finalement :

$$S = 2 \left[\frac{\partial \Psi}{\partial I_1} \delta_{ij} + \frac{\partial \Psi}{\partial I_2} (I_1 \delta_{ij} - C_{ij}) \right] - PC^{-1} \quad (5.17)$$

Dans le cadre des applications présentées dans la partie III nous utilisons la formulation de Mooney-Rivlin[75, 95] pour déterminer l'énergie libre. Cette expression de Ψ nécessite deux constantes ξ_1 et ξ_2 déterminées expérimentalement .

$$\Psi = \xi_1(I_1 - 3) + \xi_2(I_2 - 3) \quad (5.18)$$

L'expression de S utilisée en pratique est alors :

$$S_{ij} = 2 [\xi_1 \delta_{ij} + \xi_2 (I_1 \delta_{ij} - C_{ij})] - PC_{ij}^{-1} \quad (5.19)$$

Remarque : La pression constitue donc un degré de liberté supplémentaire pour les matériaux incompressibles. Cela implique l'utilisation d'éléments de Herrman [56, 110] au moment de la discrétisation spatiale du domaine solide dans les zones incompressibles. Ces éléments sont pertinents parcequ'ils possèdent un noeud supplémentaire en leur centre où est stockée la pression hydrostatique à laquelle l'élément est soumis.

5.2 Schéma Newmark-Beta

Comme présenté dans le chapitre 3 la différenciation des équations de la mécanique des milieux continus déformable donne pour la mécanique du solide :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \rho_0 = 0 \\ \int_{\Omega_0^S} \rho_0 a \cdot \phi + \int_{\Omega_0^S} (J \sigma \cdot F^{-T}) : \frac{\partial \phi}{\partial x_0} = \int_{\Gamma} n \cdot \sigma \cdot \phi \quad \forall \phi \in H_0^1(\Omega_0^S) \end{cases} \quad (5.20)$$

Le solveur MARC développé par MSC-Software est conçu pour résoudre les équations discrètes de la mécanique du solide (5.21), où M est la matrice de masse, D la matrice de dissipation, K la matrice de raideur et F les forces extérieures. u , v et a sont respectivement les vecteurs déplacement, vitesse et accélération des points matériels considérés dans Ω_S .

$$M \cdot a + D \cdot v + K \cdot u = F \quad (5.21)$$

L'équation 5.21 est résolue à l'aide d'un opérateur Newmark-beta [79] (5.22). Cet opérateur temporel a déjà fait ses preuves en interactions fluide structure [84, 51]. En pratique il permet une variation du pas de temps au cours du calcul et a le bon goût d'être peu dissipatif lorsque $\gamma = 1/2$ et $\beta = 1/4$, ce qui le rend particulièrement pertinent lorsqu'on s'intéresse aux interactions structure-acoustique. Son expression est :

$$\begin{cases} u^{n+1} = u^n + \Delta t v^n + (1/2 - \beta)t^2 a^n + \beta \Delta t^2 a^{n+1} \\ v^{n+1} = v^n + (1 - \gamma)\Delta t a^n + \gamma \Delta t a^{n+1} \end{cases} \quad (5.22)$$

L'exposant n signifie ici que la valeur est prise à l'instant t^n . Prendre $\gamma = 1/2$ et $\beta = 1/4$ (intégration trapézoïdale) donne finalement pour 5.21 :

$$\left(\frac{4}{\Delta t^2} M + \frac{2}{\Delta t} C + K \right) \delta u = F^{n+1} - R^n + M \left(a^n + \frac{4}{\Delta t} v^n \right) + C v^n \quad (5.23)$$

Avec $\delta u = u^{n+1} - u^n$ et, comme on le verra dans ce chapitre, R qui représente les contraintes internes du solide. L'objectif des deux prochaines sections est de montrer succinctement comment passer de 5.20 à 5.23, avant de donner brièvement les éléments mathématiques qui permettent la résolution de 5.23 et ainsi de déterminer δu .

5.3 Où l'on détail comment est obtenue la forme discrète du problème

5.3.1 Projection et discrétisation temporelle

L'équation 5.20 est écrite pour tout ϕ dans $H_0^1(\Omega_0^S)$. Afin de pouvoir réaliser une résolution numérique de 5.20 on considère V_h un sous-espace vectoriel de dimension finie de $H_0^1(\Omega_0^S)$, et on approche $\phi \in H_0^1(\Omega_0^S)$ par $\phi_h \in V_h$. Si $\dim V_h = N$ et si ϕ_1, \dots, ϕ_N est une base orthonormée de V_h alors 5.24 est un système approché de 5.20.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \rho_0(u(M, t)) = 0 \\ \int_{\Omega_0^S} \rho_0 a \cdot \phi_i + \int_{\Omega_0^S} (J(u)\sigma(u) \cdot F^{-T}(u)) : \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} = \int_{\Gamma} n \cdot \sigma(u) \cdot \phi_i \\ \forall \phi_i \in V_h, M \in \Omega_S, t \in \mathbb{R}^+ \end{cases} \quad (5.24)$$

Remarque : Le sous-espace vectoriel de dimension finie V_h de $H_0^1(\Omega_S)$ est évidemment directement lié à la discrétisation spatiale de Ω_S . L'utilisation d'éléments linéaires ou quadratiques influence donc directement la dimension de V_h et la forme des fonctions ϕ_i .

Posons alors :

$$R(a(t), u(t), \phi_i) = \int_{\Omega_0^S} \rho_0 a \cdot \phi_i + \int_{\Omega_0^S} S(u) : \left(F^T(u) \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) - \int_{\Gamma} n \cdot \sigma(u) \cdot \phi_i \quad (5.25)$$

On considère à présent une discrétisation $\{t_0, \dots, t_n, \dots, t_f\}$ du temps, tel que :

$$R(a(t_j), u(t_j), \phi_i) = 0, \quad \forall j \leq n, \forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket \quad (5.26)$$

Afin d'avancer en temps, on part de $u(t_n, M) = u_n$ et $a(t_n, M) = a^n$, et on cherche une correction $\delta u = u(t_{n+1}, M) - u(t_n, M)$ et $\delta a = a(t_{n+1}, M) - a(t_n, M)$ de sorte que :

$$R(a^n + \delta a, u^n + \delta u, \phi_i) = 0, \quad \forall \phi_i \in V_h \quad (5.27)$$

On combine alors l'opérateur Newmark-Beta 5.22 avec 5.25 afin de substituer v^n , la vitesse à l'instant t^n qui est connue, à la variable δa qui elle est inconnue. On obtient ainsi :

$$R(a^n + \delta a, u^n + \delta u, \phi_i) = R_{Newmark-Beta}(a^n, v^n, u^n + \delta u, \phi_i) \quad (5.28)$$

Avec :

$$R_{Newmark-Beta}(a^n, v^n, u^n + \delta u, \phi_i) = \int_{\Omega_0^S} \rho_0 \frac{(\delta u - \Delta t v^n - (1/2 - \beta)\Delta t^2 a^n)}{\beta \Delta t^2} \cdot \phi_i + \int_{\Omega_0^S} S(u^n + \delta u) : \left(F^T(u^n + \delta u) \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) - \int_{\Gamma} n \cdot \sigma(u + \delta u) \quad (5.29)$$

5.3.2 Construction de la matrice de masse

La construction de la matrice de masse s'effectue à partir du terme $\int_{\Omega_0^S} \rho_0 \frac{(\delta u - \Delta t v^n - (1/2 - \beta)\Delta t^2 a^n)}{\beta \Delta t^2} \cdot \phi_i$ de 5.29, avec $a^n, v^n, u^n, \delta u$ dans $H_0^1(\Omega_0^S)$ et ϕ_i dans V_h . Comme dans la partie précédente l'idée est de projeter $a^n, v^n, u^n, \delta u$ dans V_h afin de construire le système discret. On note ainsi respectivement $a_h^n, v_h^n, u_h^n, \delta u_h$ les fonctions approchées de $a^n, v^n, u^n, \delta u$ dans V_h . En se remémorant que $\forall f \in V_h$:

$$f = \sum_{i=1}^N f_i \phi_i \quad f_i \in \mathbb{R}, \phi_i \in V_h \quad (5.30)$$

On obtient que :

$$\int_{\Omega_0^S} \rho_0 \frac{(\delta u - \Delta t v^n - (1/2 - \beta)\Delta t^2 a^n)}{\beta \Delta t^2} \cdot \phi_i = \sum_{j=1}^N \int_{\Omega_0^S} \rho_0 \frac{(\delta u_{hj} - \Delta t v_{hj}^n - (1/2 - \beta)\Delta t^2 a_{hj}^n)}{\beta \Delta t^2} \phi_j \cdot \phi_i \quad (5.31)$$

D'ou il résulte :

$$M_{ij} = \int_{\Omega_0^S} \rho_0 \phi_j \cdot \phi_i \quad (5.32)$$

5.3.3 Construction de la matrice de rigidité

Pour construire la matrice de rigidité K , il convient de se pencher sur le terme non linéaire portant la contribution du tenseur de Cauchy : $\int_{\Omega_0^S} (J(u^n + \delta u) \sigma(u^n + \delta u) \cdot F^{-T}(u^n + \delta u)) : \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0}$ de 5.29. Il est possible de reformuler cette intégrale en utilisant 5.9 afin de faire apparaître le second tenseur de Piola-Kirchoff S . On obtient ainsi :

$$\int_{\Omega_0^S} (J(u^n + \delta u) \sigma(u^n + \delta u) \cdot F^{-T}(u^n + \delta u)) : \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} = \int_{\Omega_0^S} F(u^n + \delta u) S(u^n + \delta u) : \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \quad (5.33)$$

Soit comme S est symétrique :

$$\int_{\Omega_0^S} F(u^n + \delta u) S(u^n + \delta u) : \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} = \int_{\Omega_0^S} S(u^n + \delta u) : \left(F^T(u^n + \delta u) \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) \quad (5.34)$$

Afin de construire K il est à présent nécessaire de linéariser 5.34. On obtient après quelques calculs l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_0^S} S(u^n + \delta u) : \left(F^T(u^n + \delta u) \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) &= \int_{\Omega_0^S} S(u^n) : \left(F^T(u^n) \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) + \\ &\int_{\Omega_0^S} S(u^n) : \left(\frac{\partial F^T}{\partial u} \Big|_{u^n} \delta u \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) + \int_{\Omega_0^S} \frac{\partial S}{\partial u} \Big|_{u^n} \delta u : \left(F^T(u^n) \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) \end{aligned} \quad (5.35)$$

Or comme :

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial u} \Big|_{u^n} \delta u = \frac{\partial S}{\partial E} : \left(\frac{\partial E}{\partial u} \cdot \delta u \right) = C : \frac{F^T \cdot \nabla_{x_0} \delta u + \nabla_{x_0}^T \delta u \cdot F}{2} = C : (F^T \cdot \nabla_{x_0} \delta u) \\ \frac{\partial F^T}{\partial u} \Big|_{u^n} \delta u = \nabla_{x_0}^T \delta u \end{cases} \quad (5.36)$$

On peut finalement écrire :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_0^S} S(u^n + \delta u) : \left(F^T(u^n + \delta u) \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) &= \int_{\Omega_0^S} S(u^n) : \left(F^T(u^n) \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) + \\ &\int_{\Omega_0^S} S(u^n) : \left(\nabla_{x_0}^T \delta u \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) + \int_{\Omega_0^S} C(u^n) : (F^T(u^n) \cdot \nabla_{x_0} \delta u) : \left(F^T(u^n) \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) \end{aligned} \quad (5.37)$$

En remplaçant alors u^n et δu par leurs projections dans V_h et en reconnaissant que le premier terme du membre de droite de l'équation 5.37 porte les contraintes internes du solide à l'instant t^n nous avons que :

$$R_i^n = \int_{\Omega_0^S} S(u_h^n) : \left(F^T(u_h^n) \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) \quad (5.38)$$

et :

$$K_{i,j} = \int_{\Omega_0^S} S(u_h^n) : \left(\frac{\partial \phi_j}{\partial x_0} \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) + \int_{\Omega_0^S} C(u_h^n) : \left(F^T(u_h^n) \cdot \frac{\partial \phi_j}{\partial x_0} \right) : \left(F^T(u_h^n) \cdot \frac{\partial \phi_i}{\partial x_0} \right) \quad (5.39)$$

5.3.4 Construction de la matrice de dissipation

Les lois de comportements présentées dans 5.1.4 et 5.1.5 supposent l'absence de dissipation dans les matériaux. Il est possible de rajouter cette dernière en construisant une matrice dissipation D basée sur une combinaison de la matrice de masse M et de la matrice de rigidité K . Concrètement on peut écrire :

$$D_{ij} = \alpha_{damping} M_{ij} + \left(\beta_{damping} + \gamma_{damping} \frac{\Delta t}{\pi} \right) K_{ij} \quad \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \quad (5.40)$$

Où $\alpha_{damping}$ représente un amortissement massique et $\beta_{damping}$ est l'amortissement classique. $\gamma_{damping}$ enfin peut être vu comme une dissipation artificielle qui a le bon goût de décroître avec le pas de temps afin de ne pas dissiper les fréquences suffisamment résolues.

5.3.5 Quelques éléments pour la résolution numérique du système matriciel obtenu

Le système matriciel obtenu 5.23 est de la forme :

$$K \delta u = F \quad (5.41)$$

L'idée est de reformuler ce système sous la forme d'un problème de minimisation. Comme K est symétrique on peut écrire :

$$\Xi(\delta u) = 1/2 \delta u^T K \delta u - \delta u^T F \quad (5.42)$$

La fonction Ξ atteint en effet son minimum quand :

$$\delta u = K^{-1} F \quad (5.43)$$

Les méthodes de résolutions itératives sont alors nombreuses. Dans la pratique un Multifrontal Sparse Solver est utilisé [62, 33]

Section 6

Choix de l'algorithme de couplage et validation de la chaîne de calcul obtenue

6.1 Illustration de la problématique de l'algorithme de couplage

L'objectif de cette partie est d'illustrer sur un cas simple, l'impact négatif que peut avoir un mauvais choix d'algorithme de couplage. On considère à cet effet un dispositif piston-ressort tel que celui représenté Fig. 6.1. La chambre est considérée comme adiabatique et remplie d'un gaz parfait. Sa frontière gauche est un mur fixe tandis que la frontière de droite est un piston mobile de masse m . Cette cavité a pour section S_0 , pour longueur L_0 lorsque le piston est en $x = 0$. Ce dernier est relié à un mur via un ressort de raideur k . La position, la vitesse et l'accélération du piston à l'instant t sont notées respectivement $u(t)$, $v(t)$ et $a(t)$.

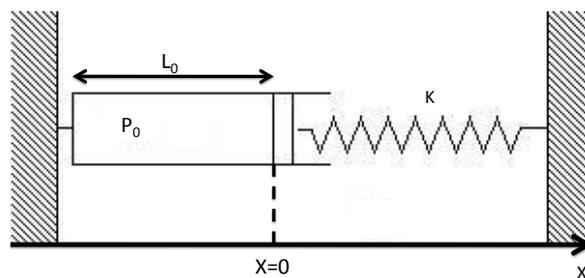


Figure 6.1 : Système couplé Piston-ressort

6.1.1 Modélisation 0D et résultat analytique

Les hypothèses suivantes sont faites :

- le gaz présent dans le piston est parfait et de coefficient adiabatique γ
- toutes les variables physiques du gaz sont uniformes dans la chambre
- aucune force volumique n'est présente
- la masse du ressort est négligée
- aucun mécanisme dissipatif n'est présent.

Ces hypothèses conduisent à la modélisation la plus simple envisageable pour ce système [68]. Cette dernière est toutefois suffisante au vu des effets du schéma numérique que l'on s'apprête à mettre en évidence. L'application de la deuxième loi de Newton au piston en considérant que sa position au repos correspond à $u(t) = v(t) = a(t) = 0$ et que dans cette configuration la pression du gaz dans la chambre est $P = P_0$, mène à :

$$ma(t) = -ku(t) + S_0[P(t) - P_0] \quad (6.1)$$

En supposant que les compressions du gaz sont faites de façon réversible, l'application de la loi de Laplace donne :

$$P(t) = \frac{P_0 L_0^\gamma}{(L_0 + u(t))^\gamma} \quad (6.2)$$

En réinjectant 6.2 dans 6.1 et en linéarisant le résultat pour de petits déplacements on obtient finalement :

$$ma(t) = -ku(t) + S_0 \frac{-\gamma P_0}{L_0} u(t) \quad (6.3)$$

La résolution de 6.3 donne les évolutions de la position du piston et de la pression dans la chambre suivantes :

$$u(t) = u_0 \cos \left(\sqrt{\frac{k + \gamma P_0 S_0 / L_0}{m}} t \right) \quad (6.4)$$

$$P(t) = P_0 + P_1 \cos \left(\sqrt{\frac{k + \gamma P_0 S_0 / L_0}{m}} t + \pi \right) \quad (6.5)$$

avec $P_1 = \frac{\gamma P_0}{L_0} u_0$ et u_0 la position du piston à $t = 0$. Les expressions 6.4 et 6.5 montrent que la pression et la position du piston oscillent avec la même pulsation $\omega = \sqrt{\frac{k + \gamma P_0 S_0 / L_0}{m}}$ mais avec un déphasage de π . Cette différence de phase est consistante avec le fait la quantité $(\frac{u}{L_0})^2 + (\frac{P - P_0}{P_0})^2$ qui est proportionnelle à l'énergie mécanique totale du système est conservée au cours du temps. Autrement dit ce déphasage traduit un transfert d'énergie périodique entre le gaz et le système mécanique "masse-ressort".

6.1.2 Résultats numériques

Le ressort est modélisé dans MARC par un bloc élastique en deux dimensions de section S_0 et de longueur au repos L_{M0} . On note son module d'Young E_M . En considérant que son coefficient de poisson est nul et qu'il n'est soumis qu'à de petites déformations, ce bloc élastique est équivalent à un ressort 1D

de raideur $k = \frac{E_M S_0}{L_{M0}}$. Au vu de l'hypothèse de champ uniforme dans le piston, la cavité n'est discrétisée que par une seule cellule dans AVBP. Le système est écarté légèrement de sa position d'équilibre à l'instant initial puis lâché afin d'osciller librement.

Ici, comme dans la plupart des applications, le pas de temps utilisé dans le solveur fluide Δt_f est bien plus petit que celui du solveur mécanique Δt_s . Dans l'ensemble de nos applications nous prenons donc un pas de temps pour le couplage Δt_c égal au pas de temps solide Δt_s . Le schéma numérique de couplage naïf utilisé pour avancer la solution de t^n à $t^{n+1} = t^n + \Delta t_c$ se décompose en quatre étapes, représentées Fig. 6.2 :

- 1 : la pression est transmise d'AVBP à MARC
- 2 : MARC est avancé en temps de t^n à $t^n + 1$
- 3 : la nouvelle position de l'interface solide est transférée de MARC à AVBP
- 4 : AVBP est avancé en temps de t^n à $t^n + 1$, les frontières fluides sont déplacées de façon à recoinsider avec les frontières solides

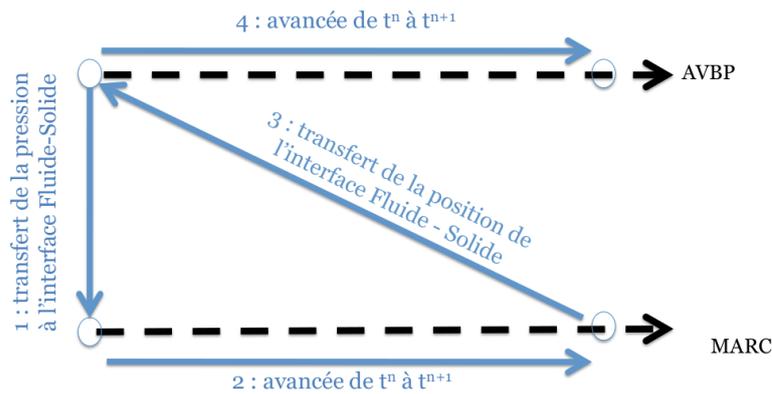


Figure 6.2 : Schéma de couplage naïf

Le pas de temps fluide Δt_f , le pas de temps solide Δt_s , et donc le pas de temps de couplage Δt_c , sont constants au cours du calcul. Les résultats obtenus pour trois pas de temps solides différents sont présentés Fig. 6.3.

Il apparait nettement que l'amplitude des oscillations croît au cours du temps. Ce résultat traduit une injection numérique d'énergie dans le système couplé. La quantité d'énergie semble de plus corrélée au pas de temps de couplage choisi. Plus celui-ci est grand plus l'énergie injectée est importante.

6.1.3 Analyse

Ce qui suit s'inspire fortement des développements réalisés par Fahrat et al. [85, 84] dans le but de donner un cadre mathématique aux algorithmes CSS (Conventional Serial Staggered) et ISS (Improved

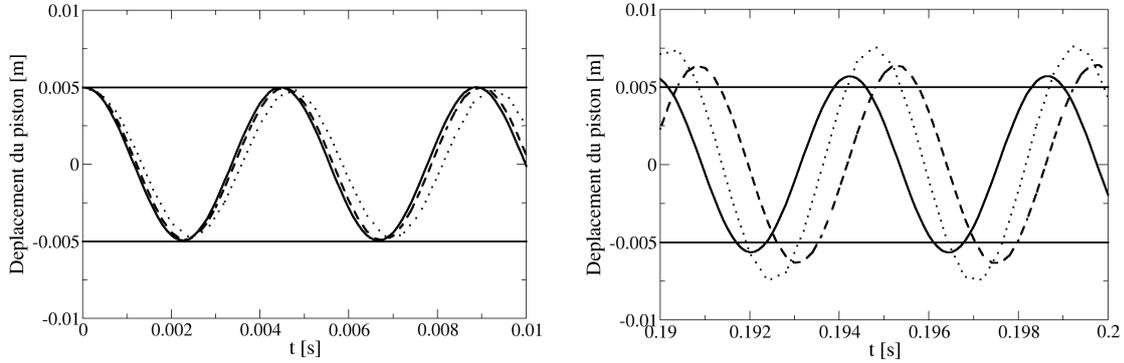


Figure 6.3 : Oscillations de la position du piston au cours du temps obtenues avec $\Delta t_s = 1.10^{-4}s$ (ligne), $\Delta t_s = 2.10^{-4}s$ (- -) et $\Delta t_s = 4.10^{-4}s$ (..)

Serial Staggered). Reprenons la solution analytique obtenue en 6.1.1. Le déplacement u de l'interface fluide-structure et la pression P qu'elle subit sont de la forme :

$$u^n = u(t^n) = u_0 \cos(\omega t^n) \quad (6.6)$$

$$P^n = P(t^n) = P_0 \cos(\omega t^n + \pi) \quad (6.7)$$

A partir du schéma de couplage utilisé, l'énergie transmise du fluide au solide $E_{F \rightarrow S}$ peut être évaluée du point de vue de MARC ou d'AVBP. L'évaluation de cette énergie transmise est bien entendue directement dépendante des schémas numériques respectifs de chacun des deux codes. Pour AVBP qui est sous-cyclé, le flux d'énergie par unité de surface $E_{Fluide \rightarrow Solide}^{AVBP}$ transmis au solide entre t^n et t^{n+1} est de la forme :

$$E_{Fluide \rightarrow Solide}^{AVBP}[t^n \rightarrow t^{n+1}] = -\frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^{n+1}} P(t) dt (u^{n+1} - u^n) \quad (6.8)$$

Du point de vue de MARC qui est lui basé sur un schéma implicite, cette même énergie est de la forme :

$$E_{Fluide \rightarrow Solide}^{MARC}[t^n \rightarrow t^{n+1}] = \frac{P^{n-1} + P^n}{2} (u^{n+1} - u^n) \quad (6.9)$$

En réinjectant 6.6 et 6.7 dans 6.8 et 6.9, ces deux dernières expressions deviennent respectivement :

$$E_{Fluide \rightarrow Solide}^{AVBP}[t^n \rightarrow t^{n+1}] = -\frac{P_0 u_0}{\omega \Delta t} \cos(\pi) (\sin(\omega t^{n+1}) - \sin(\omega t^n)) (\cos(\omega t^{n+1}) - \cos(\omega t^n)) \quad (6.10)$$

et

$$E_{Fluide \rightarrow Solide}^{MARC}[t^n \rightarrow t^{n+1}] = \frac{P_0 u_0 \cos(\pi)}{2} (\cos(\omega t^{n-1}) + \cos(\omega t^n)) (\cos(\omega t^{n+1}) - \cos(\omega t^n)) \quad (6.11)$$

L'énergie transmise du fluide au solide pendant l'intervalle de temps $[0, N \frac{2\pi}{\omega}]$ peut être évaluée du point de vue du solveur fluide et du solveur solide en sommant respectivement 6.10 et 6.11 de $n = 0$ à $n = \frac{2\pi N}{\omega \Delta t}$. En notant que pour des valeurs de $N/\omega \Delta t$ suffisamment grandes on a :

$$\sum_{n=0}^{n=\frac{2\pi N}{\omega \Delta t}} \cos(\omega t^n + \omega \Delta t) \cos(\omega t^n) \approx \frac{N\pi}{\omega \Delta t} \cos(\omega \Delta t) \quad (6.12)$$

$$\sum_{n=0}^{n=\frac{2\pi N}{\omega \Delta t}} \sin(\omega t^n + \omega \Delta t) \cos(\omega t^n) \approx \frac{N\pi}{\omega \Delta t} \sin(\omega \Delta t) \quad (6.13)$$

En supposant alors que les oscillations sont suffisamment discretisées en temps (ie. $\omega \Delta t \ll 1$) on peut écrire :

$$\sum_{n=0}^{n=\frac{2\pi N}{\omega \Delta t}} \cos(\omega t^n + \omega \Delta t) \cos(\omega t^n) \approx \frac{N\pi}{\omega \Delta t} \left(1 - \frac{(\omega \Delta t)^2}{2} \right) + o(\omega \Delta t^3) \quad (6.14)$$

$$\sum_{n=0}^{n=\frac{2\pi N}{\omega \Delta t}} \sin(\omega t^n + \omega \Delta t) \cos(\omega t^n) \approx N\pi \left(1 + \frac{(\omega \Delta t)^2}{6} \right) + o(\omega \Delta t^3) \quad (6.15)$$

finalemt on obtient que :

$$E_{Fluide \rightarrow Solide}^{AVBP}[0 \rightarrow N \frac{2\pi}{\omega}] = \frac{N\pi P_0 u_0 \omega \Delta t}{3} \quad (6.16)$$

et

$$E_{Fluide \rightarrow Solide}^{MARC}[0 \rightarrow N \frac{2\pi}{\omega}] = N\pi P_0 u_0 \omega \Delta t \quad (6.17)$$

L'énergie créée dans l'intervalle de temps vaut ainsi :

$$E_{cree}[0 \rightarrow N \frac{2\pi}{\omega}] = (E_{Fluide \rightarrow Solide}^{AVBP} + E_{Fluide \rightarrow Solide}^{MARC})[0 \rightarrow N \frac{2\pi}{\omega}] = \frac{4}{3} N\pi P_0 u_0 \omega \Delta t \quad (6.18)$$

Il apparait donc que la combinaison de cet algorithme de couplage avec les schémas numériques des codes physiques entraine une injection d'énergie proportionnelle à $\omega \Delta t$ c'est à dire au pas de temps de couplage. Ce résultat théorique est cohérent avec les évolutions d'amplitude d'oscillation constatées Fig .

6.2 Algorithme CSS (Conventional Serial Stagggered) généralisé

6.2.1 Description de l'algorithme

L'idée afin d'améliorer la conservation de l'énergie à l'interface est d'adjoindre un prédicteur mécanique au solveur fluide. L'algorithme CSS généralisé [85] ainsi obtenu se décompose en cinq étapes représentées Fig.6.4 :

- 1 : La position u et la vitesse v de l'interface solide à l'instant t^n est transférée de MARC à AVBP
- 2 : La position estimée u^p de l'interface solide à l'instant $t^n + 1$ est évaluée dans AVBP à l'aide d'un prédicteur mécanique de la forme :

$$u^p(t^{n+1}) = u(t^n) + \alpha_0 \Delta t_c v(t^n) + \alpha_1 \Delta t_c (v(t^n) - v(t^{n-1})) \quad (6.19)$$

Avec α_0 et α_1 des coefficients réels. La combinaison $\alpha_0 = 1$ et $\alpha_1 = 0$ permet d'obtenir le classique prédicteur à l'ordre un et la combinaison $\alpha_0 = 1$ et $\alpha_1 = 1/2$ celui à l'ordre deux.

- 3 : AVBP est avancé en temps de t^n à $t^n + 1$, les frontières fluides sont déplacées de façon à coïncider avec la position prédite des frontières solides.
- 4 : La pression obtenue à t^{n+1} est transmise d'AVBP à MARC
- 5 : MARC est avancé en temps de t^n à t^{n+1}

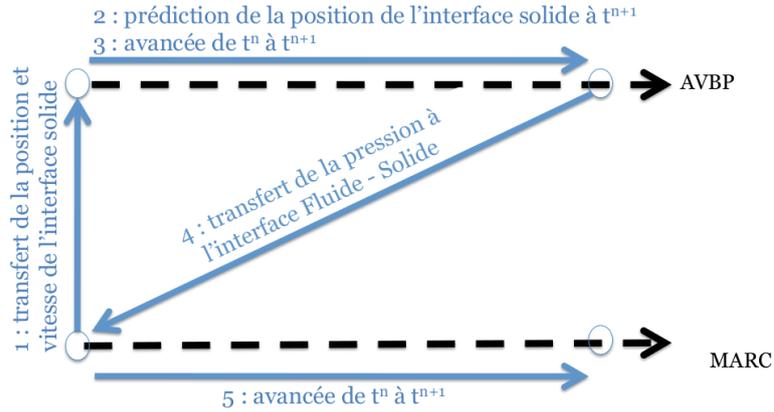


Figure 6.4 : Schéma de couplage CSS

D'après Fahrat et Piperno [84], $E_{Fluide \rightarrow Solide}^{AVBP}$ et $E_{Fluide \rightarrow Solide}^{MARC}$ vues dans la section précédente deviennent avec cet algorithme :

$$E_{Fluide \rightarrow Solide}^{AVBP}[0 \rightarrow N \frac{2\pi}{\omega}] = -N\pi P_0 u_0 \left[(\alpha_0 - 1)h + \left(\frac{1}{4} - \frac{7\alpha_0}{12} + \frac{3\alpha_1}{2} \right) h^3 \right] + o(h^3) \quad (6.20)$$

et

$$E_{Fluide \rightarrow Solide}^{MARC}[0 \rightarrow N \frac{2\pi}{\omega}] = o(h^3) \quad (6.21)$$

avec $h = \omega \Delta t$. De fait la simple utilisation d'un prédicteur mécanique à l'ordre un ($\alpha_0 = 1$ et $\alpha_1 = 0$) permet de conserver l'énergie à l'interface fluide-solide à l'ordre trois.

6.2.2 Résultats numériques sur la configuration 0D

La configuration précédente est à présent recalculée en utilisant à présent l'algorithme CSS généralisé. Comme présenté Fig. 6.5, l'amplitude des oscillations reste constante pour les trois différents pas de temps de couplage considérés, ce qui traduit une amélioration de la conservation de l'énergie à l'interface fluide/solide.

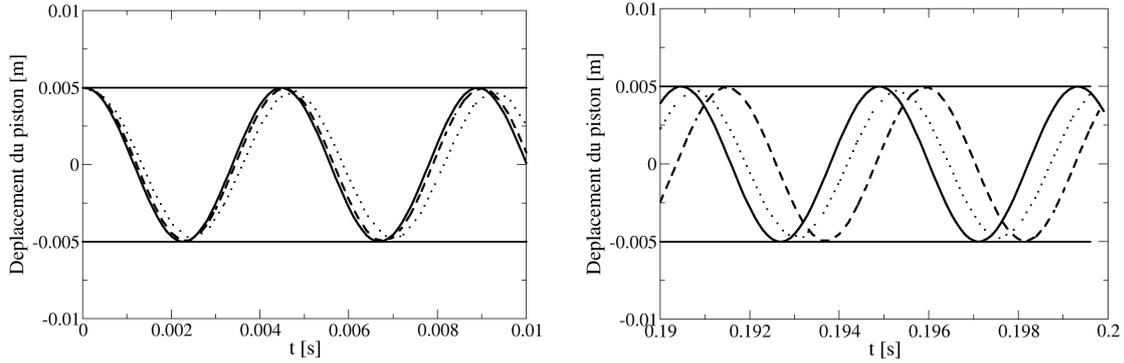


Figure 6.5 : Oscillations de la position du piston au cours du temps obtenues avec $\Delta t_s = 1.10^{-4}s$ (ligne), $\Delta t_s = 2.10^{-4}s$ (- -) et $\Delta t_s = 4.10^{-4}s$ (· ·)

6.2.3 Remarques sur l'algorithme CSS généralisé

Si la conservation de l'énergie est nettement améliorée grâce à cet algorithme, il a toutefois un coût d'un point de vue technique. En effet la méthode CSS n'assure jamais que l'interface fluide/solide soit coïncidente entre MARC et AVBP puisque le domaine fluide traité par ce dernier ne se déforme jamais que suivant une frontière prédite. La correction de cette erreur est faite implicitement à chaque itération couplée. En effet en notant $u(t^n)$ et $v(t^n)$ la position et la vitesse de l'interface fluide/solide à l'instant n , la nouvelle position de l'interface prédite dans AVBP est calculée comme étant :

$$u_{\text{prédit}}^{\text{AVBP}}(t^{n+1}) = u^{\text{MARC}}(t^n) + f(v^{\text{MARC}}(t^n), \Delta t_{\text{couplage}})$$

Soit :

$$u_{\text{prédit}}^{\text{AVBP}}(t^{n+1}) = u_{\text{prédit}}^{\text{AVBP}}(t^n) + f(v^{\text{MARC}}(t^n), \Delta t_{\text{couplage}}) + \text{Correction ecart interface}$$

Avec

$$\text{Correction ecart interface} = u^{\text{MARC}}(t^n) - u_{\text{prédit}}^{\text{AVBP}}(t^n)$$

Une autre faiblesse de cet algorithme, qui est elle commune avec l'algorithme naïf, concerne la vitesse à l'interface. On a montré au chapitre 3 que l'écriture des équations de bilans et des relations de saut

associées mettaient en évidence la nécessité d'assurer la continuité des contraintes et des vitesses normales à l'interface fluide/solide. Or comme vu dans le chapitre 4 la prise en compte d'un point numérique d'une frontière mobile en ALE, implique de vérifier la GCL. Au vu des schémas numériques disponibles dans AVBP, le respect de la GCL la vitesse de déformation du maillage et donc de l'interface doit être prise constante au cours d'une itération fluide. Autrement dit :

$$v^{AVBP}(t^n) = \frac{u_{prédit}^{AVBP}(t^{n+1}) - u_{prédit}^{AVBP}(t^n)}{\Delta t_{couplage}} \quad (6.22)$$

Or $v^{AVBP}(t^n)$ n'a aucune raison d'être égal à $v^{MARC}(t^n)$ donnée par 5.22, et la continuité des vitesses à l'interface n'est donc pas garantie. Assurer l'ensemble des relations de saut vues au chapitre 3, une bonne conservation de l'énergie à l'interface et la GCL pour les maillages mobiles, constitue de fait un véritable problème scientifique. Fohr et Lesoinne ont montré qu'il est hélas impossible de satisfaire l'ensemble de ces contraintes lorsqu'une méthode de type CSS est employée. La solution [70] qu'ils proposent en retour, baptisée "Improved Serial Staggered procedure" (ISS), est un schéma de couplage de type "leapfrog" (ie le sous-système fluide est évalué aux instants $t^{n+\frac{1}{2}}$ et le sous-système mécanique aux instants t^n). Sous réserve d'utiliser un schéma numérique de type "mid-point" pour la structure (cf. eq.6.23), il a été montré que l'ensemble des contraintes précédemment citées étaient satisfaites.

$$\begin{aligned} \left(\frac{4}{\Delta t^2} M + \frac{2}{\Delta t} C + K \right) u^{n+\frac{1}{2}} &= F^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{4}{\Delta t^2} M + \frac{2}{\Delta t} C \right) u^n + \frac{2}{\Delta t} M v^n \\ v^{n+1} &= 2u^{n+\frac{1}{2}} - u^n \end{aligned} \quad (6.23)$$

Ce schéma de couplage "ISS" n'a pas été implanté dans la chaîne de couplage développée durant cette thèse principalement pour des raisons de temps. Malgré ses défauts l'algorithme CSS généralisé employé donne des résultats satisfaisants en termes de couplage mécanique-acoustique, comme montré dans la partie qui vient, et a donc été conservé pour réaliser les calculs couplés présentés dans la partie III.

6.3 Cas test méca-acoustique 1D

6.3.1 Description

On considère à présent un système constitué d'un bloc rectangulaire de caoutchouc élastique venant fermer une chambre remplie de gaz située sur sa gauche tel que représenté Fig. 6.6. Ce bloc de caoutchouc est encastré à un mur fixe en $x = L_0$. Les domaines fluide et solide sont de section S_0 . La chambre est de longueur l_0 lorsque le système est au repos et le gaz qui s'y trouve est considéré comme parfait et de coefficient adiabatique γ . Le bloc de caoutchouc possède une densité ρ_s , un module Young E_s et un coefficient de poisson ν_s . En partant de l'état au repos du système, une perturbation de pression est introduite dans la cavité. Après un certain temps d'oscillation libre, les fréquences du système couplé,

qui sont différentes des fréquences propres de chaque sous-système pris indépendamment, devraient être présentes dans le signal de pression mesuré en un point de la cavité.

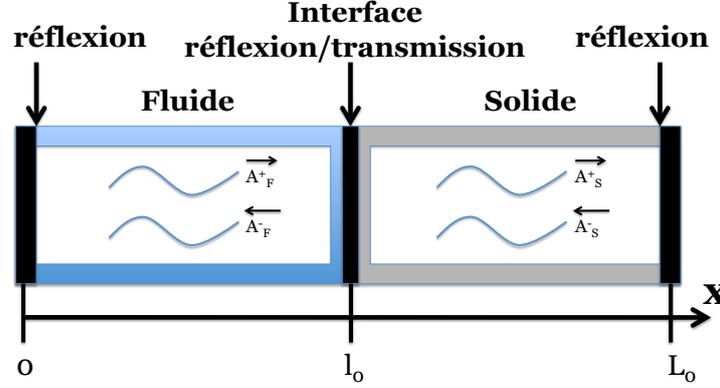


Figure 6.6 : Système couplé acoustique / structure

6.3.2 Vitesse du son C_s dans un solide

On ne s'intéresse ici qu'au cas d'une onde plane de compression dans un solide homogène isotrope. Une méthode générale pour tout type de solide et d'ondes peut être trouvée dans [7]. L'application de la deuxième loi de Newton à un élément de volume du domaine solide situé en \vec{u} mène à :

$$\rho_S(\vec{u}) \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \sigma(\vec{u}) \quad (6.24)$$

Où σ est le tenseur des contraintes de Cauchy. En introduisant le tenseur du quatrième ordre Ξ qui relie le gradient des déplacements au tenseur de Cauchy ($\sigma = \Xi F$ avec les notations du chapitre 5) permet d'écrire la relation 6.25 qui combinée avec 6.24 aboutit à 6.26 où les indices $[i, j, k, l] \in (1, 2, 3)$ font références aux composantes en coordonnées cartésiennes. .

$$\sigma_{ij} = \Xi_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \quad (6.25)$$

$$\Xi_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_k \partial x_j} = \rho_S \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (6.26)$$

Considérons à présent l'expression d'une onde plane (cf. eq.6.27) se propageant à la vitesse C_s dans la direction \vec{n} comme représenté Fig.6.7.

L'équation de Christoffel 6.28 est obtenue en combinant 6.27 et 6.26 :

$$\rho_S C_S^2 u_i^0 = \Xi_{ijkl} n_j n_k u_l^0 = \Gamma_{il} u_l^0 \quad (6.28)$$

Soit :

$$(\Gamma_{il} - \rho_S C_s^2 \delta_{il}) u_l^0 = 0 \quad (6.29)$$

$$\begin{aligned} u_i &= u_i^0 f\left(t - \frac{\vec{n}\vec{M}}{C_S}\right) \\ &= u_i^0 f\left(t - \sum_j \frac{n_j M_j}{C_S}\right) \end{aligned} \quad (6.27)$$

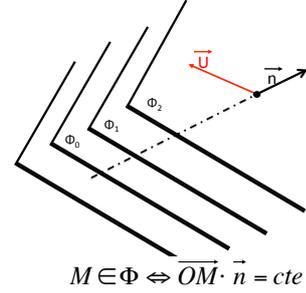


Figure 6.7 : Onde plane Φ se propageant dans la direction \vec{n}

A partir de 6.29, \vec{u}^0 peut être interprété comme un vecteur propre de Γ dont la valeur propre associée est $\rho_S C_S^2$. Dans notre cas d'onde plane incompressible se propageant dans un milieu homogène isotrope nous avons :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

et donc :

$$C_S = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{\rho_S(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (6.31)$$

6.3.3 Fréquences acoustiques couplées

Les expressions classiques 6.32 et 6.33 de la pression P et de la vitesse acoustique v sont valables dans le sous-domaine fluide et le sous-domaine solide :

$$P = A^+ e^{jkx} + A^- e^{-jkx} \quad (6.32)$$

$$v = \frac{1}{\rho C} (A^+ e^{jkx} - A^- e^{-jkx}) \quad (6.33)$$

avec $C = C_S = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{\rho_S(1+\nu)(1-2\nu)}}$ dans le sous-domaine solide et $C = C_F = \sqrt{\gamma RT}$ dans le sous-domaine fluide, où R est la constante des gaz parfaits et T la température du gaz. $k = \omega/C$ est le nombre d'onde.

De ces deux relations, associées aux conditions limites et relations de sauts appropriées :

- $v_{Fluide}(0) = v_{Solide}(L_0) = 0$ (condition de mur complètement réfléchissant aux deux extrémités du système couplé)
- $v_{Fluide}(l_0) = v_{Solide}(l_0)$ (continuité des vitesses à l'interface fluide / solide située en l_0)
- $P_{Fluide}(l_0) = P_{Solide}(l_0)$ (continuité des contraintes à l'interface fluide / solide située en l_0)

il découle que les pulsations ω_c des modes acoustiques couplés du système sont solutions de la relation de dispersion suivante :

$$\frac{\tan(\frac{\omega_c}{C_S}(l_0 - L_0))}{\tan(\frac{\omega_c}{C_F}(l_0))} = \frac{\rho_S C_S}{\rho_F C_F} \quad (6.34)$$

6.3.4 Résultats numériques

Les domaines fluide et solide sont tous deux modélisés en deux dimensions dans ce cas test. Le module Young attribué au bloc de caoutchouc est suffisamment bas ($E_s = 4.274 \cdot 10^5$ Pa) pour que la vitesse du son dans le solide soit du même ordre de grandeur que dans le gaz. Le coefficient de Poisson a été fixé à zéro de façon à n'être confronté qu'à des phénomènes de compression uniaxiale.

Dans les deux sections précédentes il était implicitement considéré que la pression transmise à d'AVBP à MARC était la pression instantanée. Un cas de plus, la transmission de la pression moyenne, est ici envisagé afin de confirmer le comportement numérique de la chaîne de couplage. Les deux calculs sont réalisés en utilisant un pas de couplage dix fois supérieur au pas de temps fluide (ie $\Delta t_c = \Delta t_s = 10\Delta t_f$) et un prédicteur mécanique à l'ordre un .

Du fait de la linéarité des équations de l'acoustique, le comportement numérique de l'ensemble du calcul décrit section 6.3.1 peut être évalué à partir de l'étude de chaque mode couplé prit séparément. On note respectivement P_0, u_0 les contraintes à l'interface fluide / solide, les déplacements de cette dernière dus à un mode acoustique couplé, et ϕ le déphasage entre ces deux grandeurs. D'un point de vue énergétique, l'expression de $E_{Fluide \rightarrow Solide}^{AVBP}$ vue dans la section précédente ne change pas :

$$E_{Fluide \rightarrow Solide}^{AVBP}[0 \rightarrow N \frac{2\pi}{\omega_0}] = -N\pi P_0 u_0 \cos\phi \left[-\frac{h^3}{3} \right] + o(h^3) \quad (6.35)$$

L'expression de $E_{Fluide \rightarrow Solide}^{MARC}$ est elle dépendante de la forme de la pression P_S^{n+1} transmise à la structure.

- Dans le cas ou la pression instantanée P^{n+1} est transmise :

$$E_{Fluide \rightarrow Solide}^{MARC}[0 \rightarrow N \frac{2\pi}{\omega_0}] = o(h^3) \quad (6.36)$$

- Dans le cas ou la pression moyenne $\frac{1}{\Delta t} \int_{t^n}^{t^n + \Delta t} P(t) dt$ sur l'itération de couplage est transmise :

$$E_{Fluide \rightarrow Solide}^{MARC}[0 \rightarrow N \frac{2\pi}{\omega_0}] = N\pi P_0 u_0 \cos\phi \left[-\frac{h}{2} + \frac{h^3}{8} \right] + o(h^3) \quad (6.37)$$

De l'expression 6.37 on peut prédire au vu des résultats des sections 6.2 et 6.1 que selon la valeur de ϕ certains modes acoustiques vont être amplifiés ou atténués lorsque la pression moyenne est transmise du solveur fluide au solveur solide. Afin de distinguer les modes qui vont être amplifiés ($\cos(\phi) > 0$) de ceux atténués ($\cos(\phi) < 0$) on s'intéresse aux vibrations de l'interface fluide / solide. En réécrivant 6.32 et 6.33 en l_0 du point de vue fluide on obtient :

$$u(l_0, t) = \frac{-2A_G^+}{\rho_G C_G \omega_0} \sin\left(\frac{\omega_c}{C_G} l_0\right) e^{-j\omega_c t} \quad (6.38)$$

$$P(l_0, t) = 2A_G^+ \cos\left(\frac{\omega_0}{C_G} l_0\right) e^{-j\omega_0 t} \quad (6.39)$$

Il apparait ainsi que la vitesse et la pression sont en phase ($\cos(\phi) = 1$) lorsque $\sin\left(\frac{2\omega_0 l_0}{C_G}\right) < 0$ et déphasé de π ($\cos(\phi) = -1$) lorsque $\sin\left(\frac{2\omega_0 l_0}{C_G}\right) > 0$. Ce résultat est représenté graphiquement Fig. 6.8.

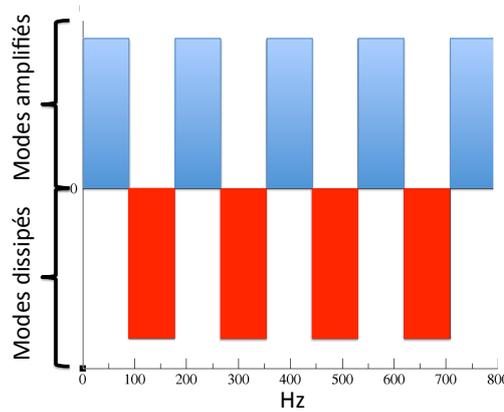


Figure 6.8 : Dissipation ou amplification des modes couplés par le schéma numérique en fonction de leurs fréquences

Les résultats fréquentiels, obtenus en analysant le signal de pression dans la cavité, sont bons pour chacun des deux choix de pression transmise. Les fréquences couplées apparaissent bien dans chacun des cas (cf. Fig. 6.9). L'évolution du mode à 400hz est suivie en analysant l'évolution du signal de pression filtré autour de cette fréquence (cf. Fig. 6.10). Conformément à ce qui est attendu (cf Fig. 6.8), l'amplitude de ce mode croît avec le temps lorsque la pression moyenne à l'interface fluide / structure est échangée entre AVBP et MARC.

Le comportement physique et numérique de notre chaîne de couplage est donc en parfait accord avec les développements théoriques. Malgré l'incapacité de l'algorithme CSS à satisfaire la condition de continuité des vitesses à l'interface fluide / structure les résultats obtenus sur une configuration "vibro-acoustique" sont satisfaisants. Afin d'assurer une bonne conservation de l'énergie à l'échelle du système complet il est retenu de transmettre à MARC la pression instantanée obtenue dans AVBP.

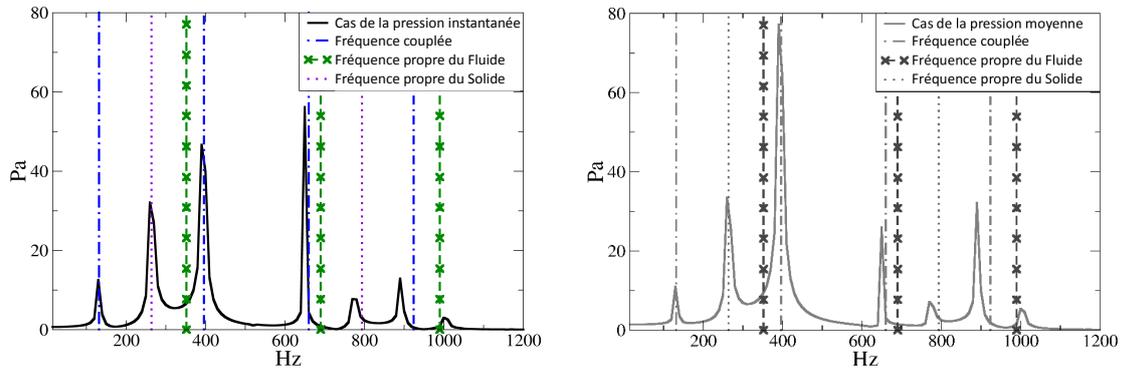


Figure 6.9 : Transformée de Fourier du signal de pression pris au milieu de la cavité. A gauche : calcul avec transmission de la pression instantanée. A droite calcul avec transmission de la pression moyenne.

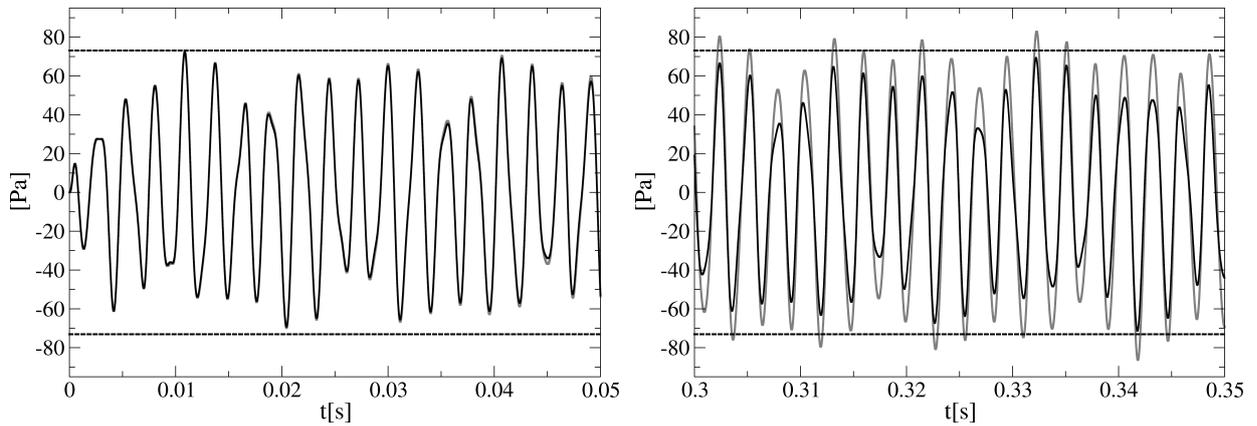


Figure 6.10 : Signal de pression pris au milieu de la cavité filtré à 400Hz, pour le choix de eq. 6.36 (ligne noire) et eq. 6.37 (ligne grise) comme pression échangée. Gauche, début de la simulation, droite évolution après plusieurs oscillations.

Chapitre III

Application des outils et méthodes précédemment présentés à la problématique des oscillations de pression dans le P230

Section 7

Calcul de référence

Afin d'économiser du temps de calcul il a été choisi de travailler sur la géométrie du P230 à une échelle $1/15^e$. On se place par là même sur une configuration dont la taille est comparable à celle utilisée par l'ONERA lors de ses études passées [58]. Après avoir détaillé la mise en place des simulations, ce chapitre présente les résultats obtenus sur le calcul sans couplage du P230 à l'échelle $1/15^e$ et qui servent de point de référence aux calculs couplés. Le premier des points de comparaison est le signal de pression en fond-avant de la configuration. Si son analyse détermine le caractère stable ou instable d'une configuration, elle ne constitue qu'une toute petite partie de l'ensemble des résultats accessibles via la simulation numérique. L'analyse directe des champs obtenus permet certes de distinguer les différents mécanismes tourbillonnaires, mais guère plus. C'est dans le but d'extraire des informations plus quantitatives que la méthode DMD présentée en annexe est employée. L'objectif est d'évaluer la quantité d'énergie acoustique créée par période d'oscillation dans la chambre de combustion, après que l'écoulement a atteint un état périodique.

7.1 Mise en place du calcul

7.1.1 Axisymétrie du domaine de calcul

Pour des raisons de temps de calcul, toutes les simulations ont été réalisées sur des domaines de calcul axisymétrique. Cette simplification est possible d'un point de vue physique à l'instant du tir considéré car le premier segment de propergol étoilé a fini de brûler. La géométrie de la chambre de combustion est donc axisymétrique si l'on néglige les possibles déformations tridimensionnelles d'éléments mobiles tel que la protection thermique de face. Du point de vue de la turbulence, aucun modèle n'est utilisé, l'avancement du tir étant suffisamment avancé (cf. section 2.4.3) pour que l'impact de cette dernière puisse être négligé.

7.1.2 Gaz parfait équivalent

Bien que reconnu comme étant de première importance [106], l'aspect diphasique de l'écoulement dans les moteurs à propergol solide est mis de côté dans le cadre de ce travail dont l'objectif est de modéliser le couplage entre les domaines fluide et solide. Le mélange gaz/liquide est modélisé par un gaz équivalent fourni par Héraclès. L'idée générale pour obtenir les caractéristiques de ce gaz dans un cas non visqueux et dans lequel la phase liquide est inerte est présentée dans ce qui suit. Il convient de commencer par introduire la fraction volumique pour le gaz α_g et pour les particules α_p . En considérant un volume de contrôle Ω (cf. Fig. 7.1) ainsi que les fonctions χ_g et χ_p définies sur Ω qui sont définies telles que : Les

$$\chi_g = \begin{cases} 1 & \text{dans le gaz} \\ 0 & \text{sur une particule} \end{cases} \quad (7.1)$$

$$\chi_p = \begin{cases} 0 & \text{dans le gaz} \\ 1 & \text{sur une particule} \end{cases} \quad (7.2)$$

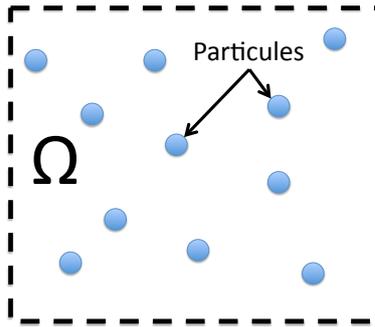


Figure 7.1 : Illustration du volume de contrôle Ω permettant le calcul des fractions volumiques α_g et α_p

fractions volumiques pour le gaz α_g et pour les particules α_p sont définies comme :

$$\alpha_{p,g} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \chi_{g,p} d\Omega \quad (7.3)$$

En notant avec un indice p les variables portant sur les particules et avec un indice g celles portant sur le gaz, les équations de conservations sont alors :

– pour la masse :

$$\frac{\partial \alpha_g \rho_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \alpha_g v_g) = 0 \quad (7.4)$$

$$\frac{\partial \alpha_p \rho_p}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_p \rho_p v_p) = 0 \quad (7.5)$$

– pour la quantité de mouvement :

$$\alpha_g \rho_g \frac{\partial v_g}{\partial t} + (\rho_g \alpha_g v_g \nabla) \cdot \alpha_g v_g + \nabla p = F_p \quad (7.6)$$

$$\alpha_p \rho_p \frac{\partial v_p}{\partial t} + (\rho_p \alpha_p v_p \nabla) \cdot \alpha_p v_p = -F_p \quad (7.7)$$

avec F_p la force exercée sur le gaz par les particules.

– pour l'énergie :

$$\alpha_g \rho_g C_{v_g} \frac{\partial T_g}{\partial t} + \rho_g C_{v_g} \alpha_g v_p \nabla T_g + p \nabla \cdot \alpha_g v_g = Q_p \quad (7.8)$$

$$\alpha_p \rho_p C \frac{\partial T_p}{\partial t} + \rho_p \alpha_p C v_p \nabla T_p = -Q_p \quad (7.9)$$

avec Q_p le flux de chaleur transféré par les particules au gaz.

En écrivant que les phases sont à l'équilibre (ie $T_p = T_g$ et $v_p = v_g$) il vient en notant d'un * les grandeurs relatives au gaz équivalent :

– pour la masse :

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^* v_g) = 0 \quad (7.10)$$

– pour la quantité de mouvement :

$$\rho^* \frac{\partial v_g}{\partial t} + (\rho^* v_g \nabla) \cdot v_g + \nabla p = 0 \quad (7.11)$$

– pour l'énergie :

$$\rho^* C_{v_g}^* \frac{\partial T_g}{\partial t} + \rho^* C_{v_g}^* v_p \nabla T_g + p \nabla \cdot v_g = 0 \quad (7.12)$$

avec :

$$k = \frac{\alpha_p \rho_p}{\alpha_g \rho_g}$$

$$\rho^* = (1 + k) \rho_g$$

$$C_v^* = (C_v + kC)/(1 + k)$$

$$R^* = R_g/(1 + k)$$

$$\gamma^* = \gamma \frac{1 + kC/C_{p_g}}{1 + kC/C_{v_g}}$$

où R^* et γ^* sont respectivement la constante des gaz parfaits et le coefficient adiabatique du gaz équivalent.

7.1.3 Similitude et Conditions limites imposées

Trois conditions limites différentes sont utilisées pour la simulation de l'écoulement dans le P230.

- Les parois inertes sont traitées comme des murs non-glissants. Il est donc imposé à la vitesse du fluide d’être égale à la vitesse de déplacement de la paroi.
- La condition de sortie de la tuyère correspond à un écoulement supersonique, aucune condition limite n’y est donc prescrite.
- Il est considéré que la combustion du propergol se produit dans une zone très fine, proche de la surface de ce dernier. L’épaisseur de la zone où se produit la réaction n’étant pas résoluble à l’échelle de la configuration, on modélise classiquement la création des gaz brûlés par une injection de gaz chauds normale à la surface du propergol. Du fait du passage de notre configuration d’étude au $1/15^e$, le passage à l’échelle du débit imposé nécessite réflexion. Afin de sauvegarder les propriétés acoustiques de la chambre de combustion, le paramètre de similitude à conserver est le nombre de Mach : $M_1 = M_{1/15}$, le débit imposé au niveau du propergol peut donc être à adapter. Conserver une température $T_{1/15} = T_1$ des gaz de combustion dans le moteur implique alors :

$$\frac{v_1(\bar{x})}{\sqrt{\gamma^* R^* T_1(\bar{x})}} = M_1(\bar{x}) = M_{1/15}(\bar{x}) = \frac{v_{1/15}(\bar{x})}{\sqrt{\gamma^* R^* T_1(\bar{x})}} \quad (7.13)$$

Soit $v_1(\bar{x}) = v_{1/15}(\bar{x})$ avec \bar{x} les coordonnées adimensionnées par la longueur caractéristique de la configuration, *id est* L_0 pour l’échelle 1 et $L_0/15$ pour l’échelle $1/15^e$. On impose traditionnellement la vitesse d’injection des gaz brûlés comme étant normale au bloc de propergol. La conservation de la masse en incompressible impose que :

$$v_{axial}^{moyenne}(\bar{x}_0) = \frac{1}{S(\bar{x}_0)} \int_0^{\bar{x}_0} v_{inj}(\bar{x}) l_{debitante}(\bar{x}) d\bar{x} \quad (7.14)$$

Avec $S_x(\bar{x})$ une surface à \bar{x} fixé et $S_{debitante}(\bar{x})$ la surface débitante comprise entre 0 et \bar{x} (cf. Fig. 7.2). La relation 7.14 montre que dans le cadre d’une configuration de la propulsion solide, la

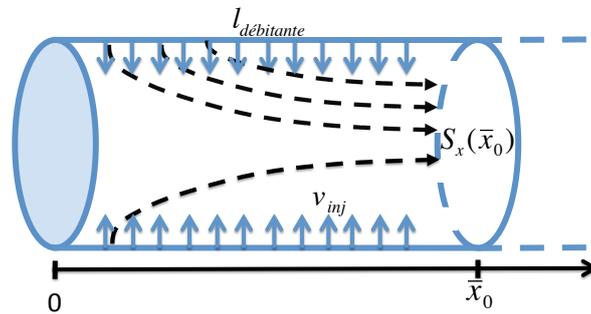


Figure 7.2 : Illustration de la conservation de la masse décrite par l’équation 7.14

conservation de la vitesse axiale, et donc du Mach dans la chambre, est assurée en conservant la

vitesse d'injection imposée au niveau du propergol. Le changement d'échelle de la configuration ne modifie pas le rapport entre les sections débitantes et la section au col $S_{debitante}/S_{col}$. De fait, la relation 7.15, issue de la conservation du débit dans une tuyère isentropique amorcée, implique que si la température et le débit imposés sont les mêmes entre les deux échelles, alors la pression moyenne P_0 dans la chambre l'est aussi.

$$P_0 = \frac{\rho_0^* v^{inj} \frac{S_{debitante}}{S_{col}}}{\sqrt{\left(\frac{\gamma^*}{R^* T_0}\right) \left(\frac{2}{\gamma^* + 1}\right)^{\frac{\gamma^* + 1}{\gamma^* - 1}}} \quad (7.15)$$

D'après la loi d'état 4.7, le fait de conserver la pression et la température entre les échelles implique de conserver également la masse volumique. Finalement, prescrire un débit identique à l'échelle 1/15^e assure d'imposer la même vitesse d'injection et donc de conserver le nombre de Mach entre les deux échelles. Le débit imposé est ici de l'ordre de 13 kg.m²/s et la température de l'ordre de 3000 K.

7.1.4 Conditions initiales

Le champ de vitesse initial correspond à un champ nul. Afin de faciliter l'amorçage de la tuyère et de raccourcir la durée du transitoire, le champ de pression est lui initialisé avec un gradient de pression, obtenu grâce à des relations isentropiques :

$$\frac{S_e}{S_c} = \frac{1}{M_e} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2 \right) \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \quad (7.16)$$

$$P_e = P_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2 \right)^{\frac{\gamma}{1 - \gamma}} \quad (7.17)$$

où S_e et S_c désignent respectivement les sections d'entrée et du col de la tuyère et M_e le Mach à l'entrée de la tuyère. La relation 7.16 traduit la conservation du débit. L'équation 7.17 traduit la relation entre la pression dans à l'entrée de la tuyère et dans la chambre, en négligeant le nombre de Mach de la chambre. Le champ de pression va de P_0 au fond-avant à P_e à l'entrée de la tuyère. En réutilisant 7.16 et 7.17 avec la section de sortie de la tuyère, on initialise le champ de pression dans la tuyère avec un gradient de pression allant de P_e à l'entrée à P_s en sortie.

Cette méthode permet d'amorcer efficacement tout calcul de propulseur à poudre. Dans la pratique elle n'est utilisée qu'une seule fois dans le cadre d'un précalcul réalisé afin d'obtenir un champ moyen qui servira de condition initiale pour toutes autres simulations sur cette configuration. Partir d'un champ moyen possède deux avantages :

- Il permet de diminuer le bruit non physique généré au démarrage du calcul lorsque l'écoulement s'établit

- Il permet d’accélérer la convergence des débits des conditions limites, de l’énergie cinétique de l’écoulement, etc.

7.1.5 Caractéristiques géométriques du propulseur : La régression du propergol

La géométrie des segments de propergol, fournie par Héraclès, est obtenue moyennant deux hypothèses :

- La vitesse de régression du propergol est directement liée à la pression à laquelle il est soumis par la loi de Vieille (cf. eq.7.18).

$$v_{regression} = a P^n \quad (7.18)$$

- La pression est supposée uniforme dans la chambre de combustion
- La régression des segments de propergol se fait par faces parallèles, comme représenté Fig. 7.3

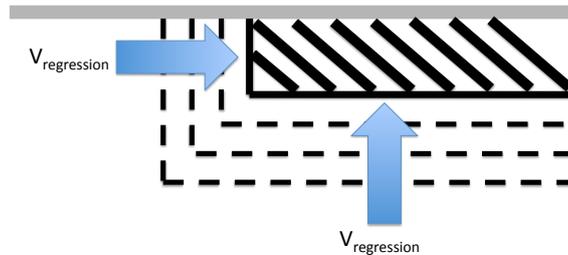


Figure 7.3 : Régression du propergol par faces parallèles

La régression totale du propergol à une date donnée est obtenue en intégrant la loi de Vieille avec le signal de pression expérimental représenté Fig. 7.4. Le niveau de régression utilisé dans nos simulations correspond à celui atteint à la 86^e seconde du tir, qui correspond à l’apparition de la seconde bouffée d’oscillations de pression. La vitesse caractéristique de régression du propergol est de quelques millimètres par secondes, alors que la vitesse de l’écoulement et la vitesse du son sont respectivement de l’ordre de 100 m/s et 1000 m/s. Les temps caractéristiques des phénomènes acoustiques et hydrodynamiques étudiés sont donc nettement inférieurs au temps caractéristique d’évolution de la géométrie du propergol par combustion. La régression de ce dernier est donc négligée au cours des simulations.

7.1.6 Caractéristiques géométriques du propulseur : Position de la protection thermique de face entre les segments S2-S3

Des études menées [27, 122, 9] par le passé, tout comme les résultats présentés dans la section 9, montrent que la position moyenne et le battement de la protection thermique de face (PTF) située entre les segments S2 et S3 dans l’écoulement sont susceptibles d’avoir une influence conséquente sur les oscillations de pressions dans le P230. De fait, la détermination de la forme à donner à la PTF pour réaliser

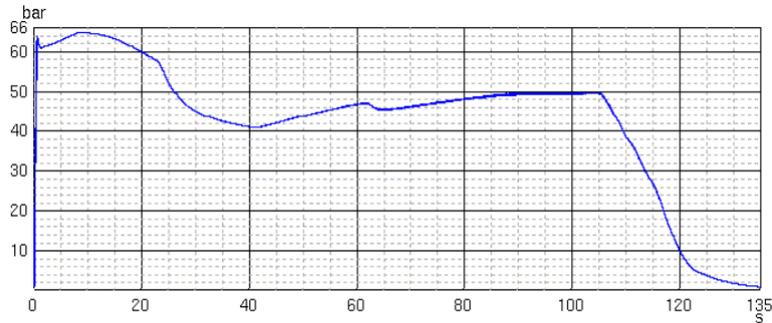


Figure 7.4 : Evolution de la pression moyenne dans la chambre de combustion du P230

les calculs sans couplage, où d'interaction entre la structure globale et l'acoustique est de première importance. Il est ici retenu de travailler avec une déformation de la PTF assurant l'équilibre entre les contraintes internes de cette dernière et l'écoulement moyen. Cette déformation peut être obtenue de deux façons. La première méthode consiste à effectuer plusieurs itérations de couplage séquentiellement :

- 0 : établir arbitrairement une première position déformée.
- 1 : obtenir l'écoulement moyen associé à cette géométrie et en extraire le champ de pression autour de la PTF
- 2 : calculer une nouvelle déformée de la PTF à partir du champ de pression moyen extrait en 2.
- 3 : répéter les étapes 1 et 2 jusqu'à convergence de la déformation de la PTF.

Cette méthode a l'avantage d'être très simple à mettre en oeuvre. Le revers de la médaille est tout d'abord le coup de calcul associé (un calcul fluide complet jusqu'à obtention d'une solution moyenne convergée à chaque itération). Ensuite rien ne garantit de voir la déformation de la PTF converger rapidement.

L'autre approche possible et retenue est de réaliser un calcul couplé en ajoutant de la viscosité au matériau constituant la PTF. L'idée est que, à la manière d'un dispositif masse ressort oscillant avec un amortisseur, la déformation de la protection thermique se relaxe vers la position où l'équilibre des contraintes moyennes est vérifié. En pratique on commence par effectuer une première étape de déformation en utilisant un champ de pression arbitraire puis on enchaîne sur le véritable calcul couplé. Le résultat déformé obtenu et la convergence du déplacement de la pointe de la protection thermique sont présentés Fig. 7.5.

7.1.7 Maillage

Le maillage utilisé pour ce calcul de référence, comme pour les calculs couplés présentés dans les deux sections suivantes, est de taille uniforme longitudinalement dans la chambre de combustion. Il est raffiné au niveau du nez et du col de la tuyère, et se déraffine progressivement dans le divergent de la tuyère. Radialement, le maillage est de plus en plus fin à mesure que l'on s'éloigne de l'axe de symétrie vers le propergol. La taille de maille au niveau des parois d'injection est de première importance pour réussir à

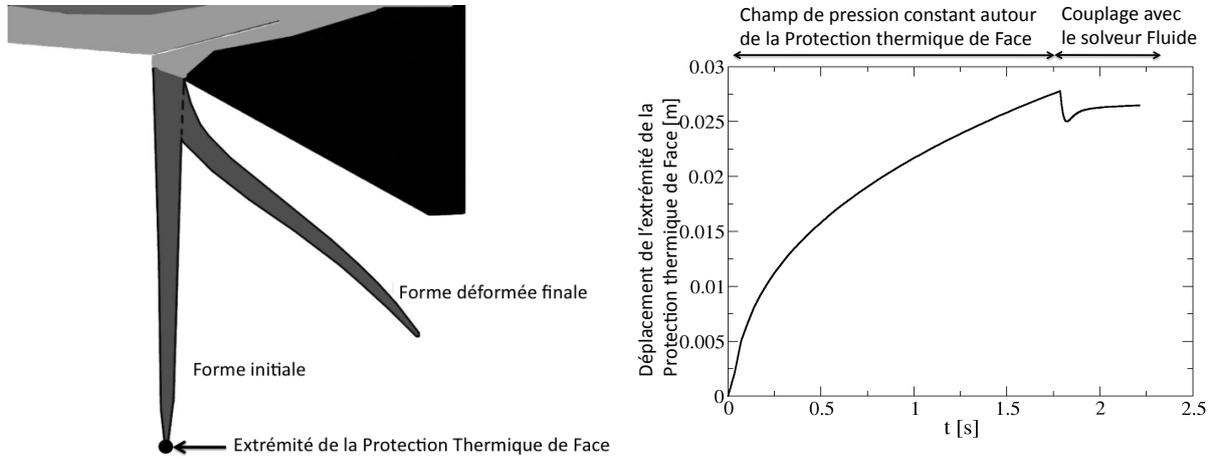


Figure 7.5 : Forme initiale et déformée de la protection thermique entre les segments de propergols S2 et S3, ainsi que le déplacement de sa pointe au cours de la simulation

capter les phénomènes d'instabilité pariétale (VSP). En pratique il a été constaté, suite à une convergence en maillage, qu'une taille de maille au niveau du propergol inférieure ou égale à 0.6 mm est suffisante pour parvenir à capter correctement ce phénomène. La hauteur des cellules au niveau du nez de la tuyère est de l'ordre du millimètre. Le maillage comporte au total environ 300000 éléments.

7.2 Champs Moyens

Les champs moyens de pression (Fig. 7.6), vitesse (Fig. 7.7), Mach (Fig. 7.8) et température (Fig. 7.10) sont montrés ici, d'une part pour donner une idée générale de l'écoulement et des conditions thermodynamiques dans la chambre de combustion, et d'autre part afin de justifier les hypothèses faites dans l'Annexe A pour extraire les sources acoustiques de l'écoulement. Au niveau pratique ces champs moyens sont calculés en moyennant des champs instantanés espacés de $6.5 \cdot 10^{-6}$ secondes sur une durée de $5 \cdot 10^{-2}$ seconde, ce qui correspond à une quinzaine de cycles d'oscillation du premier mode acoustique de la chambre.

Au vu du champ de Mach moyen il est raisonnable de négliger l'ensemble des effets de compressibilité (ie. $\rho = \rho_0$) jusqu'à l'entrée de la tuyère où le Mach moyen vaut 0.4 (cf. Fig. 7.9).

La relative homogénéité du champ de température (cf. Fig. 7.10) permet de considérer d'une part que l'écoulement est homentropique dans la chambre de combustion, et d'autre part que le champ de vitesse du son est uniforme.

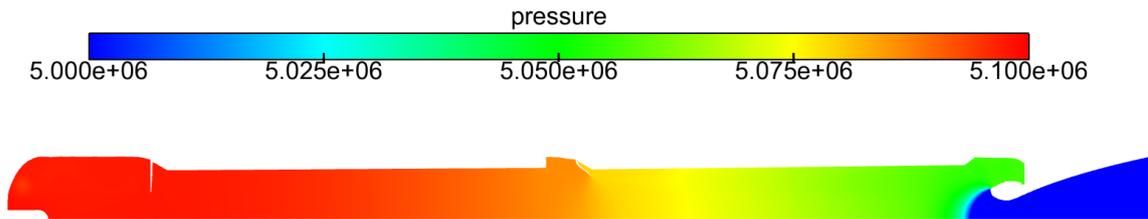


Figure 7.6 : Champ de pression moyen

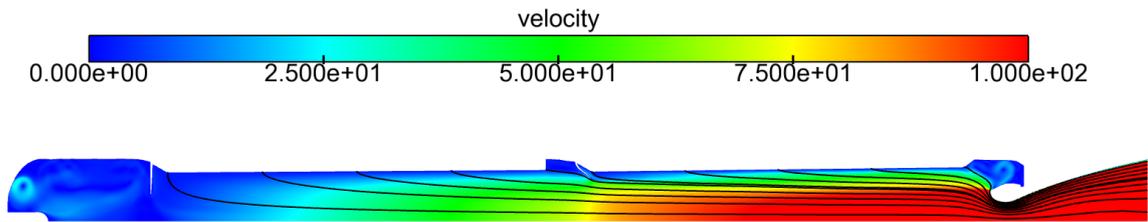


Figure 7.7 : Champ de vitesse moyenne et lignes de courant

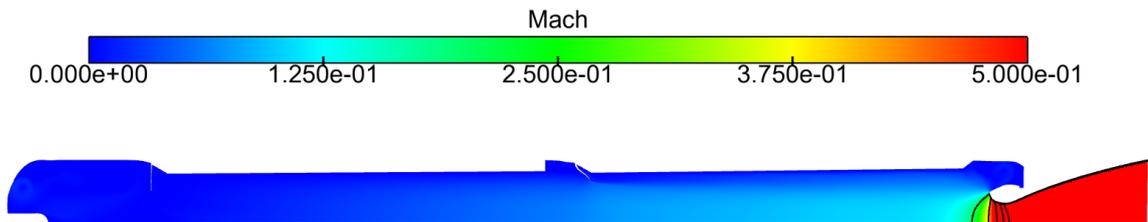


Figure 7.8 : Champ de Mach moyen

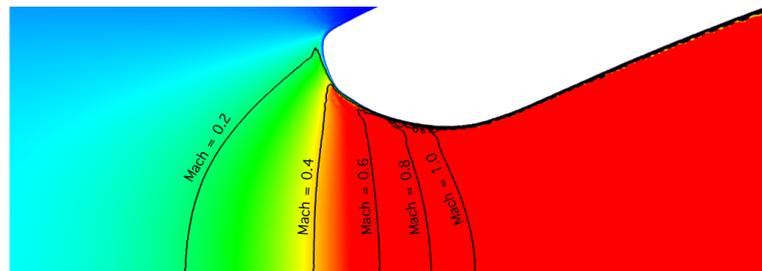


Figure 7.9 : Isolignes du champ de Mach moyen

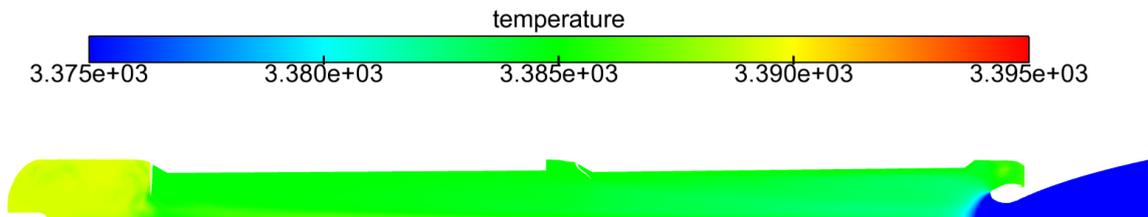


Figure 7.10 : Champ de température moyen

7.3 Analyse acoustique de la chambre de combustion

La forme et l'amplitude des modes acoustiques de la chambre de combustion de la configuration 1/15^e sont déterminées à l'aide du code d'acoustique AVSP [105, 82]. Le champ de vitesse du son (calculée comme étant $\sqrt{\gamma^* R^* T}$) dans la chambre est celui présenté dans la section précédente. Les effets de Mach sont négligés et l'ensemble des parois solides ainsi que le col sonique sont considérés comme des murs acoustiques ($u'_{ac} = 0$). Le module et la phase des trois premiers modes acoustiques sont présentés Figs. 7.11, 7.12, et 7.13. Leur fréquences respectives sont 308, 611 et 947 Hz. L'ordre de grandeur de la vitesse du son étant de 1000 m s^{-1} et la longueur de la configuration de 1.6 mètres, la fréquence attendue du premier mode acoustique longitudinal est de l'ordre de 310 Hz, ce qui est cohérent avec les résultats AVSP.

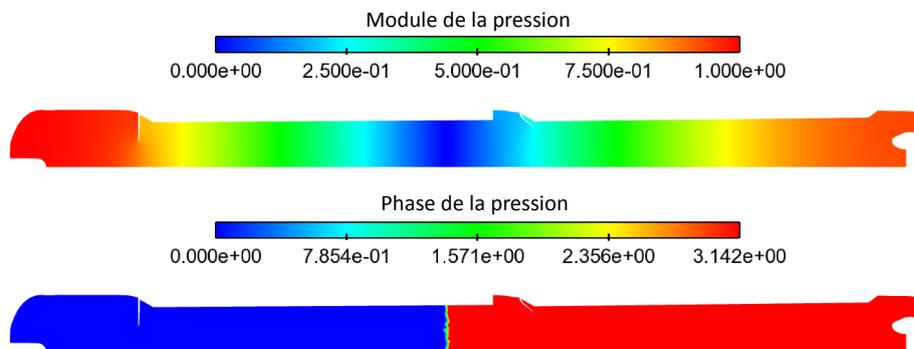


Figure 7.11 : *Module et argument du champ de pression correspondant au premier mode acoustique ($f = 308 \text{ Hz}$) de la chambre de combustion du P230*

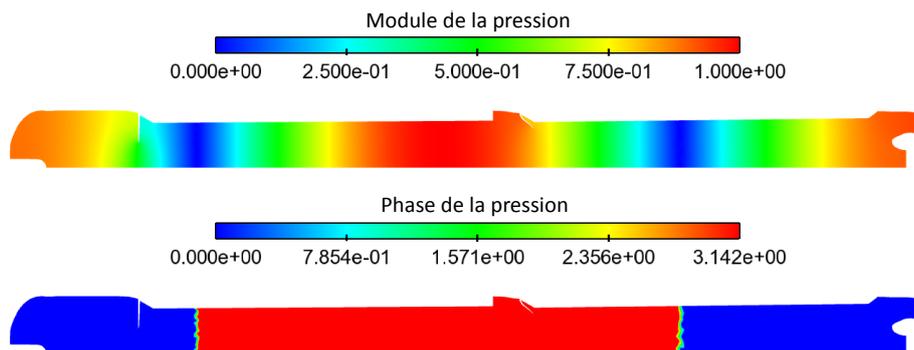


Figure 7.12 : *Module et argument du champ de pression correspondant au deuxième mode acoustique ($f = 611 \text{ Hz}$) de la chambre de combustion du P230*

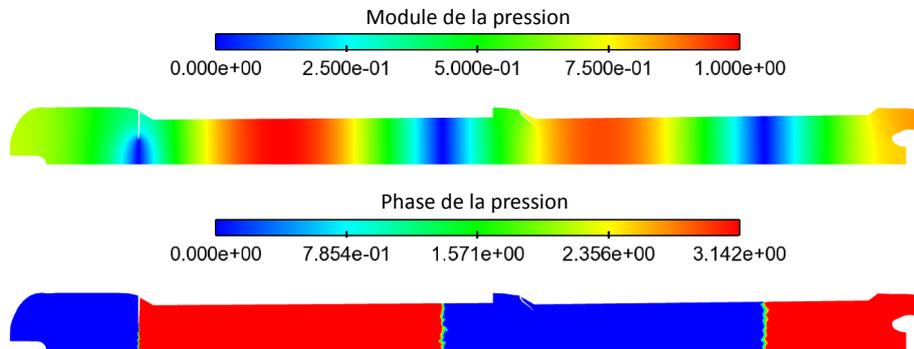


Figure 7.13 : *Module et argument du champ de pression correspondant au troisième mode acoustique ($f = 947$ Hz) de la chambre de combustion du P230*

7.4 Analyse du signal de pression en fond-avant

Comme écrit dans l'introduction, le symptôme classique traduisant la présence d'instabilités aéro-acoustiques au sein d'un moteur à propergol solide est la présence de fortes oscillations de pression au niveau du fond-avant du propulseur (cf. Fig. 7.14).

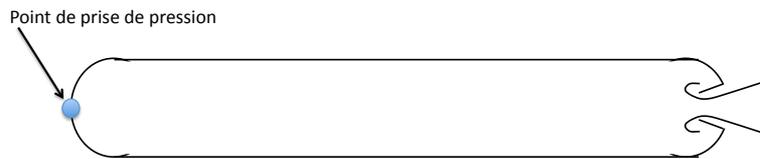


Figure 7.14 : *Point de prise de pression en fond-avant du propulseur*

Le signal de pression en fond-avant obtenu lors de cette simulation est présenté Fig. 7.15.

Afin de déterminer les fréquences d'oscillations présentes de façon marquée dans ce signal, une FFT est réalisée sur la portion de signal compris entre 0.1 et 0.3 seconde. L'analyse du signal peut effectivement commencer à partir de 0.1 seconde car l'avancement du calcul satisfait alors un certain nombre de critères :

- l'amplitude du signal de pression en fond-avant semble être stabilisée (cf Fig. 7.15)
- la quantité de masse dans le domaine de calcul est convergée (cf Fig. 7.16)
- l'énergie cinétique dans le domaine atteint un périodique autour d'une valeur moyenne (cf Fig. 7.16)
- les valeurs minimums, moyennes et maximums des variables primitives sont convergées (cf. Fig. 7.17).

Le résultat de la FFT ainsi obtenu est présenté Fig 7.18.

Les trois premiers modes acoustiques apparaissent nettement sur le spectre de pression. Leurs amplitudes respectives sont déterminées via l'intégration d'une PSD sur certaines bandes de fréquences, choisies pour être centrées sur la fréquence des différents modes acoustiques et d'une largeur similaire à celles utilisées

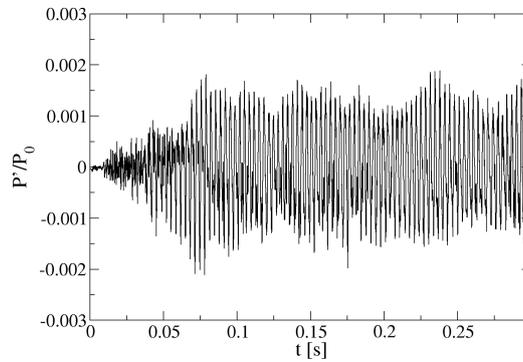


Figure 7.15 : Signal de pression en fond-avant issue d'une simulation numérique

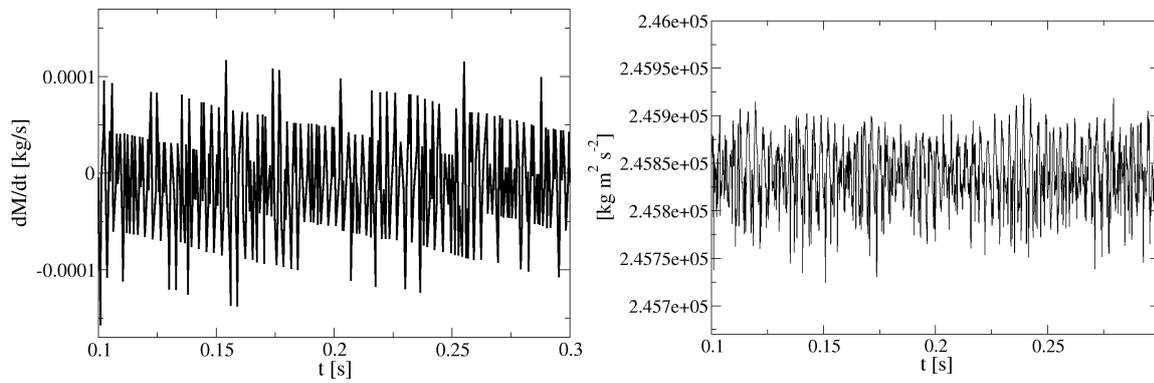


Figure 7.16 : Evolution de la quantité de masse (à gauche) et de l'énergie cinétique (à droite) dans le domaine au cours du temps.

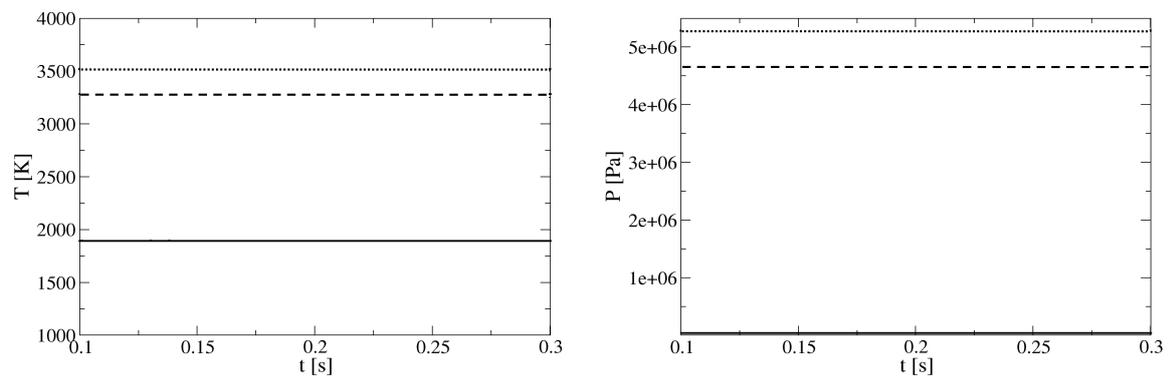


Figure 7.17 : Evolution de minimum (-), moyenne (- -) et maximum (··) de la température (à gauche) et de la pression (à droite) dans le domaine.

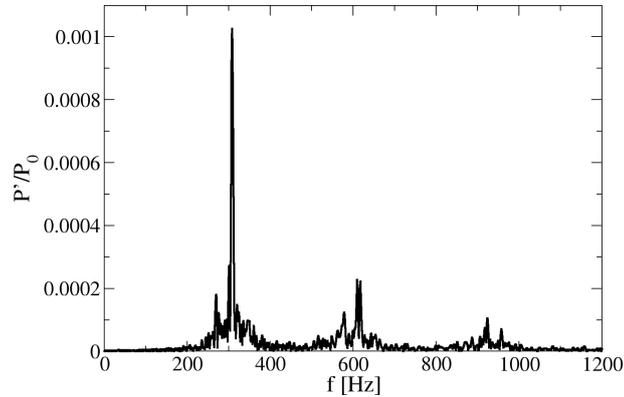


Figure 7.18 : FFT du signal de pression présenté Fig.7.15 de 0.1 à 0.3 seconde

pour le dépouillement des tirs LP6 réalisés à l'ONERA [86] :

- 230-390 Hz pour le premier mode acoustique à 308 Hz.
- 530-690 Hz pour le deuxième mode 611 Hz.
- 870-1030 Hz pour le troisième à 947 Hz.

La convergence des amplitudes obtenues est évaluée en examinant l'évolution des valeurs trouvées suite à l'analyse de signaux de tailles croissantes et ayant toujours la même date de départ. Lorsque les valeurs obtenues peuvent être considérées comme convergées, comme c'est le cas à 0.3 seconde (cf. Fig. 7.19), la simulation est arrêtée. Le résultat est présenté Fig. 7.20. Le premier mode acoustique étant clairement le plus fort, c'est sur ce dernier que les analyses acoustiques sont concentrées. Au vu de l'amplitude relative des modes, de l'ordre de 0.1 % de la pression moyenne, ces instabilités se situent encore dans le régime linéaire de l'acoustique.

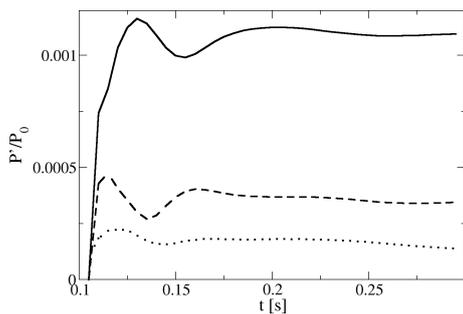


Figure 7.19 : Evolution de l'amplitude du premier (—), deuxième (- -) et troisième (· ·) mode acoustique au cours du temps

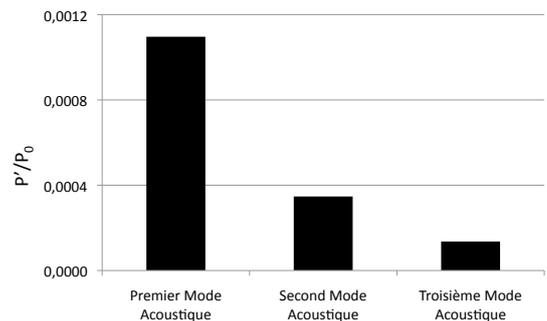


Figure 7.20 : Amplitudes des 3 premiers modes acoustiques de la chambre de combustion

7.5 Champs Instantanés

Les différents mécanismes de génération tourbillonnaire (VSA, VSO, VSP) présentés en introduction sont visibles dans le cas du P230 comme illustré sur la figure 7.21.

- Le zoom numéro 1 montre la génération de VSP sur le deuxième segment (S2).
- Le deuxième fait apparaître la présence de VSA à la fin du S2.
- Le troisième zoom souligne le VSO généré par la PTF située entre le deuxième et le troisième segment de propergol.
- La génération du VSP sur le troisième segment (S3) est présentée sur le zoom numéro 4.
- Le VSA en bout du S3 est mis en évidence sur le cinquième zoom.

L'évolution de ce champ de vorticité et le suivi en particulier d'un tourbillon issu du VSO sont présentés Fig. 7.22 sur une période de 10^{-2} seconde. Le fait qu'un tourbillon mette environ 10^{-2} seconde pour parcourir la distance qui sépare sa zone de génération de la zone d'impact suggère que trois structures tourbillonnaires circulent en même temps de façon à pouvoir exciter le premier mode acoustique à 308 Hz. L'aspect multifr quentiel et la difficulté d'analyse des champs bruts qui en découle sont bien soulignés par cette dernière figure. Il apparait que les trois mécanismes tourbillonnaires interagissent en plusieurs zones de l'écoulement. Le VSP et le VSA se couplent aux extrémités des deuxième et troisième segments. Le VSO quant à lui semble accentuer la perturbation de la couche de vorticité présente sur le troisième segment, intensifiant ainsi le phénomène du VSP.

Afin de séparer fréquentiellement les phénomènes, on effectue une analyse DMD de l'écoulement à travers les champs de vitesse et de vorticité (cf. Annexe A). Deux faits sont ainsi mis en évidence : d'une part, au vu des spectres (cf. Figs. 7.23 et 7.24) il apparait que les structures instationnaires évoluent principalement à la fréquence du premier mode acoustique de la chambre. D'autre part, l'ordre de grandeur des amplifications des différents modes, l'écoulement a atteint un état d'oscillation périodique.

Le module et la phase du mode spatial de vorticité à la fréquence du premier mode acoustique sont présentées Figs. 7.25 et 7.26. Il apparait que l'excitation du premier mode acoustique n'est pas le fait d'un seul mécanisme tourbillonnaire. VSO, VSA et VSP sont tous trois présents à 308 Hz.

7.6 Extraction des sources acoustiques

L'objectif derrière l'extraction des sources acoustiques dans la chambre de combustion est d'obtenir l'ordre de grandeur de l'énergie acoustique crée par période d'oscillation. Dans la perspective des simulations avec interactions fluide-structure, l'idée est de pouvoir évaluer le niveau d'impact que peuvent avoir les échanges d'énergie avec la structure mécanique du P230. Parmi les mécanismes en mesure d'agir en tant que sources acoustiques dans un écoulement, deux en particulier sont reconnus comme de première im-

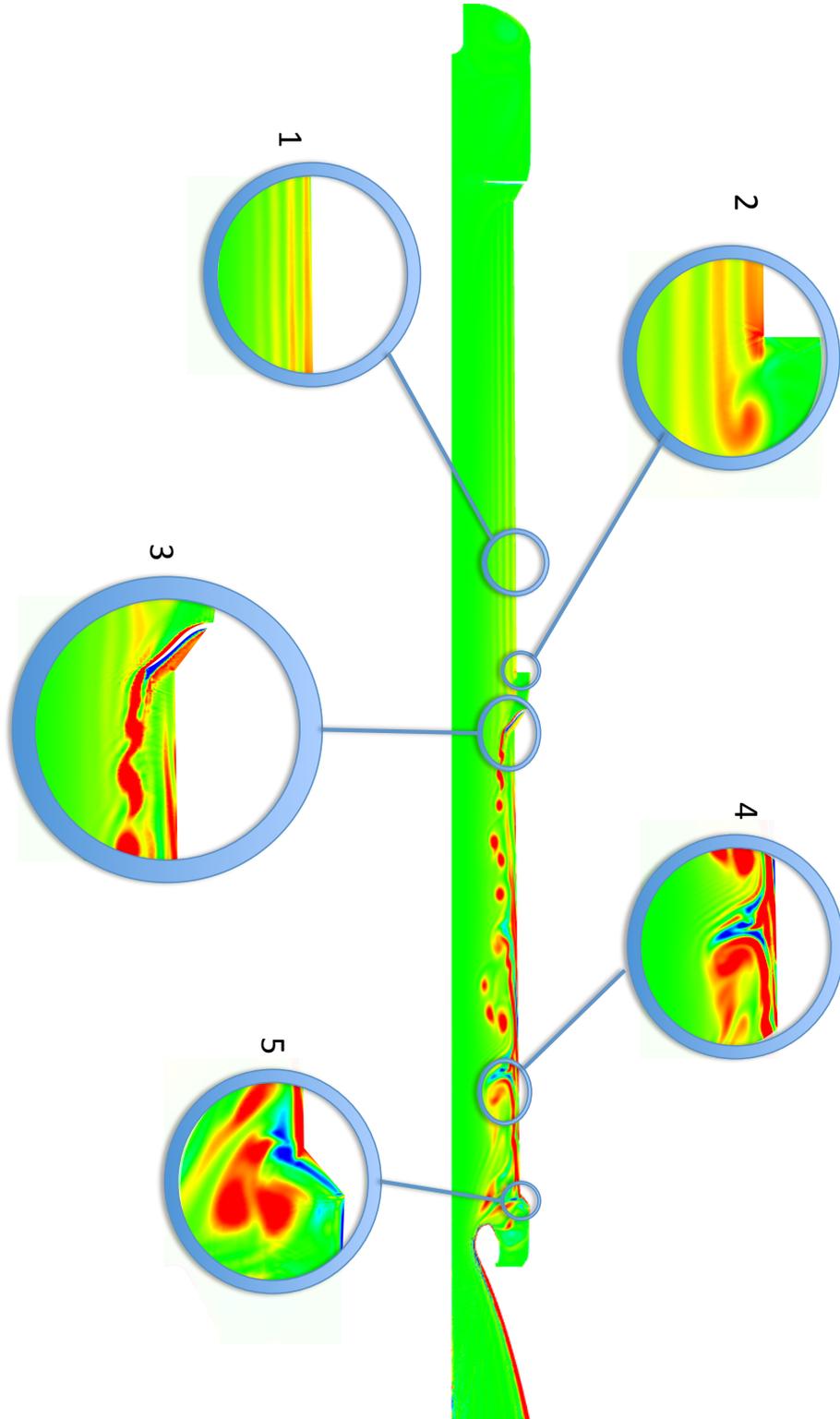


Figure 7.21 : Champ instantané de vorticité

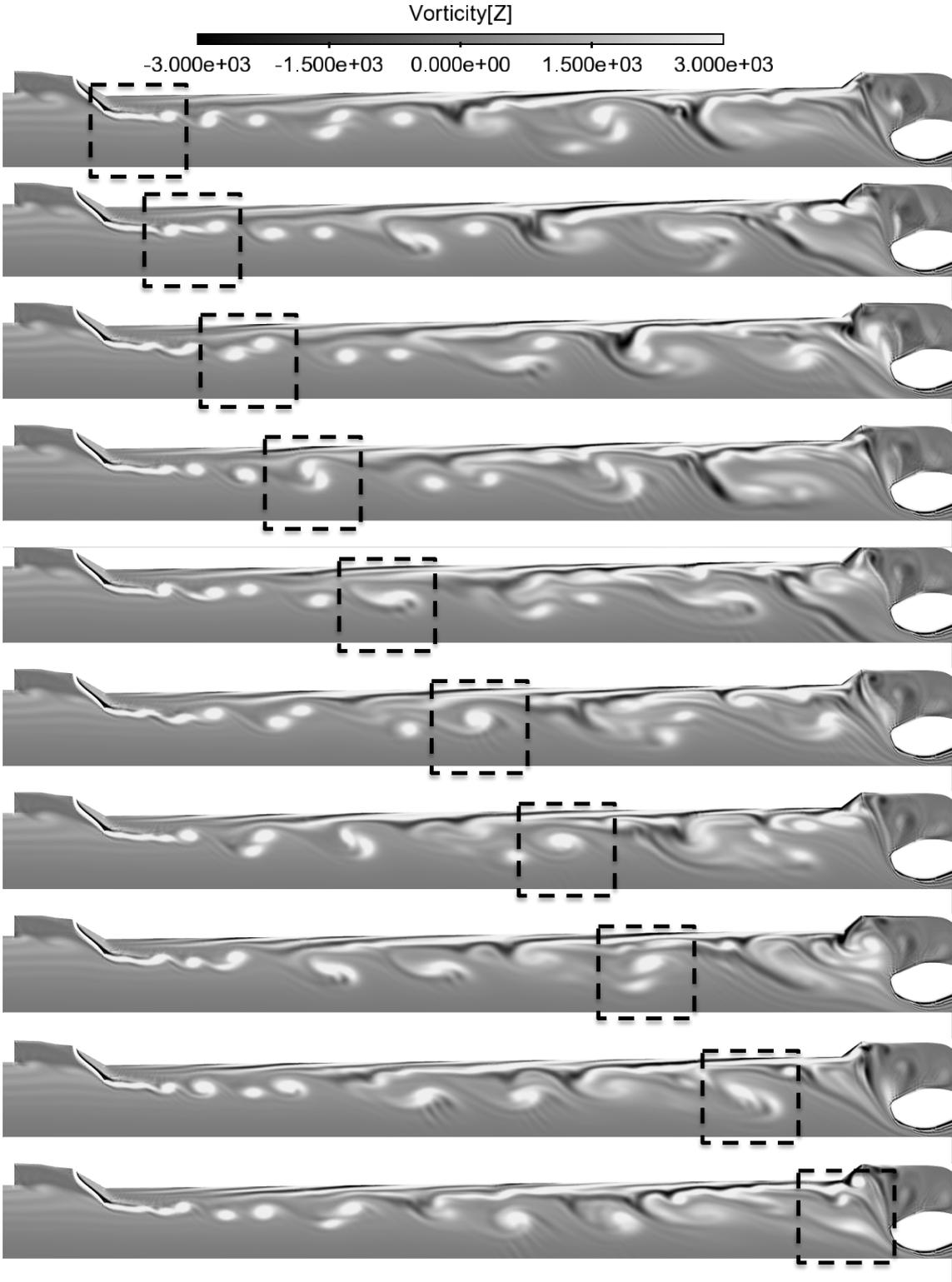


Figure 7.22 : Champs de vorticité espacés en temps de 10^{-3} secondes

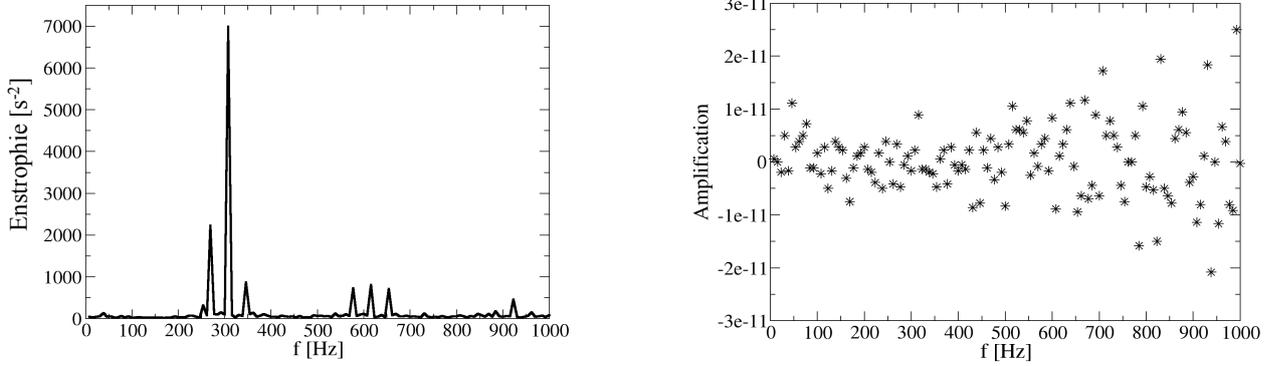


Figure 7.23 : Spectre (gauche) et niveau d'amplification (droite) des modes DMD de vorticité

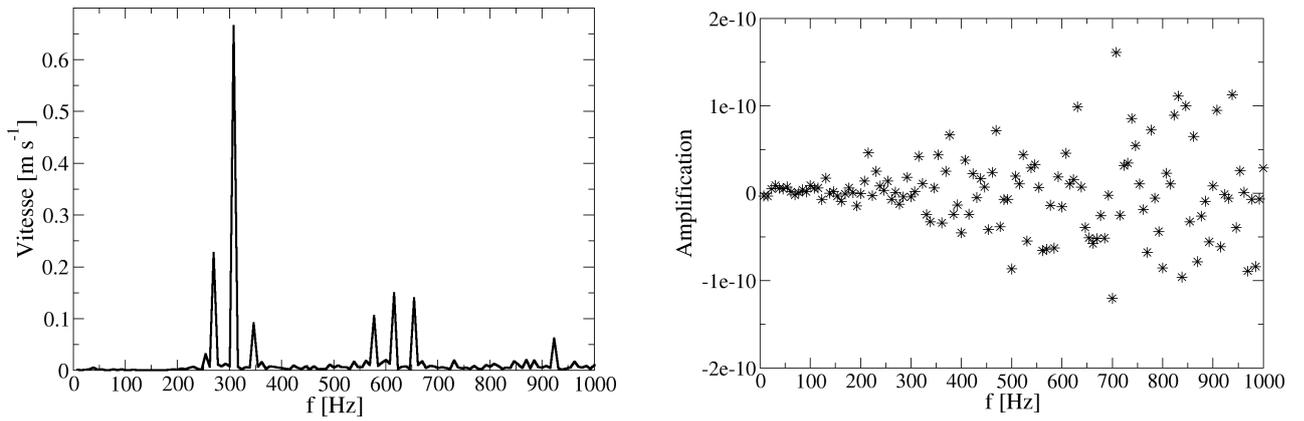


Figure 7.24 : Spectre (gauche) et niveau d'amplification (droite) des modes DMD de vitesse

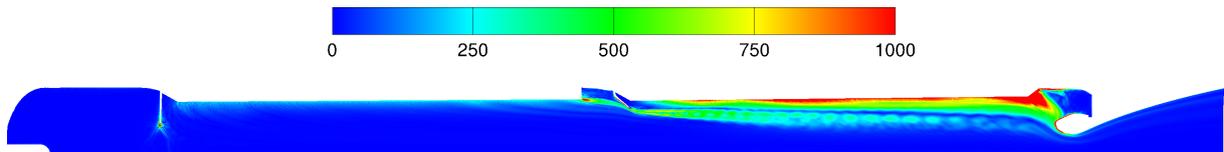


Figure 7.25 : Module mode DMD de vorticité à 308 Hz

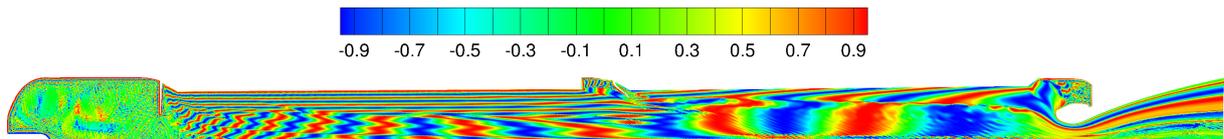


Figure 7.26 : Cosinus de la phase du mode DMD de vorticité à 308 Hz

portance dans le cadre de la problématique des oscillations de pression dans les moteurs à propergol solide. Chacun de ces deux mécanismes a pour origine une génération régulière de tourbillons dans la chambre de combustion du propulseur, que ce soit via la présence d'obstacles dans l'écoulement (VSO), de marches descendantes (VSA), ou, comme l'ont montré les travaux de l'ONERA, suite à une instabilité intrinsèque de l'écoulement de Taylor-Culick (VSP). Le premier des deux mécanismes est l'impact des tourbillons sur la structure du propulseur. Le second, mis en avant dans la thèse de Jérôme Anthoine [4, 61, 93], est l'interaction des tourbillons avec les modes acoustiques présents dans la chambre de combustion. La simulation numérique donnant accès à de l'information sur l'écoulement en tout point de l'espace on se propose d'évaluer les sources d'énergie pour l'acoustique dans l'écoulement indépendamment de leur nature (i.e tourbillon / acoustique ou tourbillon / structure). L'expression des sources acoustiques est obtenue à partir de la théorie de Lighthill [71]. On ne donne ici que les grandes lignes, davantage de détails sur le calcul et l'extraction des sources acoustiques sont donnés dans l'Annexe A. Pour rappel, sous l'hypothèse d'un écoulement moyen au repos, l'équation d'onde générale est de la forme :

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) p' = -\nabla \cdot f' \quad (7.19)$$

avec f' la résultante des forces extérieures fluctuantes agissant sur l'acoustique. Le travail $\Delta E_{acoustique}$ de ces forces sur l'acoustique par période d'oscillation T_0 a naturellement pour expression :

$$\Delta E_{acoustique} = - \int_{T_0} \iiint_V f' \cdot u'_{ac} dV dt \quad (7.20)$$

avec u'_{ac} la vitesse acoustique. Afin d'évaluer l'énergie cédée ou prise par l'écoulement à l'acoustique, il suffit de déterminer l'expression de f' . D'après la théorie de Lighthill, dans le cas d'un écoulement non-visqueux, incompressible et isentropique, l'équation d'onde s'écrit :

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) p' = \frac{\partial^2 T'_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (7.21)$$

avec $T'_{ij} = \rho \frac{\partial^2 u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j}$ le tenseur de contraintes de Lighthill. Du fait de l'incompressibilité de l'écoulement dans la chambre et du champ rotationnel le tenseur des contraintes peut se s'exprimer sous la forme :

$$T'_{ij} = \rho_0 \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla v \cdot v)' = \rho_0 \left(\omega \times u + \nabla \frac{(u^2)}{2} \right)' \quad (7.22)$$

d'où en réinjectant l'expression 7.22 dans 7.21 :

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) p' = \rho_0 \nabla \cdot \left(\omega \times u + \nabla \frac{(u^2)}{2} \right)' \quad (7.23)$$

On alors d'après l'équation 7.19 :

$$f' = \rho_0 \nabla \cdot \left(\omega \times u + \nabla \frac{(u^2)}{2} \right)' \quad (7.24)$$

Les termes sources acoustiques à 308 Hz locaux, et intégrés en temps (ie. $-\int_{T_0} f' \cdot u'_{ac} dt$) sont représentées Fig. 7.27. Les champs de quantités fluctuantes f' et u'_{ac} à 308 Hz sont obtenues à l'air d'une DMD. On utilise à cet effet des champs espacés en temps de $4 \cdot 10^{-4}$ seconde, allant de 0.08 à 0.2 seconde.

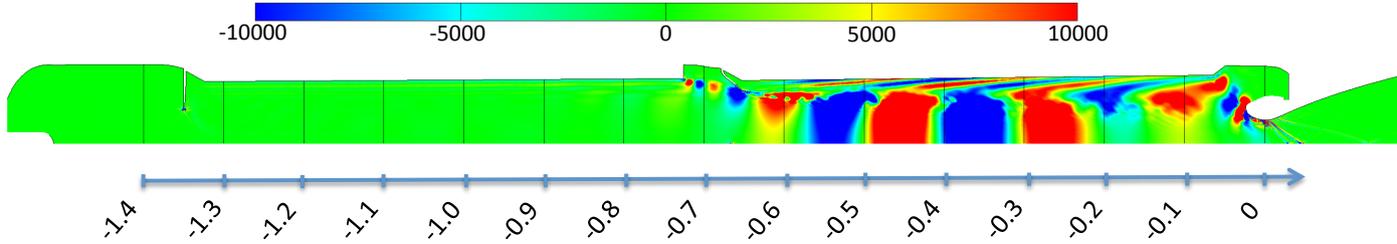


Figure 7.27 : Sources et puits d'énergie acoustique [J/m^3] à 308 Hz, calculés à l'aide de l'équation 7.24 comme étant $-\int_{T_0} f' \cdot u'_{ac} dt$

L'expression de ces sources acoustiques est obtenue en faisant l'hypothèse d'un Mach nul dans la chambre (cf. eq. 7.19). Dans la mesure où le Mach dans la chambre de combustion évolue de 0 au fond-avant à 0.2 à l'entrée de la tuyère, il est légitime de s'interroger sur la représentativité des sources calculées à l'aide de l'équation 7.24. Une bonne manière de s'assurer de la qualité de ce résultat est de s'assurer que le bilan acoustique ferme. Le système étudié se trouve dans un état périodique, et les sources considérées, qui fluctuent à 308 Hz, sont intégrées en temps sur une période d'oscillation T_0 . De fait pour vérifier que le bilan acoustique ferme, il suffit de vérifier que sur une période l'énergie acoustique créée dans le domaine est égale aux flux acoustiques sur les bords du domaine. Afin d'avoir une information un peu plus locale sur la qualité des sources acoustiques, le bilan acoustique est réalisé sur des sous-domaines rectangulaires, représentés Fig. 7.27.

Il s'agit donc de comparer les sources obtenues ($-\int_{\Omega} \int_{T_0} f' \cdot u'_{ac} dt dV$) sur les sous-domaines Ω , avec la somme des flux acoustiques $F = p' u'_{ac}$ à leurs frontières $\partial\Omega$ (cf. Fig. 7.28). Autrement dit on cherche à vérifier si :

$$-\int_{\Omega} \int_{T_0} f' \cdot u'_{ac} dt dV = \int_{\partial\Omega} \int_{T_0} F n dt d\partial V \quad (7.25)$$

La comparaison entre l'intégrale des sources ou puits acoustiques sur les volumes Ω dessinés Fig. 7.27 et le bilan des flux F sur les surfaces enfermant lesdits volumes (cf. Fig. 7.28) est présentée Fig. 7.29. Les abscisses reportées correspondent aux centres des sous-domaines Ω représentés en Fig. 7.27.

Le résultat obtenu est plutôt satisfaisant et suggère que l'ensemble des sources acoustiques a bien été capturé. Pour l'intérieur de la chambre de combustion, on peut donc considérer que l'expression 7.24 est satisfaisante. L'intégrale des sources volumiques donne une production de $3 \cdot 10^{-2}$ Joules par période d'oscillations du premier mode acoustique.

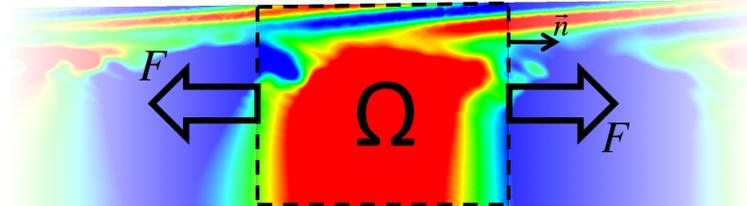


Figure 7.28 : Bilan de flux acoustique sur un volume Ω

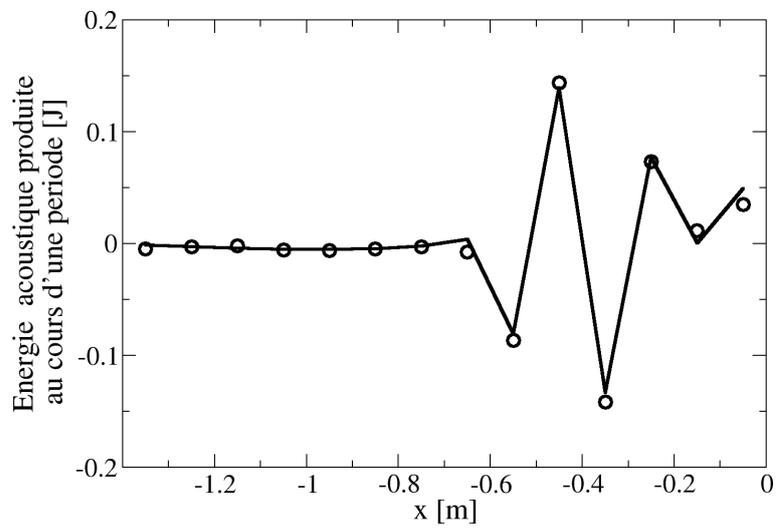


Figure 7.29 : Comparaison entre les bilans de flux acoustique $u'_{ac}p'$ (\circ) et l'intégration des sources volumiques calculées avec l'équation 7.20 (ligne)

Section 8

Calcul couplé structure-globale / acoustique

Afin d'évaluer l'impact que peuvent avoir les vibrations de l'ensemble de la structure sur l'acoustique dans la chambre de combustion, trois calculs ont été réalisés. Dans les trois cas, la structure est considérée comme encastrée au niveau du fond-avant (cf. Fig 8.1). Les protections thermiques sont considérées comme rigides et celle entre les segments deux et trois est fixée à sa position d'équilibre (cf. section 7). Le maillage utilisé possède des caractéristiques identiques à celles du calcul de référence. La convergence des calculs est évaluée de la même manière que dans le cas de référence présenté dans la section précédente. Les résultats de convergence (quantité de masse dans le domaine de calcul, énergie cinétique, amplitudes des modes acoustiques) étant identiques, ils ne sont pas re-présentés dans cette section.

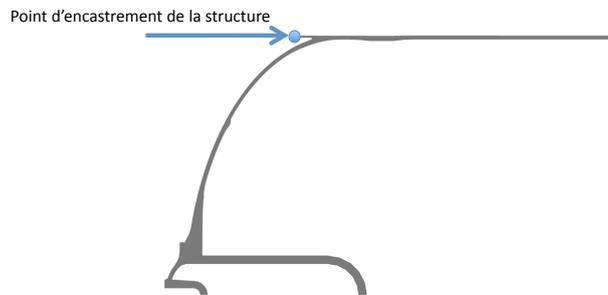


Figure 8.1 : Point d'encastrement en fond-avant de la structure

L'objectif des deux premiers calculs est d'évaluer l'influence du croisement de modes entre le premier mode acoustique instable de la chambre de combustion et le premier mode longitudinal de la structure. L'ordre de grandeur de la fréquence f du premier mode longitudinal de la structure peut être évalué par la relation :

$$f = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (8.1)$$

avec k la raideur globale de la structure et m la masse totale. Les deux situations de croisement et

non-croisement de modes ont donc été obtenues en ajustant la densité des matériaux ($\rho_{croisement} = 1.3 * \rho_{non\ croisement}$) toutes choses étant égales par ailleurs pour le fluide comme pour le solide. Le module d'Young (et donc la raideur k) des matériaux reste inchangé de façon à assurer la bonne amplitude d'oscillation en régime périodique. L'aspect dissipatif des matériaux est pris en compte pour ces deux simulations, la matrice de dissipation D (cf. chapitre 5) étant arbitrairement fixée par :

$$D = 10^{-5} K \quad (8.2)$$

Le troisième calcul, justifié par les résultats présentés section 8.2, consiste à reprendre le calcul avec croisement de modes et à diminuer la viscosité des matériaux. On a pour ce calcul $D = 10^{-7} K$. Les caractéristiques des différents calculs sont récapitulées dans le tableau 8.1 :

	Calcul 1 : Sans croisement de modes	Calcul 2 : Avec croisement de modes	Calcul 3 : Avec croisement de modes et matériaux moins dissipatifs
1 ^{er} mode acoustique	308 Hz	308 Hz	308 Hz
1 ^{er} mode longitudinal de la structure	348 Hz	305 Hz	305 Hz
Dissipation des maté- riaux	$10^{-5} K$	$10^{-5} K$	$10^{-7} K$

Table 8.1 : Récapitulatif des différents calculs couplés

8.1 Particularité des calculs couplés acoustique / structure

8.1.1 Caractéristiques matériaux de la structure

On présente ici rapidement les différents matériaux composant la structure et leurs caractéristiques mécaniques. Le cas particulier hyperviscoélastique de la protection thermique de face est évoqué. L'ensemble des données matériaux utilisées est fourni par Herakles. Les lois de comportements appliquées sont représentées Fig. 8.2. A l'exception des protections thermiques de face, les matériaux composant le P230 sont modélisés à l'aide d'une des deux lois de comportements, élastique linéaire ou hyperélastique, décrites dans la section 5. Les numéros donnés dans la description ci-dessous correspondent à ceux indiqués Fig. 8.2.

- L'allumeur (1) et le Corps de Propulseur Nu (CPN) (2) en acier décrit dans la section 2.1 sont naturellement modélisés avec des lois de comportement linéaires. Des valeurs classiques pour le module d'Young (200 GPa) et pour le coefficient de Poisson (0.3) sont utilisées. Les coefficients de

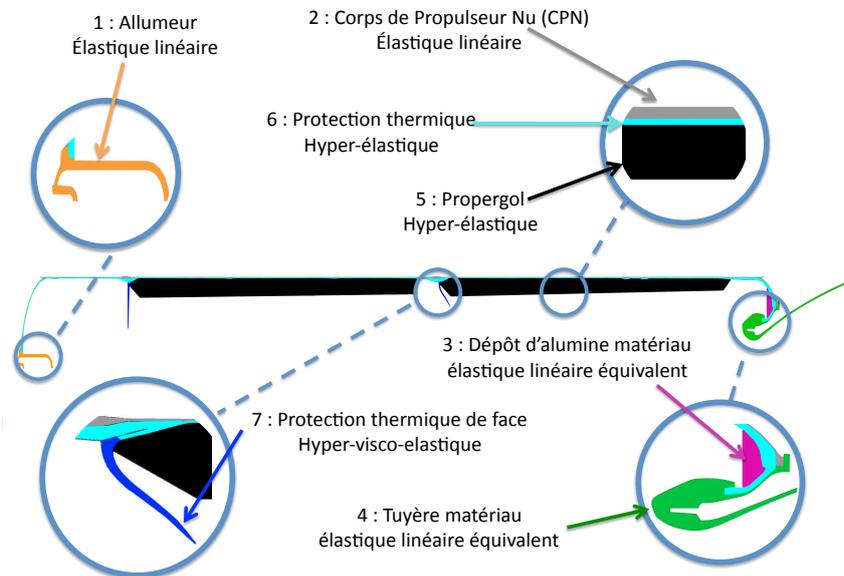


Figure 8.2 : Lois rhéologiques utilisées lors de la modélisation de la structure du P230

Lamé équivalents pour l'éq. 5.13 sont $\lambda \approx 1.15 \cdot 10^{11}$ Pa et $\mu \approx 7.69 \cdot 10^{10}$ Pa. La masse volumique de l'acier est de l'ordre de 7800 kg/m^3 .

- La flaque d'alumine (3) présente dans le fond-arrière correspond à un dépôt de particules issues de la combustion de l'aluminium présent dans le propergol. La prise en compte de la masse de cette dernière est nécessaire pour assurer une bonne réponse dynamique de la structure. Toutefois, les interactions entre cette phase liquide de l'alumine et l'écoulement sont, tout comme l'aspect diphasique de l'écoulement, écartées des études menées dans le cadre de cette thèse. Ce dépôt est donc simplement modélisé par un matériau linéaire, de masse volumique de l'ordre de 3000 kg/m^3 . Un module d'Young de 100 GPa et un coefficient de Poisson de 0.3 sont utilisés, soit pour les coefficients de Lamé $\lambda \approx 5.76 \cdot 10^{10}$ Pa et $\mu \approx 3.85 \cdot 10^{10}$ Pa.
- La tuyère (4) et la butée flexible sont des ensembles structurels complexes, composés principalement de matériaux composites pour la tuyère et issus d'un assemblage de lamelles métalliques et de matériaux élastomères pour la butée flexible. La dynamique associée à cet ensemble constitue à elle seule un sujet d'étude complet. Dans ce travail, l'ensemble est modélisé par un solide élastique de même masse. La masse volumique résultante est de l'ordre de 3600 kg/m^3 . Le module d'Young et le coefficient de Poisson qui lui sont attribués sont respectivement 100 GPa et 0.3. Les coefficients

de Lamé correspondants étant : $\lambda \approx 5.7610^{10}$ Pa et $\mu \approx 3.8510^{10}$ Pa

- Le propergol (5) est considéré comme un matériau hyper-élastique. Son comportement est donc modélisé à l'aide du modèle de Mooney-Rivlin (cf. eq. 5.19). Sa masse volumique est de l'ordre de 1200 kg/m^3 . Les coefficients ξ_1 et ξ_2 utilisés valent respectivement $2.6 \cdot 10^6$ et $6 \cdot 10^5$.
- La protection thermique (6) recouvrant la structure en acier présente également un comportement hyper-élastique. Sa masse volumique est de l'ordre de 1000 kg/m^3 . Ses coefficients ξ_1 et ξ_2 valent respectivement $2.6 \cdot 10^6$ et $6 \cdot 10^5$.
- La rhéologie hyperviscoélastique de la protection thermique de face (7) est décrite plus particulièrement dans la section 9 où l'on s'intéresse à l'impact de ses battements dans l'écoulement. Lors du calcul de sa position d'équilibre seul l'aspect hyperélastique est retenu. Les coefficients ξ_1 et ξ_2 sont respectivement 10^6 et $3 \cdot 10^5$.

8.1.2 Etat initial

Sous le chargement de la pression moyenne, la structure du propulseur se gonfle légèrement. Cet agrandissement radial et axial se traduit par une modification de la surface débitante et de l'aire du col de la tuyère et donc une évolution de la pression moyenne dans la chambre (cf. 7.1.3). Comme pour le calcul de référence l'idée est de réaliser un pré-calcul couplé de manière à déterminer un champ aérodynamique moyen et un état de déformation moyen de la structure. L'ensemble des calculs couplés démarre ensuite de cet état moyen, l'idée étant encore une fois de limiter le bruit généré au début de la simulation et d'accélérer la mise en place de l'écoulement moyen.

8.2 Calcul couplé avec et sans croisement de modes entre l'acoustique et la structure

8.2.1 Vibrations de la structure

Du fait de l'encastrement en fond-avant de la structure, les déformations longitudinales de la structure se mesurent au niveau du fond-arrière. Conformément à l'intuition, les vibrations du fond-arrière (cf. Fig. 8.3) sont plus importantes lorsque la fréquence du premier mode longitudinal de la structure est proche du premier mode acoustique (situation de croisement de mode). Dans les deux cas la fréquence de vibration est de 308 Hz, ce qui traduit que même dans le cas sans croisement de modes les vibrations de la structure sont pilotées par le chargement du premier mode acoustique.

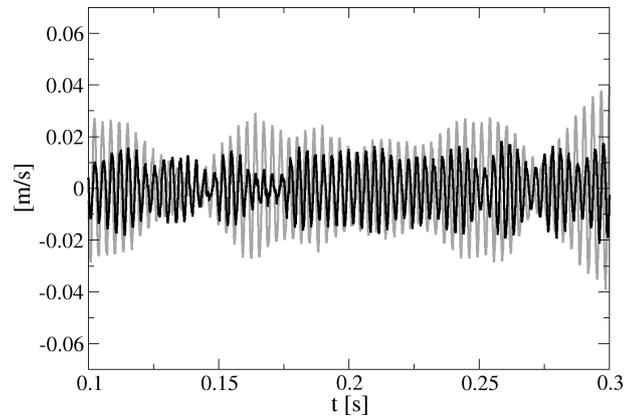


Figure 8.3 : Vitesse de déplacement du fond-arrière, pour les cas avec (gris) et sans (noir) croisement modes quand $D = 10^{-5}K$

8.2.2 Analyse du signal de pression en fond-avant

Les signaux de pression en fond-avant obtenus lors de ces simulations sont présentés Fig. 8.4 pour le cas sans croisement de modes et Fig. 8.5 pour le cas avec croisement de mode. Comme dans le chapitre précédent, une FFT est réalisée afin de déterminer les fréquences d'oscillations du signal. Les résultats présentés Figs. 8.6 montrent que pour les deux simulations, les fréquences excitées sont identiques à celles du calcul de référence (cf. Fig. 7.18). Les amplitudes correspondantes sont calculées de la même manière que dans la section 7. Si dans le cas sans croisement de modes les amplitudes des différents modes acoustiques sont du même ordre de grandeur que celles obtenues avec le calcul de référence (cf. Fig 7.20), le premier mode acoustique du calcul couplé avec croisement de modes est lui fortement amorti (cf. Fig. 8.7). Dans la mesure où la seule différence entre les deux simulations couplées se trouve être la fréquence du premier mode propre longitudinal de la structure, le fait que la partie solide soit à l'origine de ce changement est acquis. Il reste à déterminer par quel biais cet effet de "filtre coupe-bande" est obtenu.

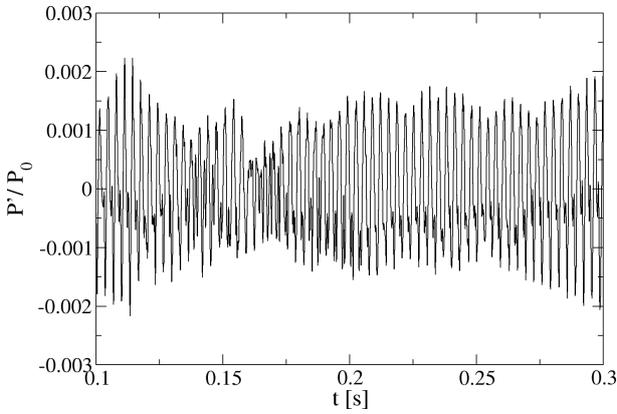


Figure 8.4 : Signal de pression en fond-avant issue du calcul couplé sans croisement de modes

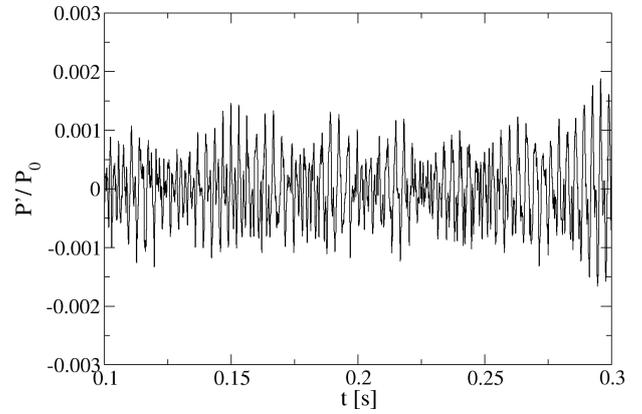


Figure 8.5 : Signal de pression en fond-avant issue du calcul couplé avec croisement de modes

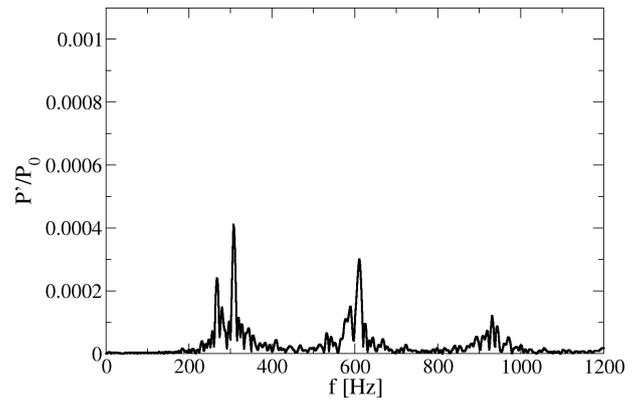
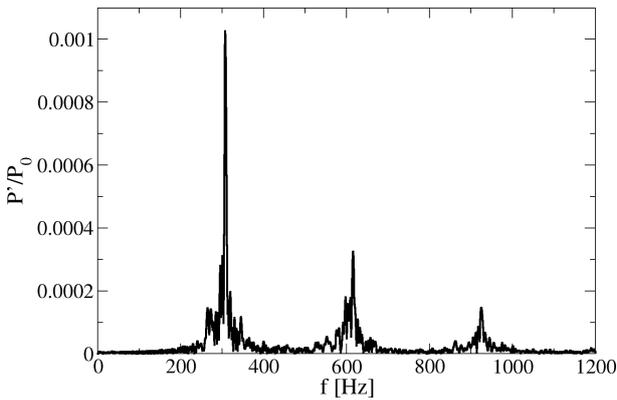


Figure 8.6 : FFT des signaux de pression présentés Fig.8.4 (à gauche) et Fig.8.5 (à droite) de 0.1 à 0.3 seconde

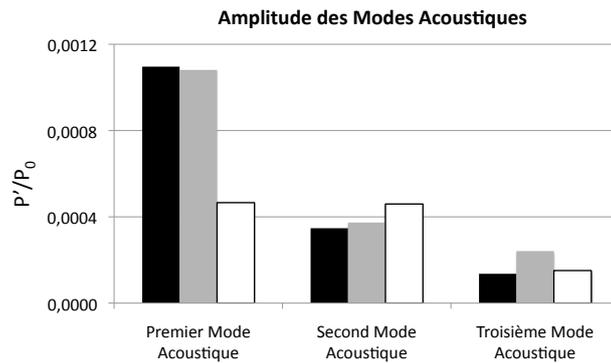


Figure 8.7 : PSD intégrée du signal de pression présenté Fig. 7.15 obtenu sans couplage (noir), Fig. 8.4 obtenu avec couplage mais sans croisement de modes (gris) et Fig. 8.5 obtenu avec couplage et avec croisement de modes (blanc).

8.2.3 Extraction des sources acoustiques

L'organisation et l'intensité des structures tourbillonnaires obtenues lors de ces calculs couplés sont semblables à celles constatées sur le cas de référence et présentées dans la section précédente. Les sources acoustiques sont extraites de ces deux calculs couplés avec et sans croisement de modes en suivant la même démarche que celle présentée sur le calcul sans couplage fluide - structure (cf. sec.7.6). La comparaison de ces sources met en évidence des sources et des puits d'énergie acoustique situés aux mêmes emplacements au sein de la configuration (cf. Figs 8.8 et 8.9). L'amplitude cependant est nettement inférieure dans le cas où les modes acoustique/structure se croisent. L'intégration de ces termes de production et de dissipation sur l'ensemble de la chambre donne une production de $6.25 \cdot 10^{-3}$ J pour la simulation où un croisement de modes se produit et $1.74 \cdot 10^{-2}$ J pour le cas sans croisement de modes. Si dans ce dernier cas l'énergie acoustique produite est comparable à celle du calcul sans FSI ($3 \cdot 10^{-2}$ J), elle est par contre 5 fois moindre lorsque les modes acoustique et mécanique se croisent. Comme pour le cas de référence, la comparaison avec un bilan de flux acoustique sur des volumes fermés, présentée Fig. 8.2.3 permet d'assurer que la majorité des sources et puits acoustiques ont bien été extraits.

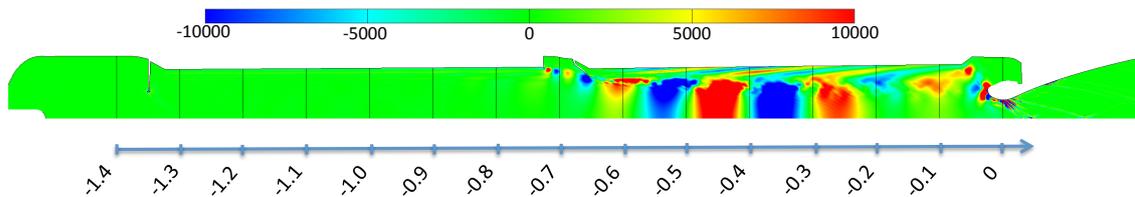


Figure 8.8 : Sources et puits d'énergie acoustique $[J/m^3]$ à 308 Hz calculés à l'aide de l'équation 7.24, pour le calcul sans croisement de modes

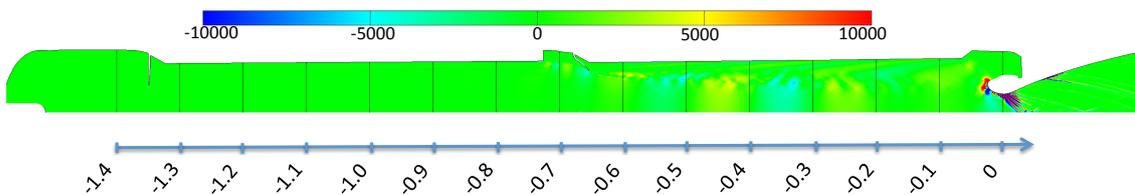


Figure 8.9 : Sources et puits d'énergie acoustique $[J/m^3]$ à 308 Hz calculés à l'aide de l'équation 7.24, pour le calcul avec croisement de modes

8.2.4 Echanges d'énergie avec la structure

L'examen du flux d'énergie au travers des différentes interfaces fluide/solide, calculé comme étant le produit de la vitesse normale u_n à la surface solide élémentaire considérée avec l'aire de cette dernière

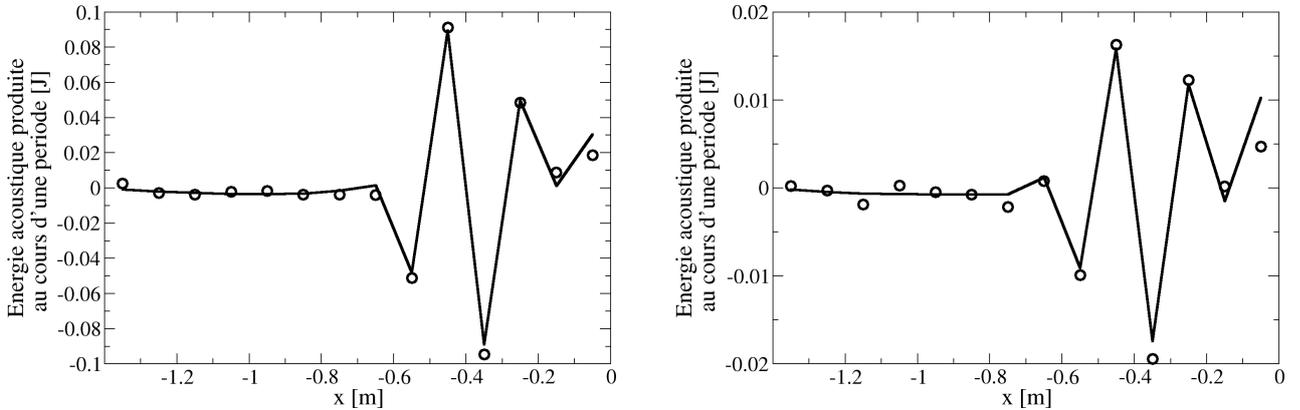


Figure 8.10 : Comparaison entre les bilans de flux acoustique $u'_{ac}p'$ (\circ) et l'intégration des sources volumiques calculées avec l'équation 7.24 (ligne), des calculs sans (gauche) et avec (droite) croisement de modes

dS et la pression P qui y est appliquée (cf. Fig. 8.11), procure un résultat intéressant. Bien que le mode acoustique soit moins fort dans le cas avec croisement de modes, davantage d'énergie est dissipée par la structure. L'énergie dissipée par la structure est définie comme étant la différence entre l'énergie fournie à la structure au cours d'une période d'oscillation et celle récupérée par le fluide au travers des interfaces solides. La principale perte d'énergie se situe au niveau du fond-arrière (cf. Fig. 8.12) qui est la zone qui oscille naturellement le plus, puisque le fond-avant est encastré dans nos simulations. Les résultats obtenus à l'échelle de la configuration sont résumés dans le tableau 8.3. Au final, 16% de l'énergie acoustique créée par l'écoulement fluide est dissipée par la structure lorsque le croisement de mode a lieu, ce chiffre passe à 2.9% sans croisement de modes, avec comme conséquence une amplitude des fluctuations supérieures.

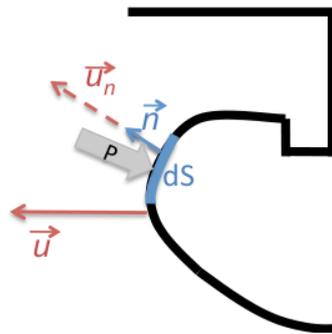


Figure 8.11 : Calcul du flux d'énergie acoustique [J] à travers l'interface Fluide/Solide

Ces résultats sont cohérents avec ceux obtenus par des considérations mécaniques élémentaires. En se concentrant sur le premier mode propre longitudinal de la structure, le comportement dynamique de cette dernière lorsqu'elle est soumise à une pression oscillante (typiquement un mode acoustique) peut être modélisé par un simple système masse - ressort - amortisseur en une dimension (cf. Fig. 8.13). Notons

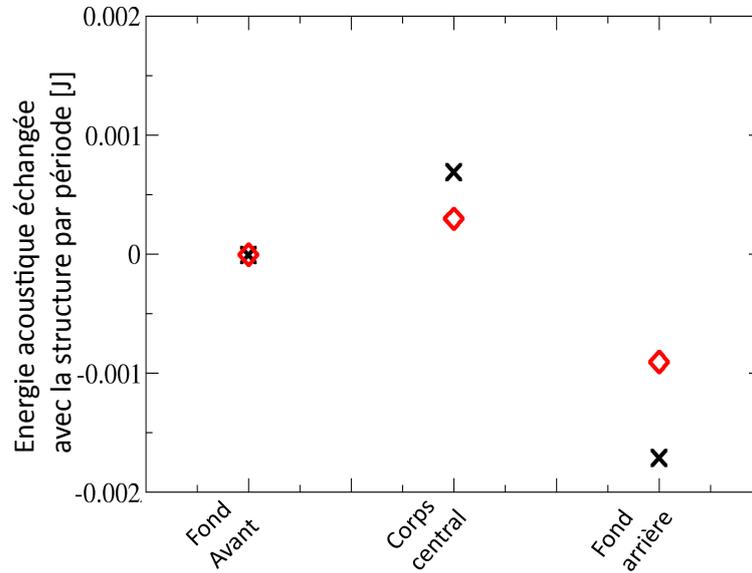


Figure 8.12 : Flux d'énergie acoustique [J] à 308 Hz à travers les différentes interfaces Fluide/Solide, pour les calculs sans (\diamond) et avec (\times) croisement de modes. Une valeur négative indique un transfert du fluide vers la structure, et une valeur positive un transfert de la structure vers le fluide.

	Sans croisement de modes	Avec croisement de modes
Energie acoustique générée dans la chambre	$1.74 \cdot 10^{-2}$ J	$6.25 \cdot 10^{-3}$ J
Energie acoustique dissipée par la structure	$-6,31 \cdot 10^{-4}$ J	$-1.03 \cdot 10^{-3}$ J
Rapport entre l'énergie dissipée et l'énergie créée	-2.9 %	-16.5 %

Table 8.2 : Bilans énergétiques des calculs couplés avec et sans croisements de modes

que cette modélisation est possible parce que la structure est encastrée au niveau de son fond-avant dans nos simulations. La prise en compte de l'attache du propulseur à un dispositif de mesure de poussée par exemple, nécessiterait de remplacer le mur de gauche (cf. Fig. 8.13) par un système ayant un degré de liberté.

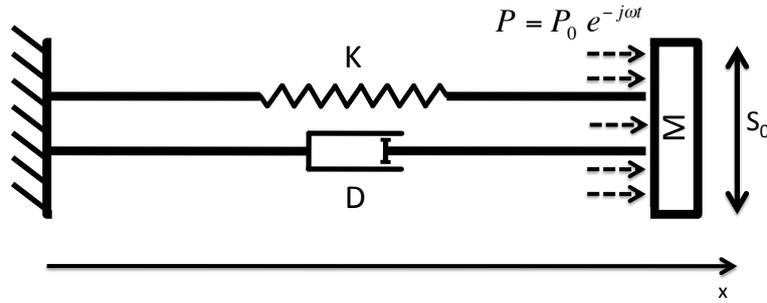


Figure 8.13 : Modélisation 1D de la structure du P230

L'équation de la dynamique pour ce système est classiquement :

$$Ma + Dv + Ku = S_0 P_0 e^{-j\omega t} \quad (8.3)$$

Après résolution on trouve que la vitesse complexe de la masse M est de la forme :

$$v = \frac{P_0 S_0}{K} \frac{-j\omega}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}} \quad (8.4)$$

avec, $\omega_0 = \sqrt{K/M}$ la pulsation propre et $Q = \omega_0 M/D$ le facteur de qualité. En notant $\Omega = \omega/\omega_0$, l'énergie dissipée par la structure pendant une période d'oscillation vaut :

$$\int_{2\pi/\omega} P_0 S_0 v dt = \frac{P_0^2 S_0^2}{2K} \sqrt{\frac{\omega^2}{(1 - \Omega^2)^2 + \frac{\Omega^2}{Q^2}}} \cos \left(- \left| \arccos \left(\frac{1 - \Omega^2}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + \frac{\Omega^2}{Q^2}}} \right) \right| - \frac{\pi}{2} \right) \quad (8.5)$$

Les deux coefficients de ce produit qui varie avec ω voient leurs modules respectifs atteindre leur maximum pour $\omega = \omega_0$, autrement dit le dispositif dissipe un maximum d'énergie à la résonance. Les coefficients K de rigidité, M de masse et D de dissipation peuvent être recalés sur le modèle réel via des analyses respectivement statique, modale et dynamique (lorsque la structure est soumise à un échelon de pression). La surface S_0 du modèle 1D est prise égale à la surface du fond-arrière du propulseur.

- Grâce à une analyse statique de la structure réelle, il est possible d'obtenir la position x_0 du fond-arrière lorsque celui-ci est soumis à une pression P_0 . La raideur K du ressort du modèle 1D est alors déterminée par l'expression suivante, qui traduit simplement le fait que le modèle 1D et la structure réelle s'allongent autant lorsque soumis à la même pression :

$$K = \frac{P_0 S_0}{x_0} \quad (8.6)$$

- La pulsation $\omega_{S,0}$ du premier mode longitudinal de la structure est obtenue par analyse modale. La masse M du modèle 1D est calculée de manière à ce que la fréquence propre de ce dernier soit identique à celle du premier mode longitudinal. Cette égalité se traduit par la relation suivante :

$$M = \frac{\omega_{S,0}^2}{K} \quad (8.7)$$

- En partant de l'état statique obtenu pour déterminer K , la pression P_0 dans le fond-arrière est mise à 0 et on effectue un calcul transitoire de la réponse au déchargement en pression de la structure l'objectif étant de déterminer la pseudo-période d'oscillation T_R du système réelle. Dans le cas du système 1D, lorsque ce dernier est déchargé brutalement, l'évolution de la position x de la masse est décrite par l'équation :

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{\omega_{S,0}}{2Q}t} \cos\left(\omega_{S,0}\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}t\right) \quad (8.8)$$

La pseudo-période d'oscillation T_{1D} du système ayant pour expression :

$$T_{1D} = \frac{2\pi}{\omega_{S,0}\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \quad (8.9)$$

Assurer que le système réel et le système 1D évoluent avec la même pseudo-période ($T_R = T_{1D}$) permet de recalculer le coefficient D :

$$D = 2M\sqrt{\frac{T_R^2 \omega_{S,0}^2 - 4\pi^2}{T_R^2}} \quad (8.10)$$

On trouve respectivement $K = 40462192 \text{ Nm}^{-1}$, $M = 10.99603 \text{ kg}$ et $D = 404 \text{ Nm}^{-1}\text{s}$. En prenant S_0 et P_0 unitaire on obtient le graphe présenté Fig. 8.14 qui traduit bien le fait que le maximum d'énergie dissipée est obtenu à la résonance.

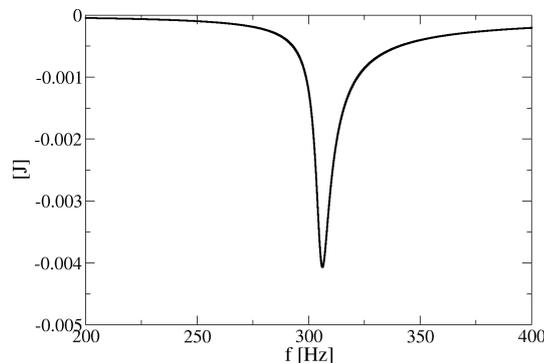


Figure 8.14 : Energie dissipée par le modèle structure 1D en fonction de la fréquence d'oscillation de la pression excitatrice P

Il est possible de prolonger ce résultat au cas d'une cavité cylindrique, remplie d'un gaz parfait au repos, de masse volumique ρ_0 et de vitesse du son C_0 . Cette cavité est fermée d'un côté par un dispositif oscillant amorti (cf Fig. 8.15). Cet ensemble peut être considéré comme une modélisation simpliste du comportement vibro-acoustique du P230.

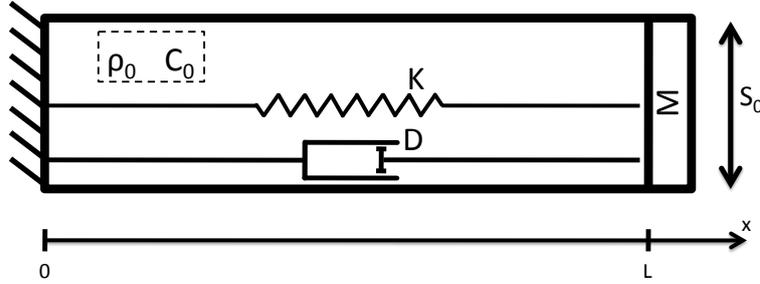


Figure 8.15 : Dispositif vibro-acoustique simplifié, représentatif du P230

La condition limite acoustique en $x = 0$ correspond à un mur fixe ($\hat{u} = 0$), soit donc une impédance $Z = \infty$. Le mur oscillant, sous l'hypothèse de vibrations de faible amplitude par rapport à la longueur L de la chambre, est modélisé par une impédance $Z = \frac{\hat{P}}{(\rho_0 C_0) \hat{u}}$. Tout calcul fait on trouve que :

$$Z(\omega) = \frac{-M\omega^2 - jD\omega + K}{-j\rho_0 C_0 S_0 \omega} \quad (8.11)$$

Les évolutions de la pression \hat{P} et de la vitesse acoustique \hat{u} dans la cavité sont décrites par les équations suivantes :

$$\hat{P} = (A^+ e^{j k x} + A^- e^{-j k x}) e^{-j \omega t} \quad (8.12)$$

$$\hat{u} = \frac{1}{\rho_0 C_0} (A^+ e^{j k x} - A^- e^{-j k x}) e^{-j \omega t} \quad (8.13)$$

avec $k = \omega/C_0$. L'utilisation de la condition limite en $x = 0$ permet d'écrire que $A^+ = A^-$. D'où :

$$\frac{\hat{P}}{\hat{u}} = \frac{\rho_0 C_0 (e^{j k x} + e^{-j k x})}{e^{j k x} - e^{-j k x}} = \frac{\rho_0 C_0}{j \tan(\frac{\omega}{C_0} L)} \quad (8.14)$$

En combinant la relation 8.14 avec l'impédance du mur oscillant en $x = L$ donnée par l'équation 8.11 on obtient la relation de dispersion 8.15 qui une fois résolue numériquement donne accès aux fréquences propres complexes (la partie réelle traduisant la fréquence d'oscillation et la partie imaginaire l'amortissement) du système.

$$\tan(\frac{\omega}{C_0} L) = \frac{-j\rho_0 C_0 S_0 \omega}{-M\omega^2 - jD\omega + K} \quad (8.15)$$

Les résultats obtenus suite à la résolution numérique de l'équation 8.15 sont représentés Figs. 8.16 et 8.17. Il apparaît que le degré de liberté introduit par le mur oscillant permet l'apparition d'un mode acoustique

8.3. Calcul couplé avec croisement de modes entre l'acoustique et la structure et des matériaux sans dissipation

dont la fréquence est assimilable à la fréquence propre de la partie structure. Au vu de sa partie imaginaire ce mode est systématiquement amorti. Au moment du croisement de modes entre l'acoustique de la chambre et la structure, le mode acoustique introduit par cette dernière et le mode acoustique longitudinal de la chambre ne sont plus différentiables (cf. Fig. 8.16). Il en découle qu'au moment de la résonance, l'amortissement de ces modes acoustique est identique (cf. Fig. 8.17). Cette situation correspond à la décroissance la plus rapide du mode acoustique longitudinal de la chambre. Ce simple modèle 1D donne finalement des résultats qualitativement cohérents avec les calculs couplés réalisés. Dans les deux cas, la situation la moins favorable aux modes acoustiques apparait quand leurs fréquences croisent celle d'un mode de la structure.

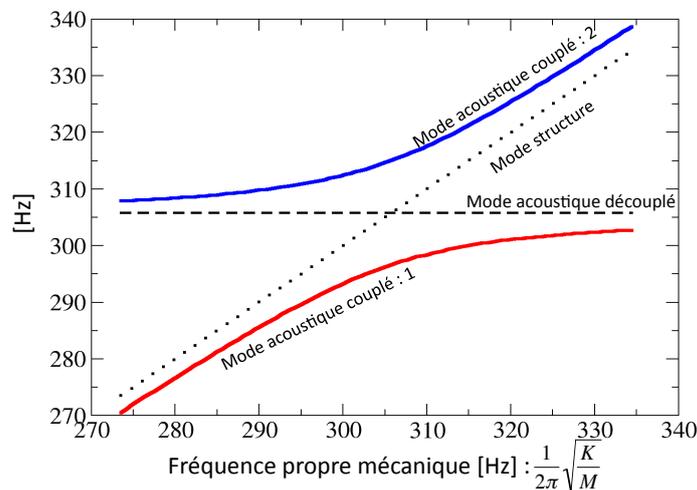


Figure 8.16 : Evolution des premiers modes acoustiques longitudinaux de la cavité en fonction de la fréquence propre du mur oscillant. Les courbes en — et ... correspondent respectivement au premier mode acoustique longitudinal de la cavité et au mode propre de la mécanique pris indépendamment.

8.3 Calcul couplé avec croisement de modes entre l'acoustique et la structure et des matériaux sans dissipation

Afin de confirmer l'interprétation du rôle de la structure sur l'amplitude des instabilités aéroacoustiques présentée dans la section précédente, une simulation supplémentaire est réalisée. L'idée est de réaliser un autre calcul avec croisement de modes, mais en diminuant fortement la viscosité des matériaux ($D = 10^{-7}K$ au lieu de $D = 10^{-5}K$).

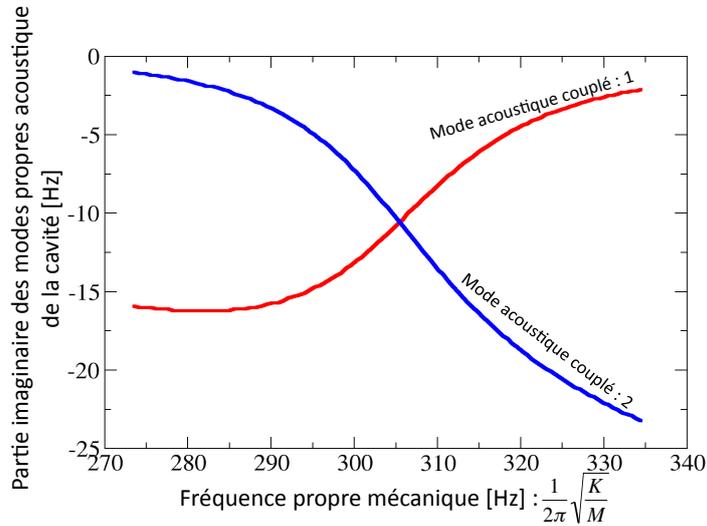


Figure 8.17 : Evolution de la partie imaginaire des modes acoustiques de la cavité en fonction de fréquence propre du mur oscillant.

8.3.1 Analyse du signal de pression en fond-avant

Le signal de pression en fond-avant ainsi obtenu ainsi que sa transformée de Fourier sont présentés respectivement Fig. 8.18 et Fig. 8.19. Les fréquences excitées correspondent toujours à celles des modes acoustiques de la chambre (cf. section 7). Les amplitudes correspondantes sont présentés Fig. 8.20. Confor-

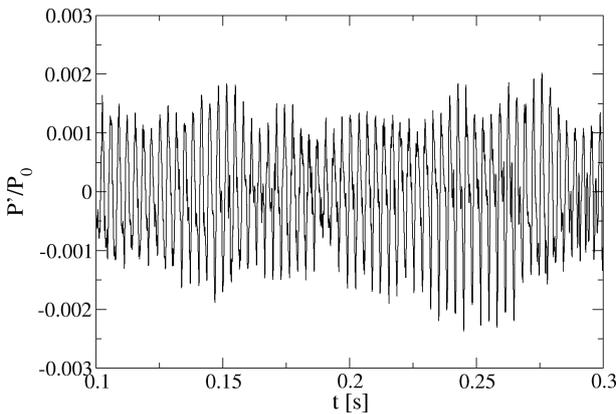


Figure 8.18 : Signal de pression en fond-avant issue du calcul couplé avec croisement de modes et matériaux très peu dissipatifs

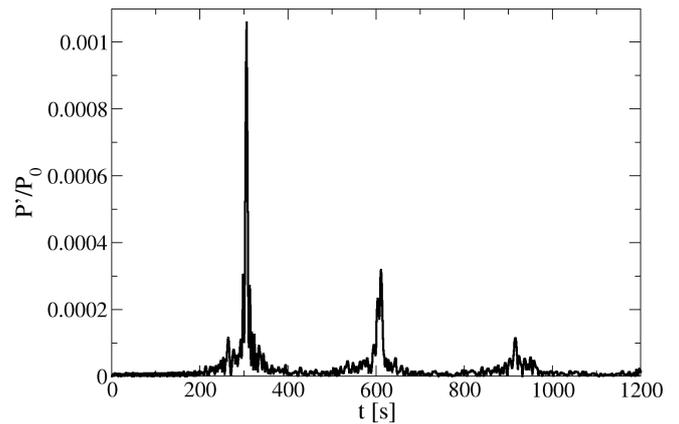


Figure 8.19 : FFT du signal de pression présentés Fig. 8.18 de 0.1 à 0.3 seconde

mément aux attentes, l'amplitude du premier mode acoustique rejoint celles obtenues dans les cas de réf-

8.3. Calcul couplé avec croisement de modes entre l'acoustique et la structure et des matériaux sans dissipation

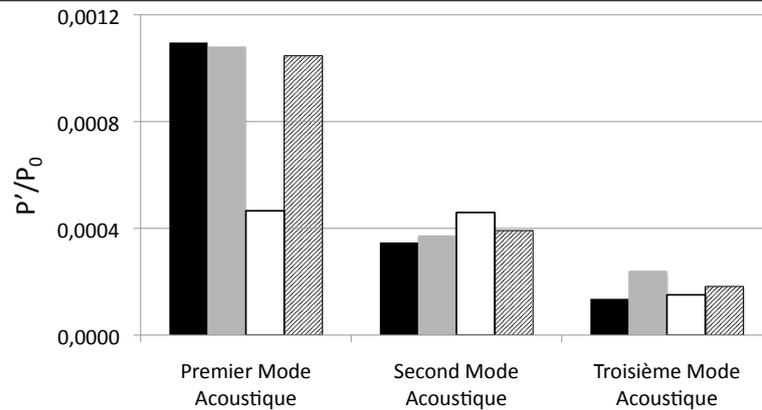


Figure 8.20 : PSD intégrée du signal de pression présenté Fig. 7.15 (noir), Fig. 8.4 (gris), Fig. 8.5 (blanc) et Fig. 8.18 (hachuré).

rence ou sans croisement de modes, ce qui confirme l'action de la dissipation des matériaux sur les niveaux d'instabilités.

8.3.2 Echanges d'énergie avec la structure

Comme précédemment (cf. section 7.6) les sources acoustiques (cf Fig. 8.21) sont extraites de l'écoulement de manière à obtenir une information quantitative sur l'énergie acoustique créée et dissipée par période d'oscillation. La fermeture des bilans est vérifiée Fig. 8.22. L'abaissement de la dissipation des

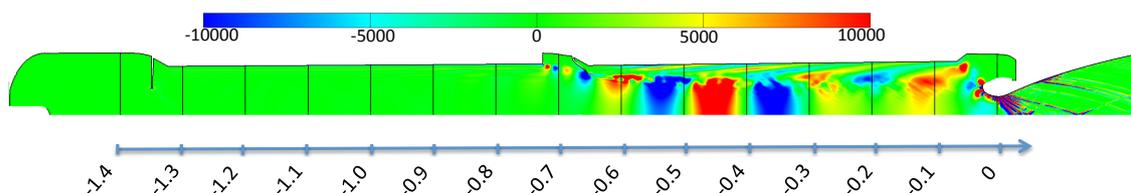


Figure 8.21 : Sources et puits d'énergie acoustique [J/m^3] à 308 Hz calculés à l'aide de l'équation 7.24, pour le calcul avec croisement de modes et matériaux très peu dissipatifs.

matériaux dans le cas avec croisement de modes ramène donc l'amplitude des oscillations de pression au niveau de référence. Dans le même temps les vibrations du fond arrière sont amplifiées (cf. Fig. 8.24). Malgré tout, l'énergie perdue dans le fond-arrière est plus faible que dans le cas où les modes se croisent et que la structure est dissipative (cf. Fig. 8.23) . D'un point de vue quantitatif il apparaît que le rapport entre l'énergie dissipée par la structure et l'énergie acoustique produite dans l'écoulement est bien redescendu (2.9 % à présent contre 16.5 % auparavant). Il rejoint ainsi le niveau du cas sans croisement de modes, confirmant par là même la nature de filtre coupe-bande de la structure.

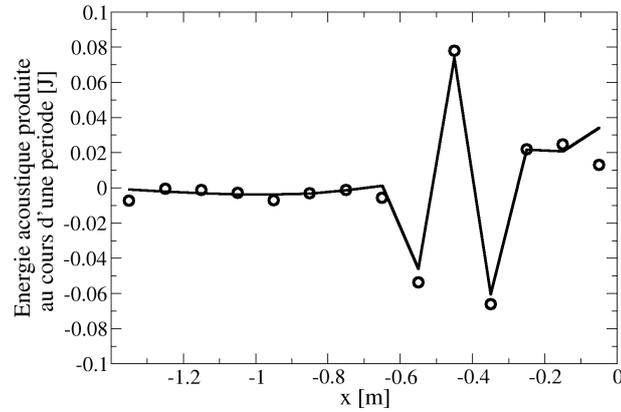


Figure 8.22 : Sources et puits d'énergie acoustique [J] à 308 Hz calculés à l'aide de l'équation 7.24, pour le calcul avec croisement de modes et matériaux peu dissipatifs

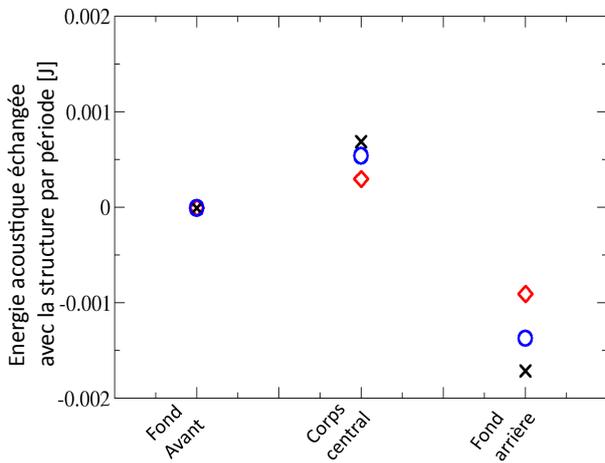


Figure 8.23 : Energie acoustique échangée à 308 Hz, pour les calculs sans (\diamond) et avec (\times) croisement de modes, et avec croisement de modes et matériaux peu dissipatifs (\circ)

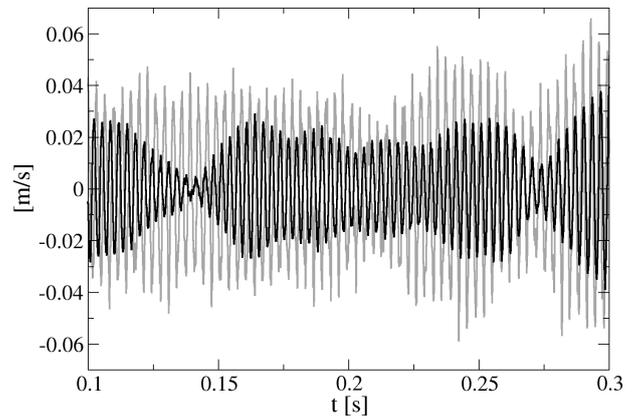


Figure 8.24 : Vitesse de déplacement du fond-arrière, pour les cas avec croisement modes quand $D = 10^{-5} K$ (noir) et $D = 10^{-7} K$ (gris)

	Sans croisement de modes	Avec croisement de modes	Avec croisement de modes et matériaux peu dissipatifs
Energie acoustique générée dans la chambre	$1.74 \cdot 10^{-2} \text{ J}$	$6.25 \cdot 10^{-3} \text{ J}$	$2.68 \cdot 10^{-2} \text{ J}$
Energie acoustique dissipée par la structure	$-6,31 \cdot 10^{-4} \text{ J}$	$-1.03 \cdot 10^{-3} \text{ J}$	$-7.81 \cdot 10^{-4} \text{ J}$
Rapport entre l'énergie dissipée et l'énergie créée	-2.9 %	-16.5 %	-2.9 %

Table 8.3 : Bilans énergétiques des calculs couplés

8.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de mettre en évidence l'impact possible des vibrations de la structure sur les instabilités aéroacoustiques qui prennent place dans la chambre de combustion. Ce sujet a fait l'objet d'une publication dans l'European Journal of Computational Mechanics (cf. Annexe C). Il ressort des résultats obtenus que la connaissance de la véritable rhéologie des matériaux est un paramètre important lors de calculs vibro-acoustiques. Cette rhéologie est malheureusement peu connue dans le cas de matériaux tels que ceux composant les protections thermiques. Il est important de noter d'autre part que dans l'ensemble des simulations il a été considéré que le propulseur était encastré au niveau du fond-avant. La prise en compte d'une attache réaliste au niveau de la jupe avant (balance dans le cas d'un tir au banc ou liaison DIAS à la fusée) est susceptible de modifier grandement la réponse modale de la structure du propulseur, et par la même la localisation et l'intensité des échanges entre les deux domaines fluide et solide. Suivant cette idée, il est intéressant de noter que les exploitations de tir du moteur Titan IV ont montré que les niveaux d'oscillations de pression étaient plus importantes en vol que lors de tir au banc, et que cette augmentation était corrélée avec la mesure de plus grandes accélérations du moteur [32].

Section 9

Calcul couplé Protection Thermique de Face (PTF) / Ecoulement

Comme décrit en introduction, la deuxième interaction entre la structure et l'écoulement supposée pouvoir influencer les niveaux d'instabilités est le battement de la protection thermique entre les deuxième et troisième segments de propergol. Les techniques de déformations de maillage décrites dans le chapitre 4 ont permis de réaliser ce calcul sans recourir à une étape de remaillage / interpolation. L'impact sur l'écoulement et les oscillations de pression qui en découlent sont présentés dans ce chapitre.

9.1 Particularité des calculs couplés Protection Thermique de Face (PTF) / Ecoulement

9.1.1 Rhéologie hyper-visco-élastique de la protection thermique de face

Dans le cadre de l'étude de l'influence des battements de la protection thermique entre les segments S2 et S3 sur l'écoulement il a été décidé d'employer la rhéologie la plus réaliste possible. Contrairement aux matériaux classiques, la réponse du matériau aux différentes sollicitations dépend de la fréquence de ces dernières et de leur historique. Une représentation simple du comportement de ce genre de matériau dans le cadre d'une traction uniaxiale est donnée par le modèle de Maxwell généralisé, ou modèle de Wiechert [44], représenté Fig. 9.1. Sur cette représentation L_0 correspond à la longueur au repos du dispositif.

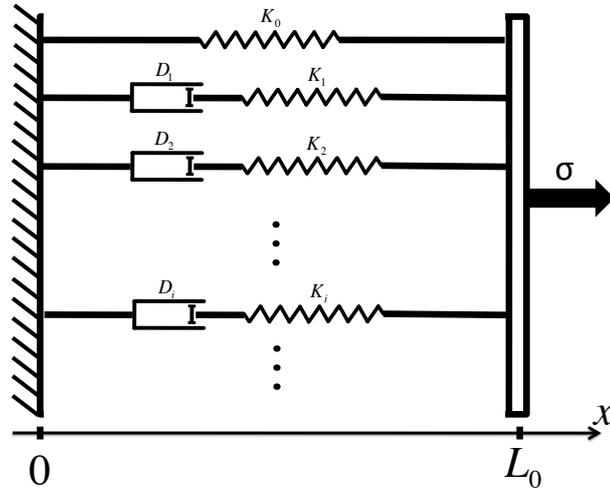


Figure 9.1 : Modèle de Maxwell généralisé

Le contrainte totale σ mesurée est la somme des contraintes locales dues à chaque branche du modèle :

$$\sigma = \sigma_0 + \sum_i \sigma_i \quad (9.1)$$

Dans l'espace de Laplace les σ_i sont de la forme :

$$\bar{\sigma}_i = \frac{K_i p \bar{\epsilon}}{p + \frac{1}{D_i}} \quad (9.2)$$

avec

$$\bar{\sigma}_i = \int_0^{+\infty} e^{-pt} \sigma_i(t) dt \quad \bar{\epsilon} = \int_0^{+\infty} e^{-pt} \frac{x(t) - L_0}{L_0} dt$$

D'où il vient :

$$\bar{\sigma} = \left(K_0 + \sum_i \frac{K_i p}{p + \frac{1}{D_i}} \right) \bar{\epsilon} \quad (9.3)$$

Dans le cas d'un échelon de déformation (ie. $\epsilon(t) = \epsilon_0$ soit $\bar{\epsilon}(p) = \epsilon_0/p$ il sort que :

$$\bar{\sigma} = \left(\frac{K_0}{p} + \sum_i \frac{K_i}{p + \frac{1}{D_i}} \right) \epsilon_0 \quad (9.4)$$

Soit en repassant dans le domaine temporel :

$$\sigma(t) = \left(K_0 + \sum_i K_i e^{\frac{-t}{D_i}} \right) \epsilon_0 \quad (9.5)$$

Cette dernière expression met bien en évidence la dépendance en temps de la rhéologie des matériaux hyper-visco-élastiques, les échelles de temps étant liées aux coefficients D_i .

Le passage en trois dimensions s'effectue suivant la même idée [13], c'est à dire en décomposant l'énergie spécifique libre Ψ vue dans le chapitre 5 en une composante élastique instantanée Ψ_0 et des composantes inélastiques, associées aux branches avec amortisseur dans le modèle de Wiechert et dépendant du temps Ψ_i .

$$\Psi = \Psi_0 + \sum_i \Psi_i \quad (9.6)$$

La somme des Ψ_i est en pratique évaluée expérimentalement puis retraduite dans les modèles utilisés à l'aide de séries de Prony [114]. La configuration considérée dans nos applications étant à l'échelle $1/15^{eme}$, l'ensemble des temps caractéristiques du matériau composant la PTF a été réduit d'un facteur 15. Ceci a pour but de conserver le rapport t/D_i et donc la dynamique de la protection thermique sur notre configuration à échelle réduite.

9.1.2 Conditions initiales et Maillage

Comme pour la recherche de la position d'équilibre de la PTF, une première position déformée de cette dernière est obtenue en utilisant un champ de pression constant. Afin de reproduire l'ordre de grandeur des contraintes existantes dans la protection thermique à la 86^{eme} secondes sur la configuration échelle 1, la pré-déformation est effectuée sur une période de $86/15$ (5,73) secondes (cf Fig 9.2). De cette façon

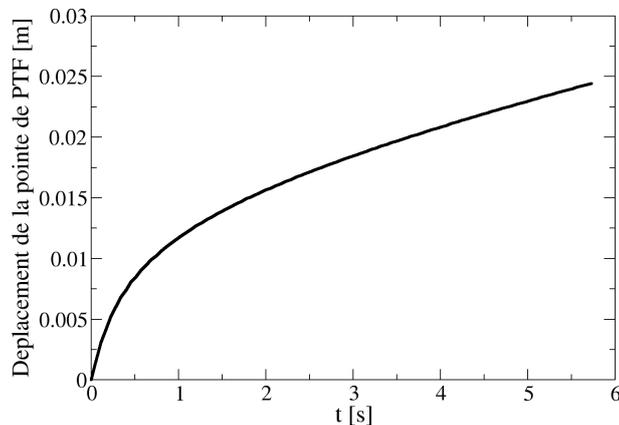


Figure 9.2 : Déplacement de la pointe de la PTF lors de la phase de pré-déformation

l'évolution des contraintes inélastiques est équivalente entre les deux échelles, puisque comme précisé dans la section précédente, les temps caractéristiques du matériau ont été remis à l'échelle (conservation du rapport t/D_i). Coté écoulement, le champ initial utilisé correspond au champ moyen obtenu lorsque l'on considère la protection thermique pré-déformée, c'est à dire telle qu'obtenue après 5,73 secondes,

comme rigide. Le maillage utilisé pour le domaine fluide suit les mêmes critères topologique que ceux présentés dans la section 7 pour le calcul de référence.

9.2 Battements de la Protection thermique

L'évolution des battements de la PTF dans l'écoulement peut être suivi en extrayant le déplacement de la pointe de cette dernière. Le résultat obtenu est présenté Fig. 9.3. Il apparaît qu'après un très rapide

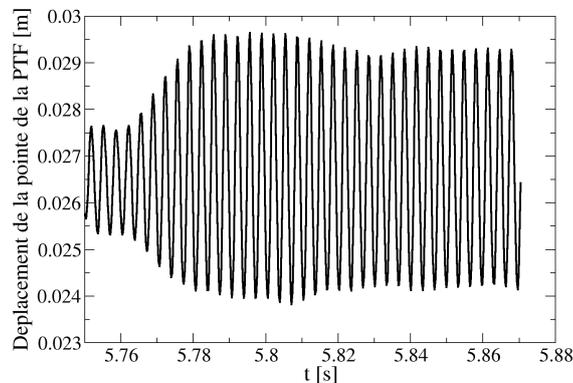


Figure 9.3 : Déplacement de la pointe de la PTF au cours du temps

transitoire (0.15 secondes), les déplacements de la pointe, comme l'ensemble des déformations de la PTF, deviennent périodiques et oscillent à une fréquence de 303 Hz. Les déformations à chaque quart de période sont représentés Fig. 9.4. L'amplitude du déplacement de la pointe est de l'ordre de 5 mm, ce qui remis à l'échelle 1 serait de l'ordre de 7.5 cm, ce qui est supérieur d'un facteur 2 aux amplitudes constatées par Della-Pietta et al. [27], qui utilisaient alors une autre approche, basée sur la réponse modale de la structure, pour la résolution du mouvement de la PTF.

Les battements s'articulent autour de deux points d'inflexion situés à la base et au milieu de la protection thermique (respectivement zone 1 et 2 Fig. 9.4), rappelant ainsi la forme du deuxième mode propre de la PTF (cf Fig. 9.6). Néanmoins la fréquence de battement obtenue (303 Hz) ne correspond à aucun des trois modes propres de la structure (cf. Figs. 9.5 , 9.6 et 9.7), ce qui implique que ces oscillations sont pilotées par le fluide. Le fait que les déformations de la PTF soient gouvernées par l'écoulement et que, comme cela est montré dans la partie 9.3 suivante, celui-ci se trouve grandement modifié par rapport au calcul de référence, indique qu'il s'agit bien ici d'un couplage fort entre le fluide et la structure, dans le sens où chacun des deux sous-système influence largement l'évolution de l'autre .

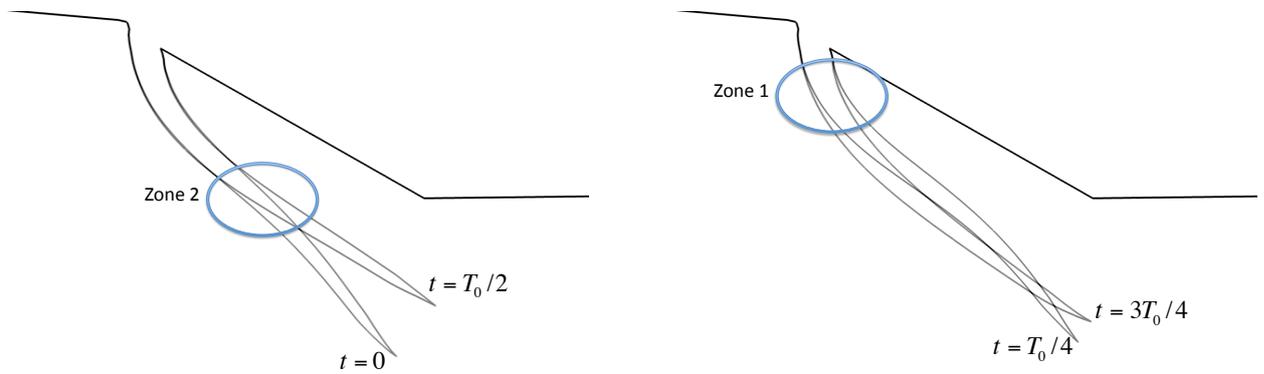


Figure 9.4 : Déformée de la PTF au cours d'une période T_0 de battement, aux dates $t = 0$, $t = T_0/4$, $t = T_0/2$ et $t = 3T_0/4$

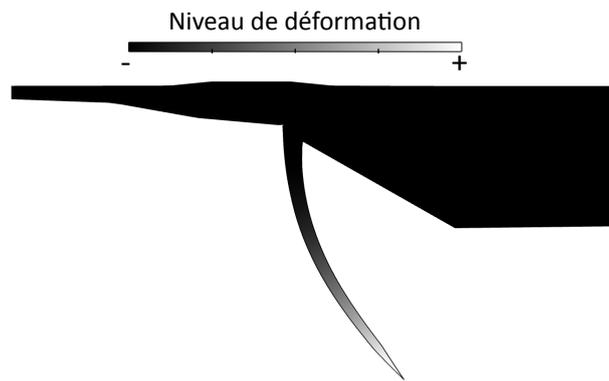


Figure 9.5 : Premier mode propre de la PTF à 45 Hz

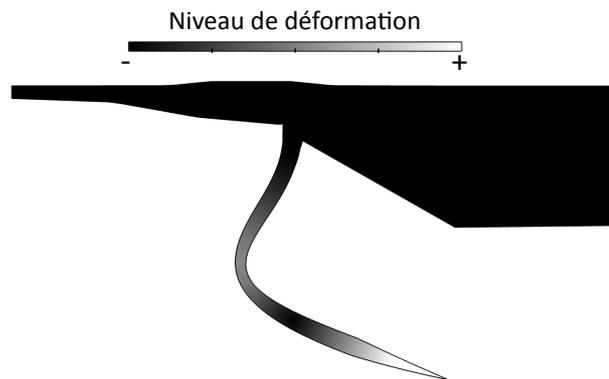


Figure 9.6 : Deuxième mode propre de la PTF à 181 Hz

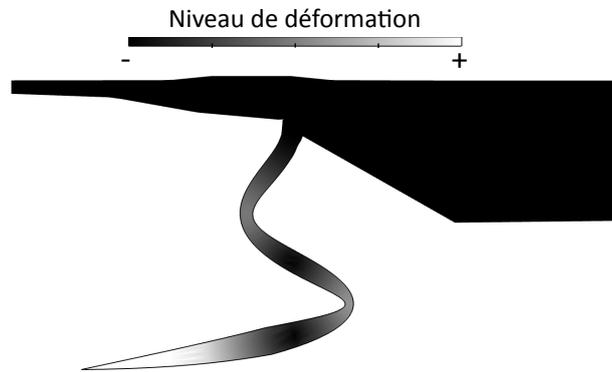


Figure 9.7 : Troisième mode propre de la PTF à 426 Hz

9.3 Impact sur l'écoulement et les oscillations de pression

Comme pour le calcul de référence, l'évolution de la vorticité et la convection d'un tourbillon issu du VSO sont présentées Fig. 9.3 sur une période de 10^{-2} seconde, mettant ainsi en évidence le fait que le temps de convection n'a pas, ou peu, évolué. Il apparaît néanmoins que plusieurs aspects de l'écoulement sont fortement modifiés (cf. Fig. 9.3 et 7.22 pour le cas où la PTF est fixe).

- 1 : Sous l'influence des battements de la PTF, la coalescence des tourbillons issus du VSO se produit plus en amont et de façon systématique contrairement au cas où la PTF est fixe.
- 2 : Le tourbillon ainsi créé est lâché plus près du propergol que dans le cas sans couplage. Il en résulte une interaction plus intense et plus aval entre le VSO et le VSP. La formation d'un tourbillon contrarotatif est observée au moment de l'interaction.
- 3 : La convection de ce tourbillon contrarotatif le long du propergol perturbe fortement la couche de cisaillement à la surface de ce dernier, donnant ainsi naissance à une agglomération de structures tourbillonnaires convectées par l'écoulement à la même vitesse que le VSO.

Il en résulte au final un écoulement bien plus organisé et périodique que lorsque la PTF est rigide. Cette organisation se retrouve au niveau du signal de pression en fond avant, ce dernier paraissant à présent plus régulier (cf Fig.9.9). Les amplitudes des modes acoustiques apparaissent fortement amplifiées, d'un facteur 2 pour le premier mode acoustique à un facteur 3 pour le deuxième. Ces observations sur la régularité du signal et l'amplification des modes sont cohérentes avec les résultats obtenus par Delappieta, Godfroy et Guery ainsi que Ballereau et al. [27, 9]

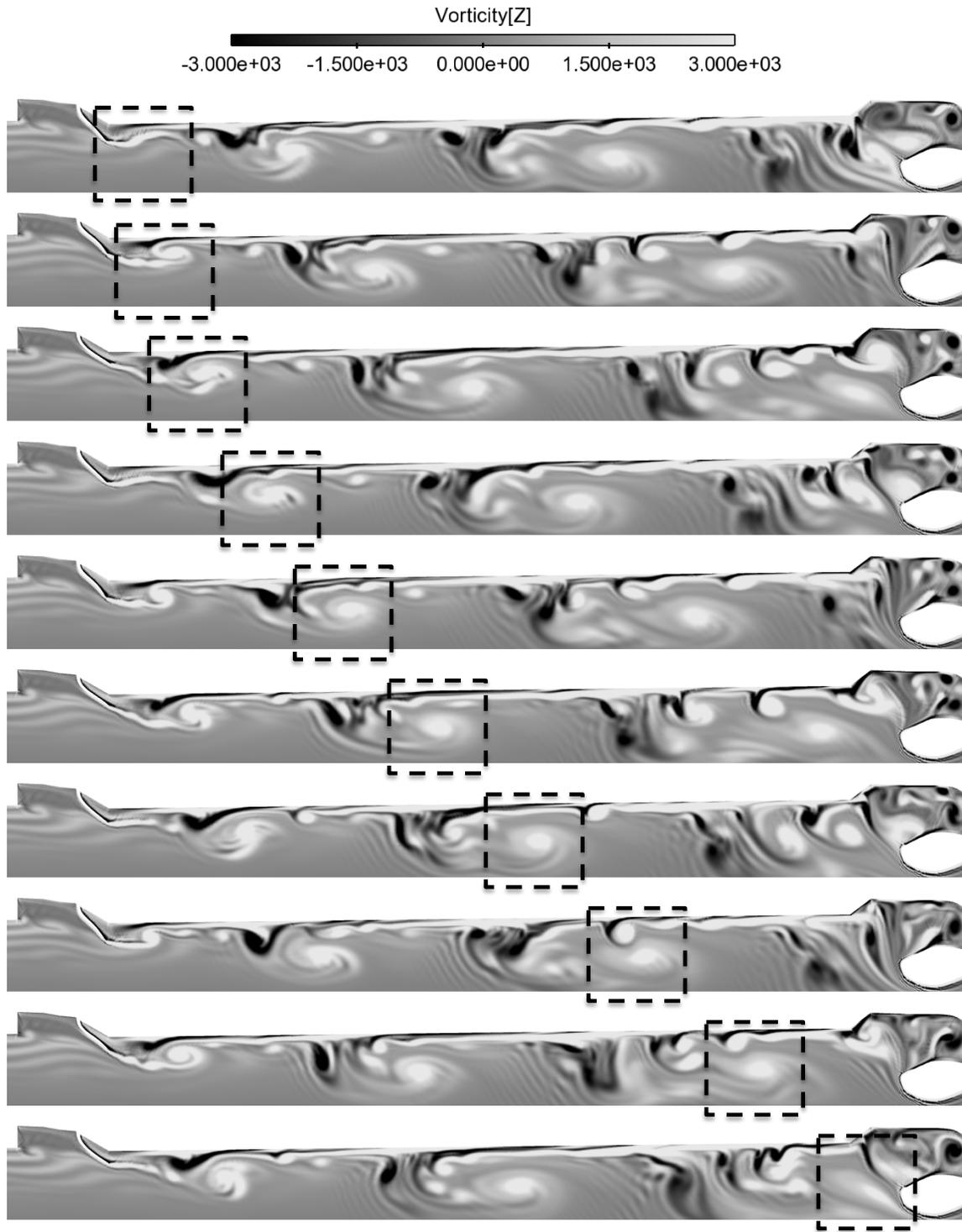


Figure 9.8 : Champs de vorticité espacés en temps de 10^{-3} secondes

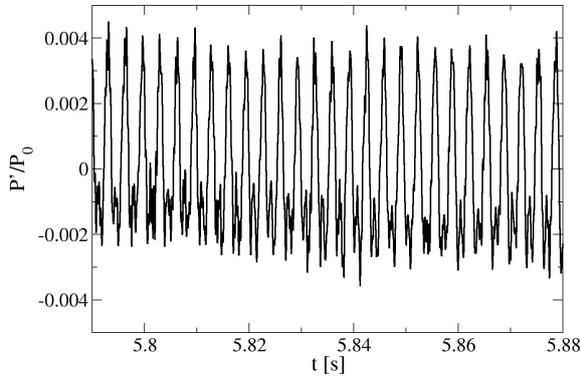


Figure 9.9 : Pression mesurée en fond avant lors du calcul avec PTF mobile

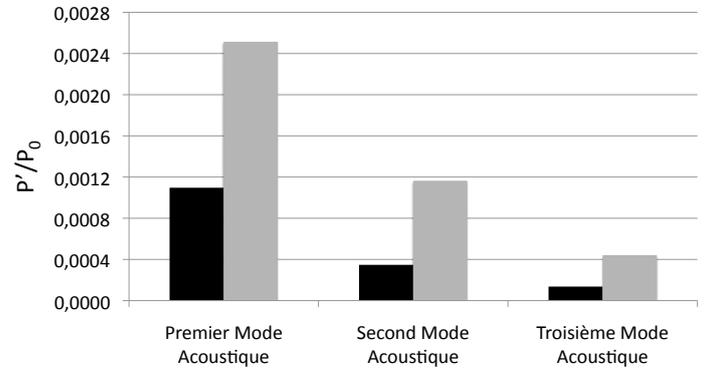


Figure 9.10 : PSD intégrée du signal de pression obtenue sans couplage, présentée Fig. 7.15 (noir), et avec PTF mobile, Fig. 8.4 (gris)

9.4 Conclusion

Il apparait au vu de ces résultats que la prise en compte des parties mobiles dans l'aérodynamique interne des moteurs à propergol solide peut être de première importance. La modification de l'écoulement et l'impact sur le niveau d'instabilités sont du même ordre que ceux présentés dans le cas où l'aspect diphasique de l'écoulement et la combustion instationnaire de l'aluminium sont pris en compte [38, 119]. Toutefois, les résultats présentés ici ont été obtenus en considérant que seule la protection thermique était mobile. L'influence du mouvement de la base de la PTF, due aux vibrations ou aux déplacements de la structure globale, reste à étudier

Conclusion et perspectives

Apports de ce travail

Ces trois années de thèse ont permis un certain nombre de réalisations.

Réalisation informatique et numérique d'abord, la première partie des travaux menés consistant à mettre au point une chaîne numérique apte à simuler des phénomènes d'interactions fluide-structure. Cet objectif a été réalisé en combinant un code de recherche pour la mécanique des fluides (AVBP) avec un code commercial pour la mécanique des structures (MARC) à l'aide du coupleur OpenPalm. Une attention particulière a été portée à l'algorithme de couplage et à la conservation de l'énergie entre le fluide et le solide qui lui est intrinsèquement liée [84]. Le comportement physique et numérique de la chaîne de calcul ainsi développée a fait l'objet de validations sur des configurations académiques dont il est possible de dériver une solution analytique [92]. Les développements poussés menés au sein du code de mécanique des fluides en terme de déformation de maillage ont permis la réalisation de calculs couplés comportant de grandes déformations de la structure.

L'outil ainsi créé a été appliqué avec succès lors de deux études distinctes sur une configuration du P230 d'Ariane 5 à l'échelle 1/15^e. La géométrie interne utilisée correspond à 86 secondes de combustion du propergol, date à laquelle la deuxième bouffée d'oscillations de pression se manifeste.

- La première étude porte sur les interactions entre la structure du P230 et l'acoustique dans la chambre de combustion. Il a été mis en évidence que la structure agissait comme un filtre coupe bande lorsqu'elle était considérée comme encastrée au niveau du fond avant. Ce résultat trouve une explication au travers de considérations énergétiques élémentaires sur un modèle représentatif de la structure du P230 en 1D. L'utilisation d'une technique récente d'analyse des champs produits par la simulation numérique (la Décomposition Dynamique de Modes [98]) combinée avec la théorie aéroacoustique de Lighthill [71] a permis d'obtenir des informations quantitatives sur le bruit généré par l'écoulement et la part d'énergie dissipée par la structure. Les résultats ainsi obtenus rejoignent le comportement prédit par le modèle 1D, validant ainsi le scénario explicatif présenté.
- La seconde étude met l'accent sur l'impact que peuvent avoir les battements des protections ther-

mique sur l'écoulement. Il apparaît au travers de la simulation réalisée qu'accorder ce degré de liberté au système entraîne une plus grande organisation des structures tourbillonnaires et une périodisation des instabilités hydrodynamiques. Au niveau de l'acoustique, cela se traduit par une nette augmentation des oscillations de pression, et ce pour les trois premiers modes acoustique. Ces résultats sont cohérents avec ceux obtenus par d'autres équipes par le passé [27].

Ce qu'il reste à faire

Un certain nombre d'objets d'études demeurent.

Du point de vue du système complet d'abord. Les vibrations de la structure et les battements de la protection thermique entre les segments S2 et S3 ont été étudiés séparément. Or il est possible que ces deux phénomènes s'influencent mutuellement. D'une part, il est possible que les vibrations de la structure, en entraînant un déplacement du pied de la protection thermique, alimentent ou amortissent les battements de cette dernière. D'autre part, il est raisonnable d'imaginer que puisque les battements de la PTF accroissent les OdP, les vibrations de la structure devraient être renforcées.

Dans la continuité de ce qui vient d'être dit, une modélisation réaliste de l'environnement est certainement un point clé de ce genre de simulation. La liaison réelle du P230 au banc de tir n'est bien entendu pas un encastrement. La prise en compte de la réponse de la balance de mesure du banc est susceptible de modifier fortement la réponse de la structure, entre autre en lui conférant la possibilité d'acquies un déplacement de corps rigide.

L'ensemble des simulations réalisées au cours de cette thèse sont axisymétriques, favorisant ainsi la cohérence des structures tourbillonnaires. La réalisation de calculs tridimensionnels, avec une approche LES pour traiter la turbulence se développant dans la chambre de combustion, permettrait d'avoir une description plus réaliste de l'écoulement et d'accéder à un comportement plus riche de la structure (modes de flexions propulseurs, déformations tridimensionnelles des protections thermique de face, etc.). La chaîne de couplage développée est d'ores et déjà en mesure de traiter de configurations en trois dimensions. Le principal frein à ces simulations complètes est le coup de calcul associé. Un maillage tétraédrique de bonne résolution nécessitant près de 200 millions d'éléments, ce genre de calcul n'est aujourd'hui accessible que sur de très gros calculateurs.

Enfin, l'ensemble de l'étude a été mené sur une configuration représentative de la deuxième bouffée d'OdP. Les interactions fluides structures sont supposées jouer un rôle très important sur la troisième bouffée qui se produit autour de 110 secondes, lorsque les PTF sont entièrement découvertes et plus mobiles dans l'écoulement. Côté vibrations, l'allégement de la structure peut participer à lui donner une réponse plus intense aux chargements non uniformes en pression des modes acoustiques. Encore une fois, la chaîne développée permet de traiter ces points de fonctionnement au moins en théorie.

Annexes

Annexe A

Analyse des champs obtenus par la simulation numérique

A.1 Décomposition Dynamique de Modes (DMD)

Les écoulements obtenus par simulation dans les moteurs à propergol solide présentent des mécanismes complexes coexistant et évoluant à des fréquences différentes les unes des autres. Le cas des trois mécanismes de lâcher tourbillonnaires (VSO, VSA, VSP) présentés en introduction en est une bonne illustration. De fait, l'étude directe des champs obtenus par simulation numérique, et dont un exemple est visible Fig. 7.22 s'avère très difficile. Dans la mesure où les instabilités aéro-acoustique s'installent lorsque la fréquence d'un mode acoustique de la chambre devient proche de celle d'une instabilité tourbillonnaire, une idée raisonnable consiste à réaliser une décomposition fréquentielle de l'écoulement. A cet effet, il a été choisi de recourir à Décomposition Dynamiques de Modes (DMD) [98, 99]. Cette dernière permet d'extraire les modes significatifs de la dynamique d'un écoulement, fréquence par fréquence, en s'appuyant directement sur les résultats d'une simulation ou sur des résultats expérimentaux.

A.1.1 Aspect théorique

L'objectif est donc d'extraire les modes hydrodynamiques qui présentent une certaine périodicité temporelle, soit de la forme :

$$f(t, \underline{X}) = \exp(\omega t)q(\underline{X}), \quad (\text{A.1})$$

où f est la quantité physique à analyser et q est la composante spatiale du mode. La dynamique temporelle associée est caractérisée par ω dont la partie imaginaire donne la fréquence temporelle du mode et la partie

réelle son amplification.

Afin d'extraire ces modes de nos simulations, on introduit un opérateur linéaire A tel qu'entre deux instants proches t et $t + \Delta t$:

$$f(t + \Delta t) = Af(t) \quad (\text{A.2})$$

Dans le cas d'une simulation numérique, f est vecteur de taille n le nombre de noeuds. La diagonalisation de cette opérateur A permet de construire les modes dynamiques. En considérant Φ_i les vecteurs propres et μ_i les valeurs propres de A , le vecteur $f(t)$ peut se décomposer sous la forme :

$$f(t) = \sum_i c_i \Phi_i, \quad (\text{A.3})$$

où $c_i \in \mathbb{R}^n$. Il vient alors

$$f(t + k\Delta t) = A^k f(t) = \sum_i c_i \mu_i^k \Phi_i. \quad (\text{A.4})$$

En posant $\lambda_i = \ln(\mu_i)/\Delta t$ on a donc :

$$f(t + k\Delta t) = \sum_i c_i \exp(k\Delta t \lambda_i) \Phi_i, \quad (\text{A.5})$$

de sorte que Φ_i est un mode spatial dont la pulsation et l'amplification sont respectivement $Im(\lambda_i)$ et $Re(\lambda_i)$. Tout le challenge repose donc sur la construction de cet opérateur A . Pour ce faire, on suppose que l'on dispose d'un nombre N_{snap} de champs instantanés $\{V_1, V_2, \dots, V_{N_{snap}}\}$ uniformément espacés de Δt en temps. Deux matrices, $V_1^{N_{snap}-1}$ et $V_2^{N_{snap}-1}$ sont construites à partir de cet ensemble de champs :

$$V_1^{N_{snap}-1} = \{V_1, V_2, \dots, V_{N_{snap}-1}\}, \quad (\text{A.6})$$

$$V_2^{N_{snap}} = \{V_2, V_2, \dots, V_{N_{snap}}\}. \quad (\text{A.7})$$

Par construction de A ces deux matrices sont reliées par l'équation :

$$AV_1^{N_{snap}-1} = V_2^{N_{snap}} \quad (\text{A.8})$$

L'hypothèse qui est faite, est alors que pour N_{snap} assez grand, les différents vecteurs deviennent linéairement dépendants, de sorte que :

$$V_{N_{snap}} = \sum_{i < N_{snap}} \alpha_i V_i + \mathbf{e}, \quad (\text{A.9})$$

où \mathbf{e} est une erreur qui tend vers 0 quand N_{snap} devient grand. En introduisant la matrice compagnon S de la forme

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \alpha_1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & \alpha_2 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \alpha_3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \alpha_{N_{snap}-1} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

on parvient à la relation suivante :

$$AV_1^{N_{snap}-1} = V_2^{N_{snap}} = V_1^{N_{snap}-1}S \quad (\text{A.11})$$

Les matrices A et S étant similaires, les vecteurs propres et les valeurs propres de S sont proches des vecteurs propres et valeur propres de A . L'avantage de S est d'être de taille $(N_{snap} - 1) \times (N_{snap} - 1)$, alors que A est de taille $(n \times n)$. S peut être considéré comme une projection de A sur la base que constitue les $N - 1$ premiers snapshots. Formellement, on peut donc exprimer S comme

$$S = \left(V_1^{N_{snap}-1} \right)^{-1} V_2^{N_{snap}} \quad (\text{A.12})$$

$V_1^{N_{snap}-1}$, de taille $(n \times (N_{snap} - 1))$ n'est pas à proprement parler inversible. Pour rendre la méthode de construction de S robuste, on utilise un pseudo-inverse de Moore-Penrose en suivant les opérations suivantes :

- 1 : décomposition aux valeurs singulières de $V_1^{N_{snap}-1}$:

$$V_1^{N_{snap}-1} = U\Sigma W^* \quad (\text{A.13})$$

- 2 : inverse de Moore-Penrose :

$$\left(V_1^{N_{snap}-1} \right)^{-1} = W\Sigma^{-1}U^* \quad (\text{A.14})$$

- 3 : au final on obtient pour S :

$$S = W\Sigma^{-1}U^*V_2^{N_{snap}} \quad (\text{A.15})$$

L'étape suivante est de diagonaliser S , il vient alors :

$$Ss_i = \mu_i s_i \quad (\text{A.16})$$

avec s_i et μ_i respectivement les vecteurs propres et les valeurs propres de S . On en déduit par changement de base les vecteur propres Φ_i de A et la pulsation complexe ω_i des modes DMD :

$$\Phi_i = V_1^{N_{snap}-1} s_i \quad (\text{A.17})$$

et

$$w_i = \ln(\mu_i)/\Delta t \quad (\text{A.18})$$

A.1.2 Lien avec l'écoulement

Une fois les modes DMD extrait il est possible de reconstruire l'écoulement à partir de la base modale ainsi obtenue. D'après l'équation A.11 on a :

$$V_2^{N_{snap}} = V_1^{N_{snap}-1} S \quad (\text{A.19})$$

Soit en notant $S = PDP^{-1}$ la diagonalisation de S avec $P = [s_1, s_2, \dots, s_{N_{snap}-1}]$ et $D = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{N_{snap}-1}]$:

$$V_2^{N_{snap}} = V_2^{N_{snap}} PDP^{-1} \quad (\text{A.20})$$

L'utilisation de l'eq. A.17 permet alors d'écrire :

$$V_2^{N_{snap}} = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_{N_{snap}-1}] \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \mu_3 & \dots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \mu_{N_{snap}-1} \end{pmatrix} P^{-1} \quad (\text{A.21})$$

Il vient que :

$$V_2^{N_{snap}} = [\mu_1 \Phi_1, \mu_2 \Phi_2, \dots, \mu_{N_{snap}-1} \Phi_{N_{snap}-1}] P^{-1} = A[\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_{N_{snap}-1}] P^{-1} \quad (\text{A.22})$$

d'où :

$$V_1^{N_{snap}} = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_{N_{snap}-1}] P^{-1} \quad (\text{A.23})$$

Soit en notant α_{ij} les coefficients de P^{-1} on obtient l'expression de l'évolution de temporelle de l'écoulement sur la base modale :

$$V_k = \sum_{j < N_{snap}} \mu_j^{k-1} \alpha_{j1} \Phi_j \quad (\text{A.24})$$

A.2 Extraction des sources acoustiques de l'écoulement

Parmi les mécanismes en mesure d'agir en tant que sources acoustiques dans un écoulement, deux en particulier sont reconnus comme de première importance dans le cadre de la problématique des oscillations de pression dans les moteurs à propergol solide. Chacun de ces deux mécanismes a pour origine une génération régulière de tourbillons dans la chambre de combustion du propulseur. Le premier est l'impact des tourbillons sur la structure du propulseur. Le second, mit en avant dans la thèse de Jérôme Anthoine[3], est l'interaction des tourbillons avec les modes acoustiques présents dans la chambre de combustion.

La simulation numérique donnant accès à de l'information sur l'écoulement en tout point de l'espace on se propose d'évaluer les sources d'énergie pour l'acoustique dans l'écoulement indépendamment de leur nature (i.e tourbillon / acoustique ou tourbillon / structure). Pour ce faire on suit une démarche similaire à celle donnant accès à l'énergie cédée ou acquise par l'acoustique lors d'interactions avec les tourbillons ("vortex sound")[61, 94]

A.2.1 Vortex Sound

On part pour cela de la forme de Crocco des équations d'Euler pour un écoulement homentropic sans force extérieure :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla B = -(\omega \times u) \quad (\text{A.25})$$

Avec B l'enthalpie totale :

$$B = \int \frac{dp}{\rho} + \frac{u^2}{2} \quad (\text{A.26})$$

En multipliant A.25 par la masse volumique ρ et en passant le produit à la divergence on obtient :

$$\nabla \cdot \left(\rho \frac{\partial u}{\partial t} \right) + \nabla \cdot (\rho \nabla B) = -\nabla \cdot (\rho \omega \times u) \quad (\text{A.27})$$

Le développement du premier terme de gauche donne :

$$\nabla \cdot \left(\rho \frac{\partial u}{\partial t} \right) = \nabla \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot u \quad (\text{A.28})$$

En introduisant l'équation de continuité A.29 dans A.28 on obtient A.30 :

$$\nabla \cdot u = -\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \quad (\text{A.29})$$

$$\nabla \cdot \left(\rho \frac{\partial u}{\partial t} \right) = \nabla \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} - \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \right) \quad (\text{A.30})$$

En continuant le développement, il vient :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left(\rho \frac{\partial u}{\partial t} \right) &= \nabla \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} - \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) - \frac{\partial u}{\partial t} \cdot \nabla \rho - \rho u \cdot \nabla \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \\ &= -\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \\ &= -\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Or en différenciant l'équation A.26 par rapport au temps et en combinant le résultat avec l'équation de Crocco A.25 il apparait que :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{DB}{Dt} \quad (\text{A.32})$$

Au vu de ce résultat, l'équation A.31 devient :

$$\nabla \cdot \left(\rho \frac{\partial u}{\partial t} \right) = \rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{c^2} \frac{DB}{Dt} \right) \quad (\text{A.33})$$

On obtient ainsi finalement l'expression suivante pour l'eq. A.27 :

$$\left(\frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{c^2} \frac{D}{Dt} \right) - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho \nabla) \right) B = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\rho \omega \times u) \quad (\text{A.34})$$

En effectuant l'hypothèse d'écoulement à bas Mach, ce qui est raisonnable dans nos configurations tant que l'on ne rentre pas dans la tuyère (cf. Fig. 7.9), on peut écrire que la vitesse du son et la masse volumique sont constantes dans le domaine de calcul, soit respectivement $c = c_0$ et $\rho = \rho_0$. En négligeant alors les effets de propagation non linéaire et l'impact de la vorticité sur la propagation acoustique, l'équation A.34 devient simplement :

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) B = \nabla \cdot (\omega \times u) \quad (\text{A.35})$$

En approchant alors B' par p'/ρ_0 et en séparant la partie moyenne et fluctuante on obtient

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) p' = \rho_0 \nabla \cdot (\omega \times u)' \quad (\text{A.36})$$

En comparant l'eq. A.36 avec l'équation d'onde :

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) p' = -\nabla \cdot f' \quad (\text{A.37})$$

il apparait que le terme $-\rho_0(\omega \times u)$ de l'équation de Crocco est équivalent à un champ de forces extérieures agissant sur le champ acoustique. L'énergie acoustique apportée pendant une période T_0 peut donc être évaluée de la façon suivante :

$$\Delta E_{acoustique} = - \int_{T_0} \iiint_V \rho_0 (\omega \times u)' \cdot u'_{ac} dV dt \quad (\text{A.38})$$

où u_{ac} est la vitesse acoustique estimée comme la partie de la vitesse fluctuante qui dérive d'un potentiel ϕ' : $u'_{ac} = \nabla \phi'$.

A.2.2 Généralisation et lien avec le tenseur des contraintes de Lighthill

Le passage de la relation A.35 à l'expression A.36 se fait donc en assimilant p'/ρ_0   B' , négligeant ce faisant le terme :

$$\left(\frac{1}{2} u^2 \right)' = u_0 \cdot u' \quad (\text{A.39})$$

B' intervenant au travers de son gradient, on s'intéresse donc à l'ordre de grandeur de $\nabla(u_0 \cdot u')$. Si l'on considère que u' est principalement du   l'acoustique alors :

$$u' \propto \frac{p'}{\rho_0 c_0} \quad (\text{A.40})$$

d'où en notant L_{ac} la longueur caractéristique de l'acoustique :

$$\nabla(u_0 \cdot u') \propto M_0 \frac{p'}{\rho_0 L_{ac}} \quad (\text{A.41})$$

Comme le nombre de Mach est faible dans la chambre de combustion, $\nabla u_0 \cdot u' \ll \frac{\nabla p'}{\rho_0}$ et le terme $(\frac{1}{2}u^2)'$ peut donc être négligé si les fluctuations de vitesse sont principalement dues à l'acoustique. En pratique hélas, les fluctuations dues à l'instabilité tourbillonnaire $u'_{rot} = u' - u_{ac}$ sont d'une amplitude bien supérieure aux fluctuations de vitesse produite par l'acoustique, ce qui invalide l'approximation faite pour B' . En effet, l'échelle spatiale des fluctuations de la vitesse rotationnelle est :

$$L_{rot} \propto \frac{u_0}{\omega_p} \quad (\text{A.42})$$

avec u_0 la vitesse moyenne de l'écoulement et ω_p la pulsation du mode observé. L'échelle de l'acoustique, elle, est :

$$L_{ac} \propto \frac{c_0}{\omega_p} \quad (\text{A.43})$$

avec c_0 la vitesse du son. On a donc :

$$\nabla(u_0 \cdot u'_{rot}) \propto \frac{u_0 u'_{rot}}{L_{rot}} = \frac{u_0 u'_{rot}}{M_0 L_{ac}} \quad (\text{A.44})$$

Or comme $u'_{rot} > u'_{ac} \propto \frac{p'}{\rho_0 c_0}$ on a finalement que $\nabla(u_0 \cdot u'_{rot}) \gg \frac{\nabla p'}{\rho_0}$. Ce résultat montre qu'il n'est pas possible dans nos applications de négliger le terme en $(\frac{1}{2}u^2)'$ dans l'expression de B' .

En repartant de la théorie de Lighthill[71] dans le cas d'un écoulement non-visqueux, incompressible et isentropique, l'équation d'onde s'écrit pour p' :

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) p' = \frac{\partial^2 T'_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{A.45})$$

avec $T'_{ij} = \rho \frac{\partial^2 u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j}$ le tenseur de contraintes de Lighthill. En considérant que la source du bruit est $v = u_0 + u'_{rot}$, ce dernier peut se réécrire :

$$T'_{ij} = \rho \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla v \cdot v + v \nabla \cdot v)' \quad (\text{A.46})$$

Or du fait de l'incompressibilité de l'écoulement dans la chambre et du champ rotationnel on obtient finalement :

$$T'_{ij} = \rho_0 \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla v \cdot v)' = \rho_0 \left(\omega \times u + \nabla \frac{(u^2)}{2} \right)' \quad (\text{A.47})$$

D'où en réinjectant ce résultat dans l'équation A.45 :

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) p' = \rho_0 \nabla \cdot \left(\omega \times u + \nabla \frac{(u^2)}{2} \right)' \quad (\text{A.48})$$

La comparaison avec l'équation A.36 montre qu'en plus du terme $\rho_0(\omega \times v)$ apparait un terme en $-\rho_0 \frac{\nabla v^2}{2}$. L'énergie acoustique apportée pendant une période T_0 est finalement :

$$\Delta E_{acoustique} = - \int_{T_0} \iiint_V \rho_0 (\nabla u_0 \cdot u)' \cdot u_{ac} dV dt \quad (\text{A.49})$$

A.2.3 Aspects pratiques

En pratique l'énergie apportée à l'acoustique est évaluée de façon fréquentielle à l'aide de la DMD. Si la vitesse fluctuante u' est obtenue directement, extraire sa composante acoustique nécessite elle un peu plus de travail. On commence par effectuer la décomposition de Helmholtz du champ de vitesse fluctuante :

$$u' = \nabla\phi' + \nabla \times \psi' \quad (\text{A.50})$$

avec $\nabla\phi' = u'_{ac}$. En passant à la divergence on obtient :

$$\nabla \cdot u' = \nabla \cdot \nabla\phi' + \nabla \cdot \nabla \times \psi' \quad (\text{A.51})$$

or comme $\nabla \cdot \nabla \times = 0$, l'éq. A.53 devient :

$$\nabla \cdot u' = \Delta\phi' \quad (\text{A.52})$$

Du fait de la linéarité de la divergence $\nabla \cdot u' = (\nabla \cdot u)'$, et on peut donc évaluer la fluctuation de la divergence de u' à la pulsation ω_p directement à partir d'une DMD de la divergence de la vitesse. Le champ de vitesse acoustique peut ensuite être extrait à l'aide d'un solveur de Poisson résolvant l'équation :

$$(\nabla \cdot u)_{\omega_p}' = \Delta\phi_{\omega_p}' \quad (\text{A.53})$$

Une fois ϕ_{ω_p}' obtenue, la vitesse acoustique $u'_{ac\omega_p}$ correspondant au mode acoustique de pulsation ω_p est retrouvée en calculant $\nabla\phi_{\omega_p}'$.

Remarque : L'équation de Poisson A.53 à résoudre peut être assimilée à un problème de thermique. En effet dans le cas d'un matériau de densité, conductivité et capacité calorifique unitaire soumis à un chauffage volumique, l'équation de la température en stationnaire est :

$$\Delta T = P_{volumique} \quad (\text{A.54})$$

avec $P_{volumique}$ la puissance volumique avec laquelle le milieu est chauffé. Les fluctuations de vitesse acoustique sont donc en pratique extraites de nos simulations en utilisant le solveur thermique inclus dans MARC. D'un point de vue condition limite, on applique sur toutes les surfaces solides et au col de la tuyère la condition classique $u'_{ac} = 0$ soit en terme de potentiel :

$$(\nabla\phi') \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{A.55})$$

avec \vec{n} la normale sortante au domaine de calcul.

Annexe B

Aspects informatiques

En plus des problématiques scientifiques, l'aspect informatique tint une place importante dans cette thèse. La construction d'une chaîne de couplage apte à traiter des problèmes industriels nécessite de conserver l'aspect parallèle de chacun des codes au moins pendant leurs étapes respectives de calculs, à défaut de lors des échanges. Les sections qui suivent présentent la manière pratique dont les problématiques techniques ont été résolues. Bien que brève, cette annexe traduit un important travail de développement qui fut nécessaire tout au long de la thèse.

B.1 Le coupleur Open-Palm

La manière la plus élémentaire de s'assurer le couplage de deux codes consiste à transmettre l'information par lecture/écriture de fichier et d'assurer la coordination des différents softwares via un script. Si cette méthode est rapide et simple à mettre en oeuvre, elle souffre d'une trop grande rigidité et l'outil ainsi conçu est difficilement maintenable dans le temps.

Une méthode plus évoluée consiste à utiliser un coupleur chargé de gérer l'ordonnancement des tâches et le transport des communications entre les différents solveurs. L'idée de base est alors de recompiler l'ensemble des programmes avec ce dernier et de produire ainsi un exécutable où les communications inter-codes seront assurées via la bibliothèque MPI. Cette approche est proposée par un certain nombre de coupleurs, dont Open-Palm actuellement développé au CERFACS et à l'ONERA.

Si l'accès aux sources d'AVBP offre une certaine marge de manoeuvre pour le développement côté fluide, le fait que MARC soit un code commercial uniquement adaptable à des besoins spécifiques au travers de routines utilisateurs est plus contraignant. De fait, il n'est pas possible de recompiler ce dernier au sein d'un exécutable regroupant plusieurs programmes. Cet obstacle technique est contourné à l'aide de l'extension

"TCP-IP" proposée dans Open-Palm.

Le "Transmission Control Protocol / Internet Protocol" (TCP/IP) est un protocole de transfert de données basé sur le réseau IP. Il permet de transmettre un message entre deux machines (ou noeud sur un calculateur) pour peu que l'on connaisse leurs adresses respectives sur le réseau. L'idée est de substituer un programme miroir au programme non-recompilable. Ce miroir va servir d'interface entre le programme non-recompilable et le "monde" MPI contrôlé par Open-Palm. Son seul rôle consiste donc à convertir et transmettre les messages de TCP/IP à MPI et inversement. Ainsi, comme représenté Fig. B.1, lorsqu'une information devra circuler entre les deux, elle sera ainsi transmise via MPI entre Open-Palm et le miroir, et en TCP/IP entre le miroir et le programme cible.

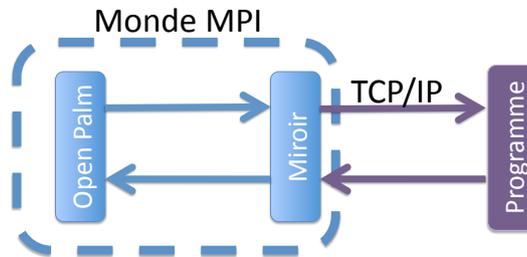


Figure B.1 : Communications réalisables grâce à l'extension TCP/IP de Open-Palm

Comme indiqué précisément l'accès au source d'AVBP permet une recompilation du code avec Open-Palm de façon à ce que les deux soient dans le même univers MPI et communiquent directement. Seul MARC requiert théoriquement la fonctionnalité TCP-IP. Cependant pour des raisons de facilité de développement et de maintenance de la chaîne de couplage, il a été choisi de suivre la stratégie TCP-IP pour les deux codes de simulations. Bien entendu, l'implémentation informatique finale prend une forme bien plus complexe que l'algorithme CSS décrit section 6.2. L'organisation temporelle des communications et des données échangées entre les solveurs fluide/solide et le coupleur/interpolateur est présentée Fig. B.2 pour l'évolution du système couplé entre T_0 et T_2 . Les notations "CSS : 1" jusqu'à "CSS : 4" correspondent à l'étape du schéma de couplage décrite section 6.2. Les cadres oranges précisent les données possédées par un solveur à un certain instant. Les lettres majuscules F et S à l'intérieur de ces derniers signifient respectivement données Fluide et Solide. L'indice associé M ou V précise s'il s'agit d'une information sur la position du Maillage ou la Valeur des données physique qui s'y trouvent. Enfin la valeur entre parenthèses indique à quel instant l'ensemble se réfère. Par exemple $F_V(1)$ correspond aux grandeurs fluides à l'instant T_1 et $S_M(0)$ désigne la position du maillage mécanique à l'instant T_0 .

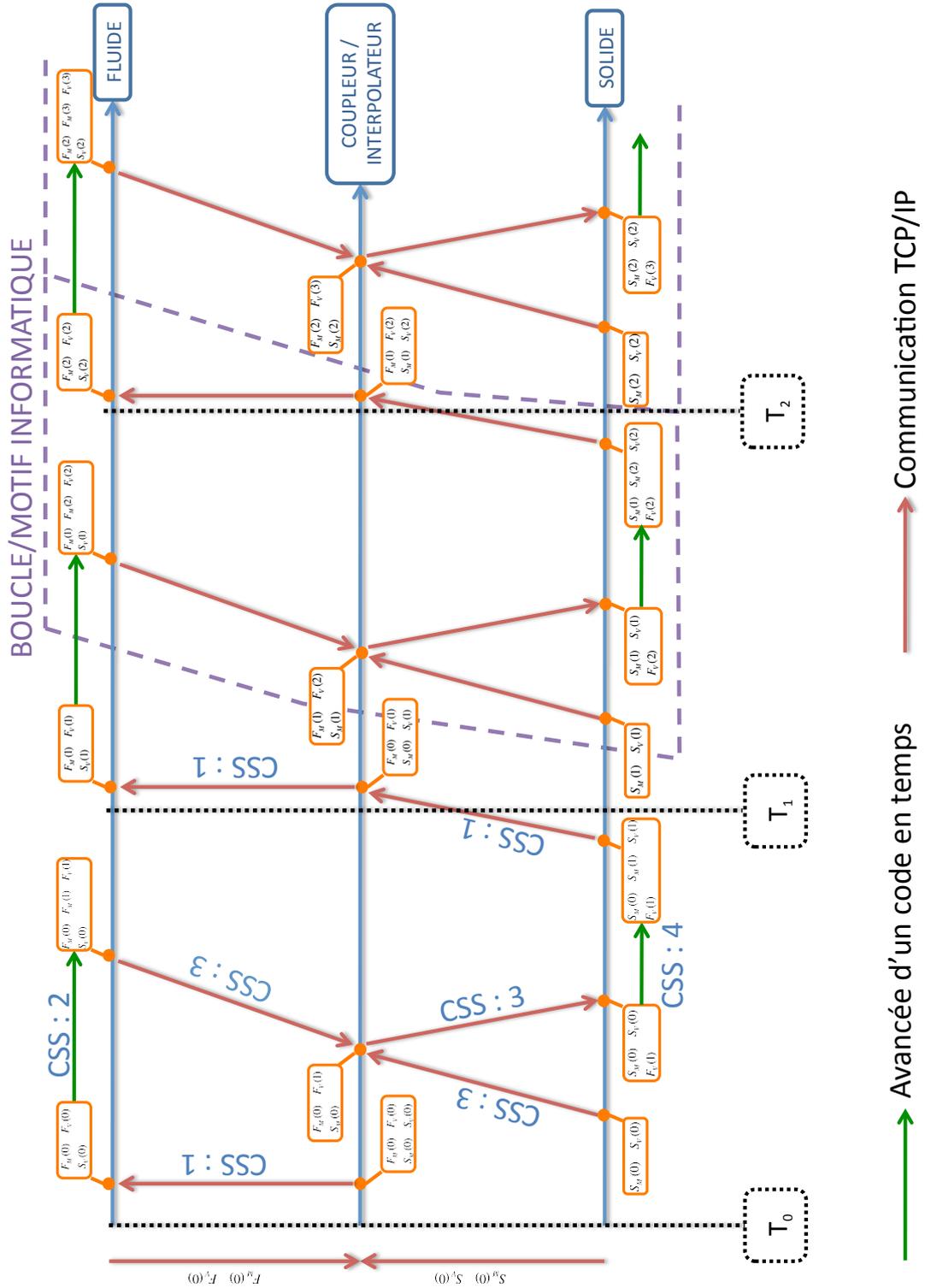


Figure B.2 : Architecture générale des échanges informatiques réalisés dans la chaîne de couplage.

B.2 Calcul parallèle

B.2.1 Aspect externe

Les deux codes de simulation étant parallèles, l'idéal d'un point de vue performance consiste à faire dialoguer directement les processeurs des deux codes qui partagent une frontière commune. Si l'on se réfère à la figure B.3 cela consiste à faire dialoguer :

- le processeur A du solveur solide avec les processeurs 1 et 2 du solveur fluide
- le processeur B du solveur solide avec les processeurs 2 et 3 du solveur fluide.

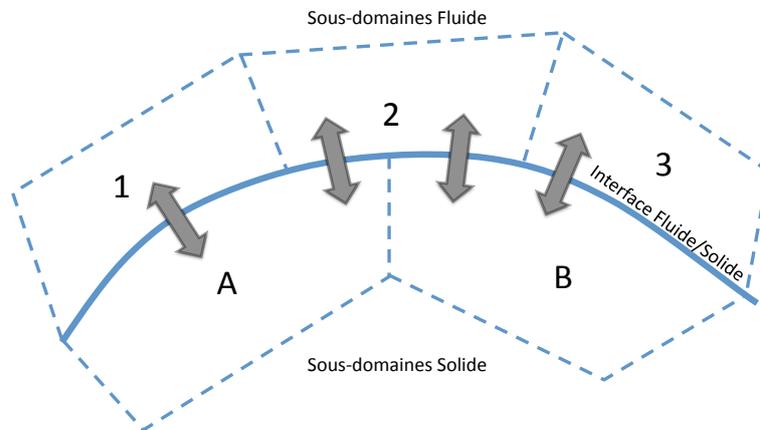


Figure B.3 : Communications réalisées de façon optimale entre les solveurs fluide et solide

Au moment de réaliser cette thèse, un obstacle technique majeur à la réalisation de cette approche s'est dressé. Tel que disponible au moment de la conception de la chaîne de couplage, la fonctionnalité TCP/IP de Open-Palm nécessitait l'utilisation d'un miroir par processeur communiquant, autrement dit pour chaque processeur portant une interface Fluide/Solide dans MARC ou AVBP il aurait fallu compter un processeur pour le coupleur (cf. Fig. B.4). Au vu du coût prohibitif que cette méthode implique, il a été choisi de centraliser l'information des domaines portant une partie de l'interface Fluide/Structure sur un processeur. Ce processeur est alors chargé de réunir les informations nécessaires au couplage, de communiquer avec le coupleur, et de redistribuer les données reçues aux processeurs concernés (cf Fig. B.5). Bien que plus économique en terme de nombre de processeurs, cette méthode est moins performante. En effet la centralisation des informations sur un processeur implique une séquentialisation des communications. Pour illustration, dans le cas où le couplage informatique est réalisé de façon optimale (Fig. B.3) les communications entre les processeurs 1, 2, 3 et le coupleur se font simultanément. Quand l'information est réunie sur un processeur (Fig. B.5), il faut d'abord réaliser les communications entre les processeurs 1 et 2, puis 2 et 3 avant de communiquer avec le coupleur.

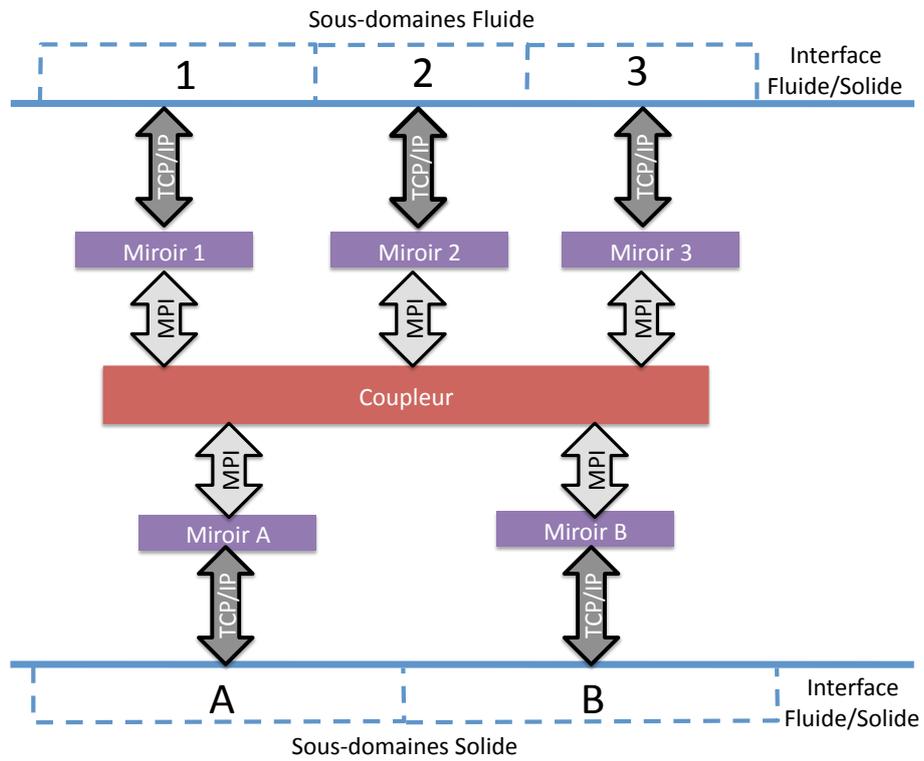


Figure B.4 : Miroirs nécessaires en cas de communications réalisées de façon directe entre les processeurs des solveurs fluide et solide

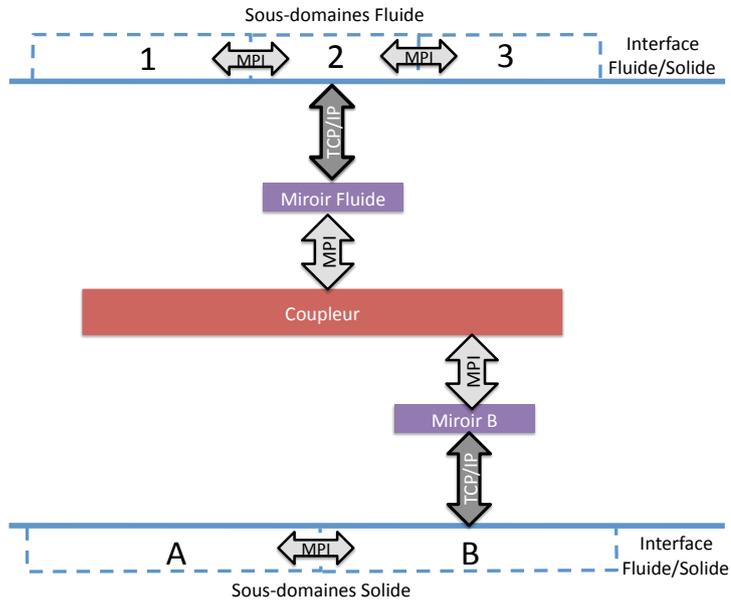


Figure B.5 : Schéma de communications en pratique entre les solveurs fluide et solide

B.2.2 Aspect interne

Toujours dans un souci de performance, il est important de de minimiser le nombre de communications entre les processeurs au moment de centraliser l'information qui doit partir vers le coupleur. Dans la mesure où l'ensemble des informations utiles au couplage se situent sur la peau du maillage, les communications vers, ou provenant de sous-domaines internes (ie. les sous-domaines α et β sur la figure B.6) sont inutiles.

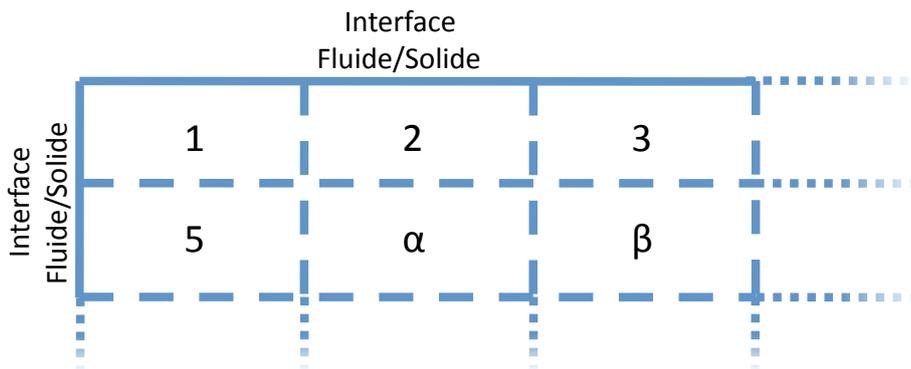


Figure B.6 : Sous-domaines fluide ou solide, portant une information couplée (zones 1,2,3 et 5) ou non (α et β)

Afin d'éviter se gaspillage d'échange d'information une liste de communication est créée :

- A l'initialisation du calcul parallèle chaque processus signale au processus 0 si il possède ou non une partie couplée du domaine.
- Le processeur de plus haut rang MPI possédant une interface couplée est désigné comme "coupling-leader" pour le couplage. Il a pour fonction de centraliser l'information destinée au coupleur et d'échanger avec ce dernier. Ce choix du processeur de plus haut rang MPI possédant une interface couplée a été fait afin de ne pas surcharger le processus 0, traditionnellement utilisé comme processus Master en parallèle et donc plus gourmand en mémoire.
- L'identité du "coupling-leader" est distribuée à l'ensemble des processus. Par la suite, seuls les processeurs concernés communiqueront avec le leader au moment de l'échange avec le coupleur.

Ainsi sur le cas présenté Figs. B.6 et B.7, le processus 5 est le coupling-leader et il centralise l'information des processus 1,2 et 3.

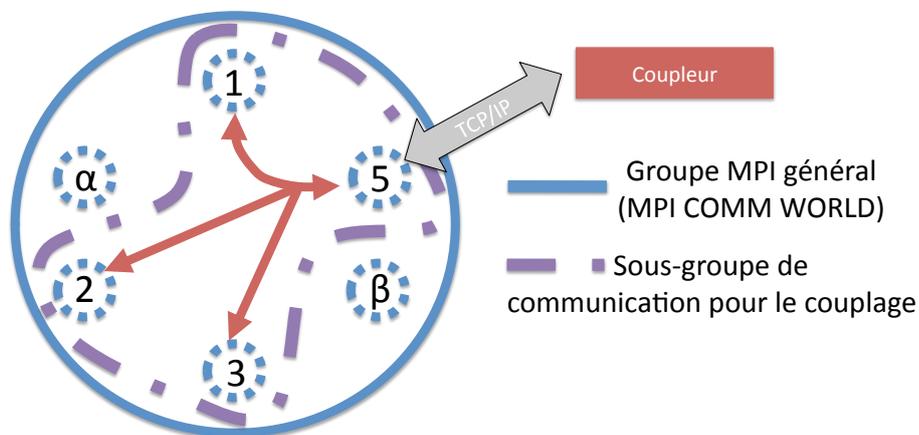


Figure B.7 : toto

Annexe C

Publication

This article was downloaded by: [Julien Richard]

On: 04 October 2012, At: 02:09

Publisher: Taylor & Francis

Informa Ltd Registered in England and Wales Registered Number: 1072954 Registered office: Mortimer House, 37-41 Mortimer Street, London W1T 3JH, UK



European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique

Publication details, including instructions for authors and subscription information:

<http://www.tandfonline.com/loi/tecm20>

Effect of the fluid-structure interaction on solid rocket motors instabilities

J. Richard^a, T. Morel^a & F. Nicoud^b

^a Cerfacs, 42 Avenue Gaspard Coriolis, 31057, Toulouse, France

^b CNRS UMR5149, Université Montpellier 2, 2 Place Eugène Bataillon, 34095, Montpellier, France

Version of record first published: 04 Oct 2012.

To cite this article: J. Richard, T. Morel & F. Nicoud (): Effect of the fluid-structure interaction on solid rocket motors instabilities, European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique, DOI:10.1080/17797179.2012.728054

To link to this article: <http://dx.doi.org/10.1080/17797179.2012.728054>



PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

Full terms and conditions of use: <http://www.tandfonline.com/page/terms-and-conditions>

This article may be used for research, teaching, and private study purposes. Any substantial or systematic reproduction, redistribution, reselling, loan, sub-licensing, systematic supply, or distribution in any form to anyone is expressly forbidden.

The publisher does not give any warranty express or implied or make any representation that the contents will be complete or accurate or up to date. The accuracy of any instructions, formulae, and drug doses should be independently verified with primary sources. The publisher shall not be liable for any loss, actions, claims, proceedings, demand, or costs or damages whatsoever or howsoever caused arising directly or indirectly in connection with or arising out of the use of this material.

Effect of the fluid–structure interaction on solid rocket motors instabilities

J. Richard^{a*}, T. Morel^a and F. Nicoud^b

^a*Cerfacs, 42 Avenue Gaspard Coriolis, 31057 Toulouse, France;* ^b*CNRS UMR5149, Université Montpellier 2, 2 Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier, France*

Large solid propellant rocket motors may be subjected to aero-acoustic instabilities arising from a coupling between the burnt gas flow and the acoustic eigenmodes of the combustion chamber. Given the size and cost of any single firing test or launch, it is of first importance to predict and avoid these instabilities at the design level. The main purpose of this paper is to build a numerical tool in order to evaluate how the coupling of the fluid flow and the whole structure of the motor influences the amplitude of the aero-acoustic oscillations living inside of the rocket. A particular attention was paid to the coupling algorithm between the fluid and the solid solvers in order to ensure the best energy conservation through the interface. A computation of a subscaled version of the Ariane 5 solid propellant engine is presented as illustration.

Les moteurs à propergol solide sont parfois le siège d'instabilités aéro-acoustiques résultant d'un couplage entre l'hydrodynamique des gaz brûlés et les modes acoustiques de la chambre de combustion. Au vu du coût d'un essai, il est important de pouvoir prédire l'apparition de ces instabilités au moment de la conception. L'objectif de cette étude est la mise au point d'une chaîne de couplage permettant d'évaluer l'impact des interactions fluide-structure sur l'amplitude des oscillations aéroacoustique présentes au sein du propulseur. Une attention particulière a été portée à l'algorithme de couplage entre les solveurs fluide et solide afin d'assurer une bonne conservation de l'énergie à l'interface fluide-structure. Une simulation d'une échelle réduite du moteur d'Ariane 5 est présentée comme illustration.

Keywords: large eddy simulation; Arbitrary Lagrangian Eulerian method; fluid–structure interaction

Mots-clés: simulation aux grandes échelles; maillage mobile; interactions fluide-structure

1. Introduction

The Ariane 5 solid rocket motor (SRM), named P230, is one of the most impressive solid rocket motors ever constructed in Europe. It is about 37 m high for a radius of 1.5 m, with an initial mass of about 280 tonnes. The two SRMs represent 90% of the thrust at take-off, burning out during 130 s and consuming approximately 2 tonnes of propellant each second. They are finally ejected when the rocket has reached an altitude of approximately 70 km and a speed of 2000 m/s. Their corresponding thrust is unfortunately not stationary during the firing, and some oscillations may occur. This might jeopardise the integrity of the payload due to vibrations. The phenomenon has been investigated extensively over the last decades (Culick,

*Corresponding author. Email: richard@cerfacs.fr

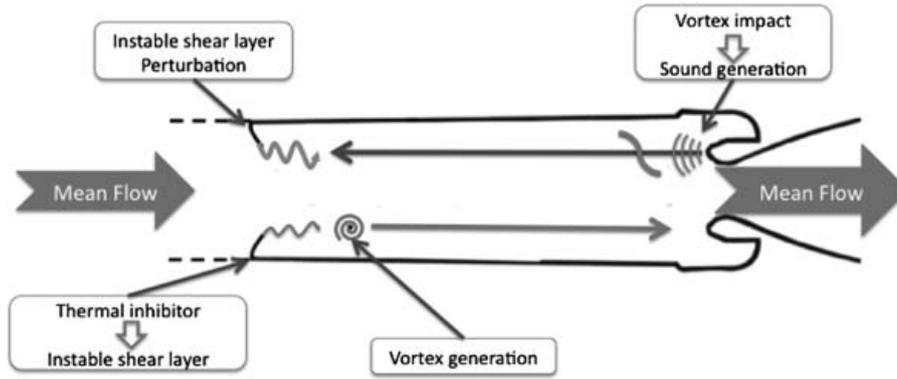


Figure 1. Instabilities mechanism.

1966; Fabignon et al., 2003; Flandro, 1986; Kourta, 1996a, 1996b; Lupoglazoff & Vuillot, 1996; Vuillot, 1995). This mechanism is a coupling between the acoustic mode and the hydrodynamic perturbation, as represented in Figure 1. An unstable shear layer in the mean flow produces vortices which are convected until they impact the head of the nozzle. The acoustic wave generated by this impact can move back upstream since the flow is subsonic. It perturbs the unstable shear layer, intensifying the generation of vortices. Such an aero-acoustic mechanism can lead to high-amplitude fluctuations when the underlying frequency is close to the frequency of an acoustic mode of the whole geometry. Note that another instability mechanism relying on the intrinsic hydrodynamic instability of the boundary layer which develops over the propellant burning surface can also lead to significant pressure oscillations (Lupoglazoff & Vuillot, 1996). As far as the P230 SRM is concerned, the experiment shows that mainly the first and second acoustic modes are excited during three outbursts, the first being the stronger one.

2. Presentation of the numerical software

Classically, the fluid–structure interaction (FSI) problem consists of solving simultaneously both the fluid and the structural equations where some variables of one act as a boundary condition for the other. Formally, the coupled fluid–structure problem may be written as:

$$\frac{d}{dt}(AW) + F^c(W, x, \dot{x}) = R(W, x) \quad (1)$$

$$M \frac{d^2}{dt^2}(U) + D \frac{d}{dt}(U) + KU = f^{ext}(W(x, t), x) \quad (2)$$

In this semi-discrete formulation already presented by Lesoinne (Lesoinne & Farhat, 1993), dots stand for time derivatives, x is the displacement or position vector of the fluid grid points, W is the fluid state vector, A results from the discretisation of the flow motions equations, $F^c = F - \dot{x}W$ is the vector of Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) convective fluxes, F is the vector of convective fluxes, R is the vector of diffusive fluxes, U is the structural displacement vector and finally M , D and K are, respectively, the mass, damping and stiffness matrices of the structural system. In order to solve the problem of FSIs, we have chosen to use a Conventional Serial Staggered (CSS) method with subcycling (Farhat & Lesoinne, 1996; Piperno & Farhat, 2001; Piperno, Farhat, & Larrouturou, 1995). Softwares we used are shortly presented in this section, then the CSS method is reminded and the mesh movement technique is explained.

2.1. Fluid solver

Two different modelling tools are used for this work. First of all, aero-acoustics calculations are performed with the large eddy simulation (LES) solver AVBP (Schoenfeld & Rudgyardt, 1999) developed at CERFACS and IFP Energies nouvelles and widely validated for aero-acoustic applications (Schmitt, Poinso, Schuermans, & Geigle, 2007). AVBP is designed to solve the Navier–Stokes equations for three-dimensional compressible flows over unstructured meshes. The numerical results presented in this paper correspond to a Lax–Wendroff scheme which is 2nd order in both space and time. Note however that the methodology developed is compatible with any of the more accurate schemes available in AVBP (3rd order, 4th order). The Lax–Wendroff scheme was used in this preliminary study to reduce the CPU time.

2.2. Structure solver

The structural deformations are computed with the structural analysis software MARC, using a finite element method (FEM) and developed by MSC-Software. It is well suited for the treatment of non-linear materials, commonly encountered in solid propulsion. It allows static, dynamic and modal computations. The numerical scheme used in our computations is the trapezoidal Newmark method (see Equation (3)) (Hughes, 1987), which has already been advocated for coupling applications (Giordano et al., 2005; Piperno & Farhat, 2001). It consists of writing the structure's equilibrium at the time t^{n+1} , knowing its state at t^n and the external force f^{n+1} at t^{n+1} :

$$\left(\frac{4}{\Delta t_s^2}M + \frac{2}{\Delta t_s}D + K\right)U^{n+1} = f^{n+1} + \left(\frac{4}{\Delta t_s^2}M + \frac{2}{\Delta t_s}D\right)U^n + \left(\frac{4}{\Delta t_s}M + D\right)\dot{U}^n + M\ddot{U}^n \quad (3)$$

2.3. Coupling algorithm

In most cases, the time step Δt_f for the fluid is much smaller than the structural one Δt_s . Then, we consider that the coupling time step Δt_c is equal to Δt_s . In the CSS method (Farhat & Lesoinne, 1996; Piperno et al., 1995; Piperno & Farhat, 2001), each coupling iteration which allows to advance the solution from t^n to $t^{n+1} = t^n + \Delta t_s$ consists of four steps:

- (1) Predict the structural displacement u^{n+1p} at time t^{n+1} . A common predictor is:

$$u^{n+1p} = u^n + \alpha_0 \Delta t_s \dot{u}^n + \alpha_1 \Delta t_s (\dot{u}^n - \dot{u}^{n-1}) \quad (4)$$

It is worth noticing that the choice of $\alpha_0 = 1$ and $\alpha_1 = 0$ corresponds to a first-order predictor, while $\alpha_0 = 1$ and $\alpha_1 = 1/2$ defines a second-order one.

- (2) Advance the fluid system to $t^{n+1} = t^n + \Delta t_s$ while updating the position of the fluid grid in order to match the position u^{n+1p} at the end of the coupling steps. Because $\Delta t_f < \Delta t_s$ this step is achieved by subcycling the fluid solver (typically in our computations, one structural iteration is performed every 100 fluid iterations).
- (3) Transfer the fluid pressure P_S^{n+1} to the structure. Note that P_S^{n+1} is not necessarily the fluid pressure at the interface at time t^{n+1} . Many choices for P_S^{n+1} can be found in the literature. The instantaneous pressure field of the fluid at the interface or its integral

over the subcycled time are common examples. The impact of this choice is discussed in a later section.

- (4) Finally integrate the structure to t^{n+1} with the external force f^{n+1} of Equation (2) being deduced from P_S^{n+1} .

The OpenPALM coupler co-developed by CERFACS and ONERA is used to synchronise the fluid and structure solvers (Buis, Piacentini, & Déclat, 2006). It also provides data transmission between the different tools at the fluid–structure interface without large intrusion in the different solvers. As a first step, the interpolation between the non-conformal meshes is achieved with a first-order method.

2.4. Mesh deformation

A classical issue in fluid computation with deformable domain is the mesh deformation when the displacement of the boundary is unknown by advance, which is typically the case in fluid–structure computations. Many methods designed to transmit the movement of the boundary to the internal nodes can be found in the literature. The most popular are the linear spring analogy (Batina, 1990), the torsional spring method (Farhat, Degand, Koobus, & Lesoinne, 1998) or the pseudo-solid approach (Nielsen & Anderson, 2002). The method we choose to implement in AVBP consists of requiring that the displacement dx_i of every node i is the weighted average of the displacement of its surrounding vertices j .

$$dx_i = \frac{1}{\sum_j \alpha_j} \sum_j \alpha_j dx_j \quad (5)$$

Classical weight α_j is the inverse of the distance between the nodes i and j . This set of equations can be formulated as a linear problem $Sdx = b$, where b contains the contribution of the boundary nodes, which have an imposed displacement. This is solved with a standard conjugate gradient approach. The conjugate gradient method is never fully converged, but instead is run until the residuals have decreased to the limit defined by the user. The mesh deformation is taking into account in AVBP with the classical ALE equations. In order to ensure the Geometric Conservation Law (GCL) (Lesoinne & Farhat, 1996), the velocity of the fluid/structure interface is kept constant during the subcycling and is defined as $\frac{u^{n+1p} - u^{np}}{\Delta t_s}$.

3. 1D acoustic configuration for code verification

Aero-acoustic instabilities are known to be extremely sensitive to energy loss and gain. When considering the impact of FSI on such instabilities, it is thus mandatory to make sure that the coupling algorithm does not add/remove energy to the system. To this respect, a specific test case was designed in order to demonstrate the capability of the numerical chain to couple the fluid and solid domains in a virtually conservative way.

3.1. Set-up description

The set-up is composed of an adiabatic chamber filled with gas, closed at the left-hand side by a fixed wall and at the right-hand side by a deformable block of rubber which is fixed on its right side, see Figure 2. The fluid chamber has a section S_0 and length l_0 when the block of rubber is at rest at $x = l_0$. The rubber of density ρ_s has a Young modulus E and a Poisson ratio

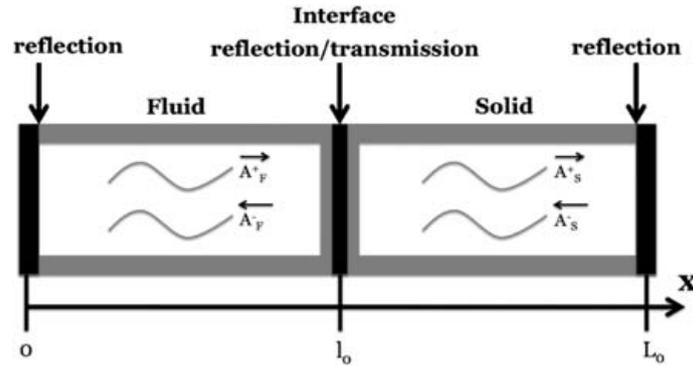


Figure 2. Acoustic coupling system.

v , and is fixed at $x = L_0$. Displacement (or position, depending on the context), velocity and acceleration in the solid at time t are, respectively, $U(t)$, $\dot{U}(t)$ and $\ddot{U}(t)$. Starting from rest, the fluid part is then disturbed with a pressure Dirac impulsion. After some iterations, coupled eigenfrequencies appear while looking at time evolution of the pressure signal in the chamber.

The following assumptions are first made for the system:

- The gas is perfect.
- Dissipation is neglected in both fluid and solid.
- The deformations of the solid are small, which allow to approximate the interface location by l_0 .

3.2. Acoustic modelling

The following expressions can be obtained for the speed of propagation in the fluid (C_F) and solid (C_S), respectively:

$$C_F = \sqrt{\gamma RT} \quad C_S = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{\rho_S(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

Then, P being the oscillating pressure and \dot{U} being the oscillating velocity, the following wave decomposition holds for both fluid and solid:

$$P_{F,S} = A_{F,S}^+ e^{jk_{F,S}x} + A_{F,S}^- e^{-jk_{F,S}x} \quad (6)$$

$$\dot{U}_{F,S} = \frac{1}{\rho_{F,S} C_{F,S}} (A_{F,S}^+ e^{jk_{F,S}x} - A_{F,S}^- e^{-jk_{F,S}x}) \quad (7)$$

where $K_{F,S} = \omega/C$ is the wave number. Using (6) and (7) along with the appropriate boundary and jump conditions:

- $\dot{U}_F(0) = \dot{U}_S(0) = 0$ (impermeable wall condition for the fluid and embedding for the solid).
- $\dot{U}_F(l_0) = \dot{U}_S(l_0)$ (velocity continuity at the fluid–structure interface located at l_0).

- $P_F(l_0) = P_S(l_0)$ (stress continuity at the fluid–structure interface located at l_0).

It follows that any eigen angular frequency ω_c is solution of the following dispersion relation (8):

$$\frac{\tan\left(\frac{\omega_c}{C_S}(l_0 - L_0)\right)}{\tan\left(\frac{\omega_c}{C_F}l_0\right)} = \frac{\rho_S C_S}{\rho_F C_F} \quad (8)$$

This relation allows to find the coupled eigenmodes of the system which, depending from the sub-systems properties, may differ from the eigenfrequency of the fluid and solid taken alone.

3.3. Energy consideration

Following Piperno and Farhat (Piperno & Farhat, 2001), it is possible to calculate the numerical amount of energy imbalance created at the fluid–structure interface ΔE in one oscillation. According to their results $\Delta E \sim \pi(\delta E_F + \delta E_S)$, where δE_F can be interpreted as an energy transferred from the fluid to the structure as viewed from the fluid and δE_S is the same energy but as viewed from the solid. In our particular case with subcycling, we have (after some algebra):

$$\delta E_F = k_e \left[(\alpha_0 - 1)\zeta + \left(\frac{1}{4} - \frac{7\alpha_0}{12} + \frac{3\alpha_1}{2} \right) \zeta^3 \right] + O(\zeta^4) \quad (9)$$

where $k_e = \frac{-4A_G^2}{\rho_G C_G \omega_c} \sin(k_G l_0) \cos(k_G l_0)$, $\zeta = \omega \Delta t_c$ and $\alpha_{0,1}$ are the coefficients used by the predictor given in Equation (4). Besides, δE_S depends on the choice of the pressure transmitted to the structure P_S^{n+1} (see Section 2.3). Specifically one shows that:

- For the choice $P_S^{n+1} = P^{n+1}$ (transmission of the updated pressure):

$$\delta E_S = O(\zeta^4) \quad (10)$$

- For the choice $P_S^{n+1} = \frac{1}{\Delta t_c} \int_{t^n}^{t^{n+1}} P(t) dt$ (transmission of the averaged pressure):

$$\delta E_S = k_e \left[-\frac{\zeta}{2} + \frac{\zeta^3}{8} \right] + O(\zeta^4) \quad (11)$$

Using a first-order predictor (which means $\alpha_0 = 1$ and $\alpha_1 = 0$), the choice of Equation (10) for P_S^{n+1} produces energy at third order, which is not an issue with regard to the second-order accuracy of the fluid and structural solvers. On the other hand, if $k_e < 0$, the choice of Equation (11) for P_S^{n+1} will create energy at the first order. In this case, the coupling of the fluid and structure solvers induces an error as demonstrated in the following section.

3.4. Numerical results

Both fluid and structure are modelled in two dimensions for this test case. Since only longitudinal 1D solution are sought for, symmetric conditions have been used for the fixed bottom and top walls. The solid is modelled in MARC by a bloc of material of Young's Modulus $E = 4.274 \times 10^5 Pa$ and Poisson's coefficient $\nu = 0$ such that its first longitudinal acoustic

mode is of the same order than the first acoustic mode of the cavity (cf. Figure 3). It has a section $S_{M0} = S_0$ and an unstretched length L_{M0} . The calculations based on the first and second choices of P_S^{n+1} have been achieved using coupling time step 10 times bigger than the fluid one (i.e. $\Delta t_c = \Delta t_s = 10\Delta t_f$). It is worth noticing in Figure 3 that the choice of Equation (10) for P_S^{n+1} presents a good capacity to retrieve the coupling eigenfrequency of the system and that the calculation appears to be stable. Looking at Figure 4 at the pressure signal filtered around 400 Hz, one can notice that the coupled mode at 400 Hz appears to be energised with the choice of Equation (11). This result is coherent with the energy consideration of Section 3.3. Writing pressure and displacement at the fluid–structure interface for one of the coupled eigenmodes shows that the pressure and the structure are vibrating at the same angular frequency ω_c but with a phase depending on k_G and l_0 . It can be checked the scalar k_e (see Equation (9)) from the previous section is negative when $\sin(\frac{2\omega_c l_0}{C_G}) > 0$. It comes out from this analysis that the second choice of P_S^{n+1} feeds in energy some modes and damp the others, as illustrated in Figure 4 ($\sin(\frac{2\omega_c l_0}{C_G}) \sim 1$ for $f_c = 400$ Hz).

4. Application to the subscaled P230 configuration with FSI

4.1. Computations global description

The numerical chain described previously is now applied to a case representative of the industrial complexity which has already been a subject of interest for fluid–structure interaction

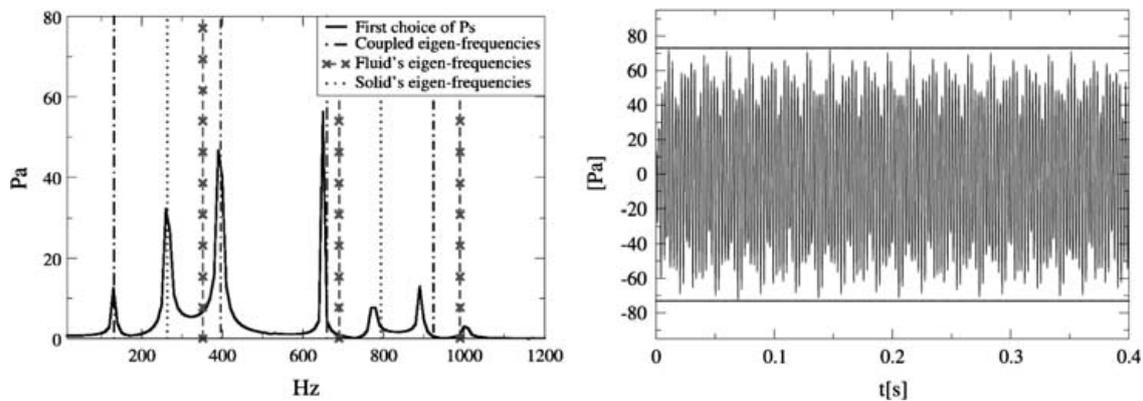


Figure 3. Fourier Transform (on the left-hand side) of the pressure signal at the middle of the chamber and its filtered version around 400 Hz (on the right-hand side) for the choice of Equation (10) for P_S^{n+1} .

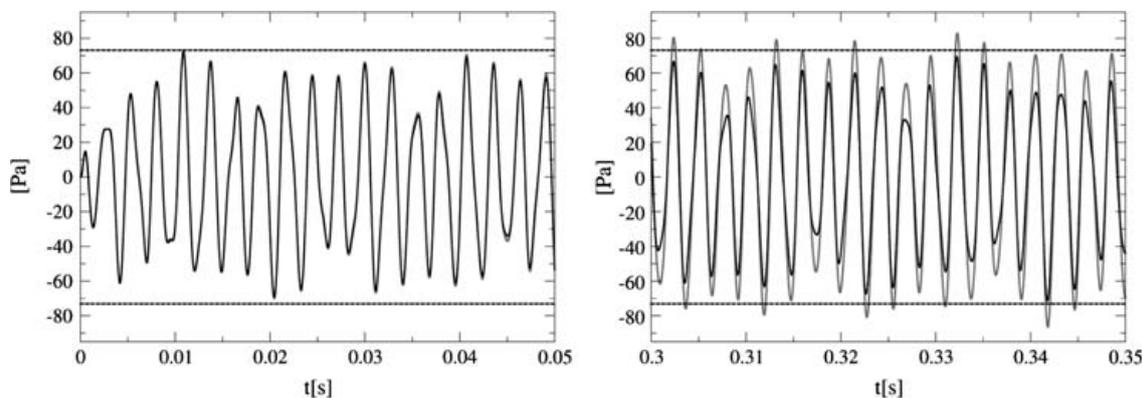


Figure 4. Pressure signal at the middle of the chamber filtered at 400 Hz for the choice of Equation (10) (black line) and Equation (11) (grey line) for P_S^{n+1} .

research (Dotson & Sako, 2004; Wasistho, Fiedler, Namazifard, & Mclay, 2006). The computational domain (fluid and structure) correspond to the P230 SRM at scale 1/15, thus considering a system in which size is comparable to the subscaled set-up used for past studies carried out by ONERA (Hijlkema, Prévost, & Casalis, 2011). Note also that the 2D axisymmetric approximation is made to save CPU time and because it allows to illustrate the operability of the numerical chain. The geometry retained corresponds to 86 s combustion time of the full-scale P230; this corresponds to the second out of three outbursts. The chamber geometry was provided by Herakles. The material characteristics (such as the density or the Young modulus) of the structure were adjusted to reproduce the same crossover of eigenmodes between the fluid and solid domains as at full scale. Different materials, such as propellant, steel and thermal inhibitors, are considered in the computation, each with its own mechanical properties, as provided by Herakles. The structure is fixed at the front-end in this preliminary study. The global mechanical computational domain is displayed in Figure 5. Frontal thermal inhibitors were considered rigid in the presented fluid–structure computations. Still, the shape of the thermal inhibitor between the second and the third blocs of propellant was estimated in a pre-computation in order to account for its mean deflection due to the mean flow rate. This was done by performing a FSI computation with the same numerical chain as described above. Note that the dissipation of the inhibitor was artificially increased in this pre-computation in order to speed up the convergence to a steady position. Left-hand side of Figure 6 displays the initial shape and the final deflection of the frontal thermal inhibitor, while the displacement convergence of its end-point is displayed on the right-hand side. The acoustic mode of the combustion chamber has been determined thanks to the AVSP Helmholtz solver (Nicoud, Benoit, Sensiau, & Poinso, 2007). Results for the first and second longitudinal acoustic modes are displayed in Figures 7 and 8. Frequencies are, respectively, 308 and 611 Hz.

4.2. Numerical results

Three calculations are presented here. The first one is done without FSI in order to produce a reference case. The second and the third calculations account for the structural response of

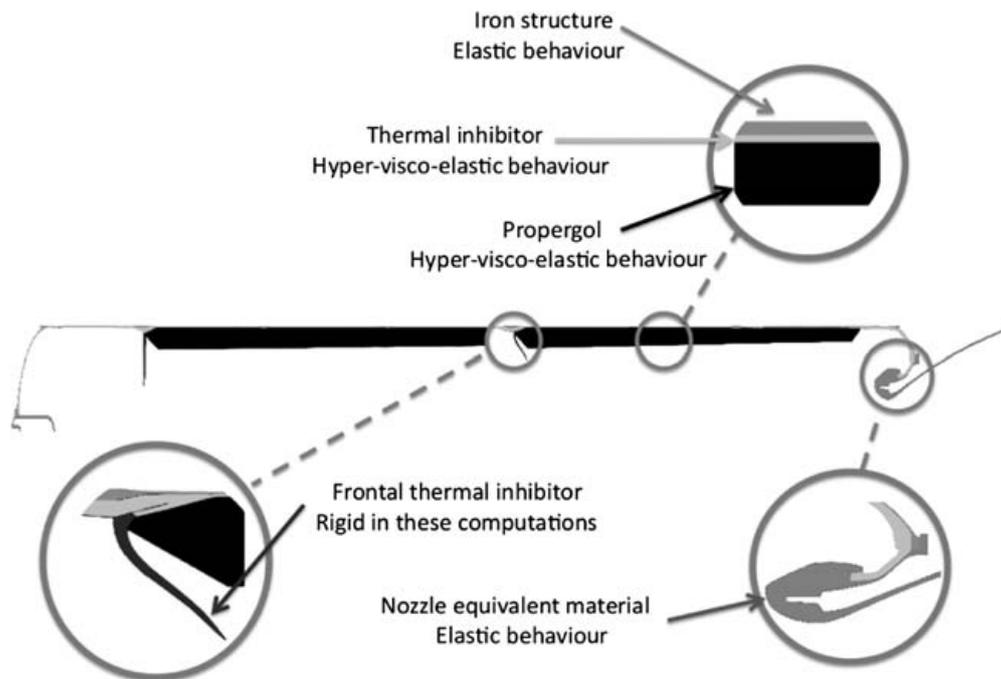


Figure 5. Unscaled figure of the P230 configuration.

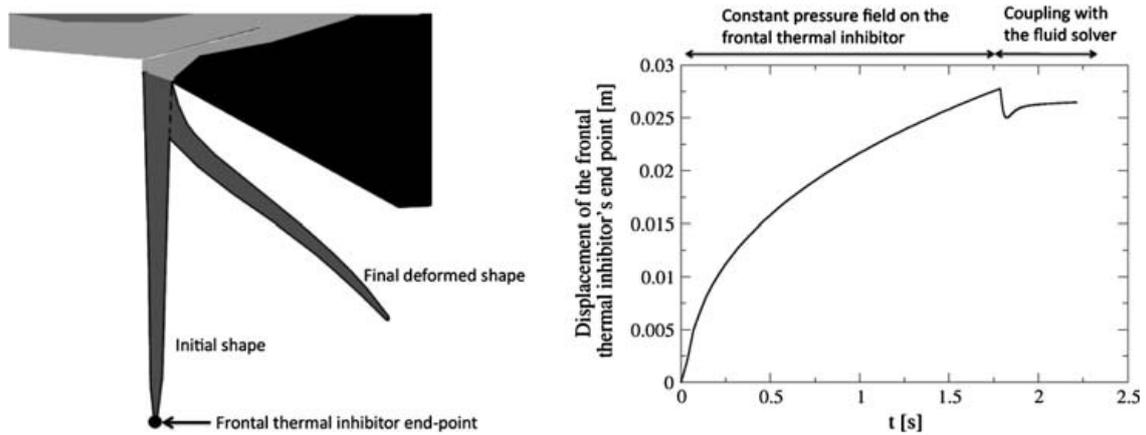


Figure 6. Initial and deformed shape of the thermal inhibitor between the second and the third blocs of propellant (left) and its end-point displacement during the simulation (right).

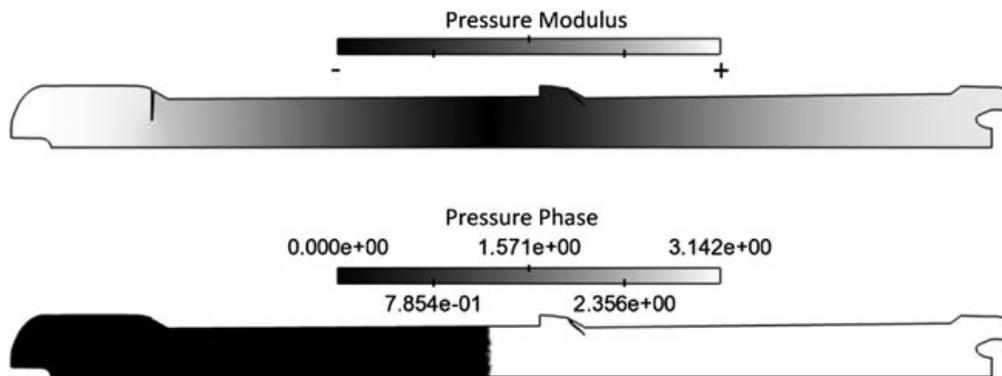


Figure 7. First longitudinal acoustic mode at 308 Hz.

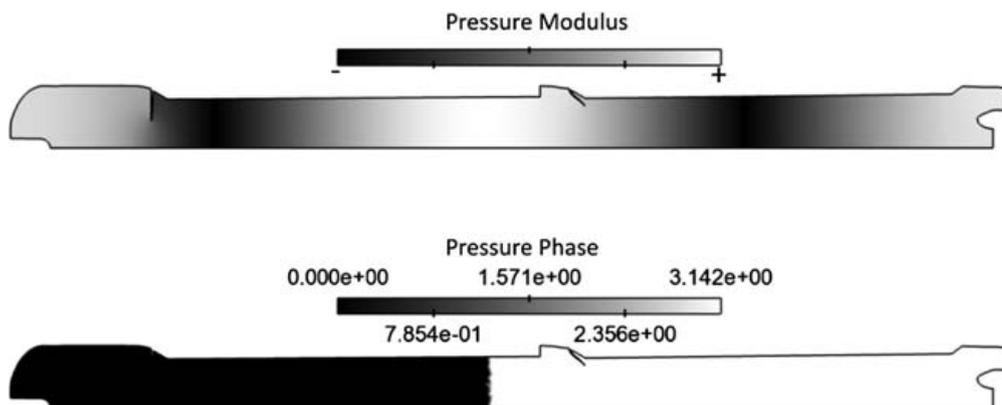


Figure 8. Second longitudinal acoustic mode at 611 Hz.

the P230. When accounting for the interaction with the structure two situations can be considered. On the one hand, the first acoustic mode and the first longitudinal mode of the structure can be different (handled in the second calculation). On the other hand, they can be identical (handled in the third calculation). In both cases, the material dissipation was arbitrary fixed to be $D = 10^{-5}K$ (recall K is the stiffness matrix, see Equation (2)). A snapshot of the flow obtained by solving the full Navier–Stokes equations is displayed in Figure 9. It shows the presence of vortices generated near the propellant and at the extremity of the thermal inhibitor

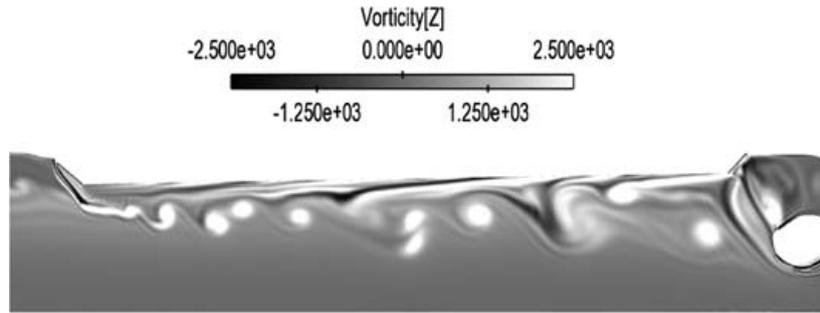


Figure 9. Unscaled figure of the vorticity generated near the propellant and at the thermal inhibitor.

during the calculation. The comparison of the aft-end vibration speed is presented in Figure 10. As suggested by the intuition, the vibrations are stronger when the structural mode happened to be at the same frequency as the acoustic mode.

The pressure at front-end is a classical measurement for aero-acoustic instabilities in SRMs. Comparisons between the case without fluid–structure interaction and the two cases taking into account the structural response are displayed in Figures 11–13. Pressure spectra at front-end (not shown) display coherent results between the LES and the acoustic solver, the first and second acoustic modes at 308 and 611 Hz being present in the LES results. Their

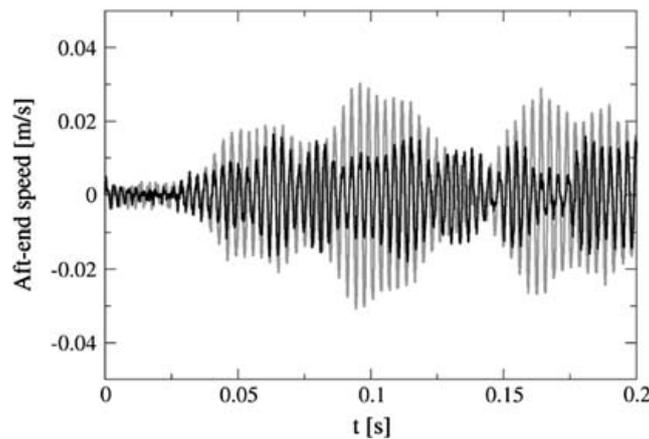


Figure 10. Velocity of the aft-end for the case with (grey line) and without (black line) crossing of the acoustic and structural modes.

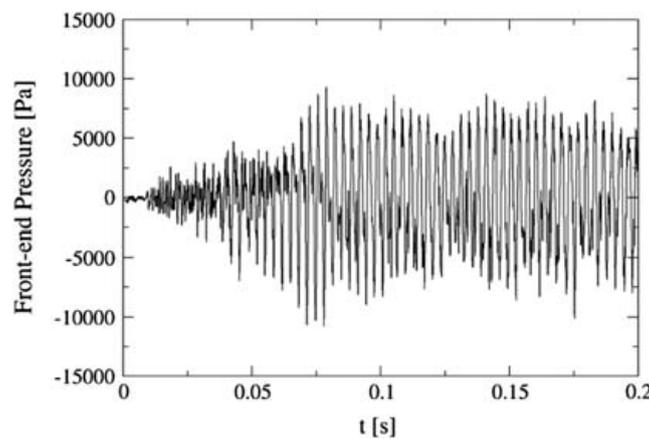


Figure 11. Pressure fluctuations at front-end for the case without FSI.

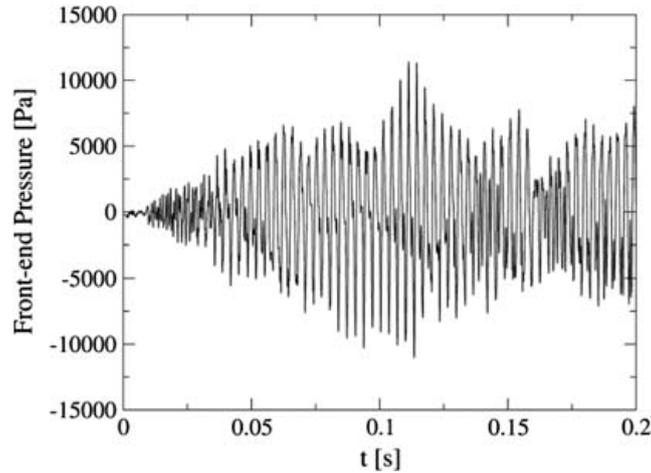


Figure 12. Pressure fluctuations at front-end for the case without crossing of the acoustic and structural modes.

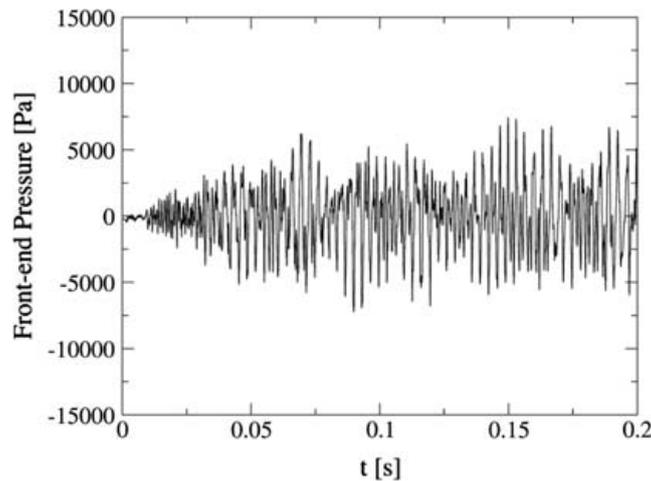


Figure 13. Pressure fluctuations at front-end for the case with modes crossing of the acoustic and structural modes.

corresponding amplitudes are displayed in Figure 14. Amplitudes are evaluated through the integration of a power spectral density of the signal over frequency ranges which are:

- 250–350 Hz for the first acoustic mode.
- 550–650 Hz for the second acoustic mode.

Surprisingly, results show that the acoustic mode is damped when the structural and acoustic modes happened to cross. Explanation is that the displacement amplitude being greater when the structural and acoustic modes are identical, the dissipation in the material plays a greater role due to larger deformation speed within the structure. The structure in this computation finally appears to act as a band-stop filter for the fluid, the rejected frequency being the first structural eigenmode. This interpretation is confirmed by a fourth simulation where the first acoustic mode and the first longitudinal mode of the structure are also identical but the dissipation of the materials is fixed to a lower value ($D=10^{-7} K$ instead of $10^{-5} K$). The corresponding front-end pressure signal is displayed in Figure 15. Although, the vibrations of the structure are stronger for the calculation with less-dissipative materials

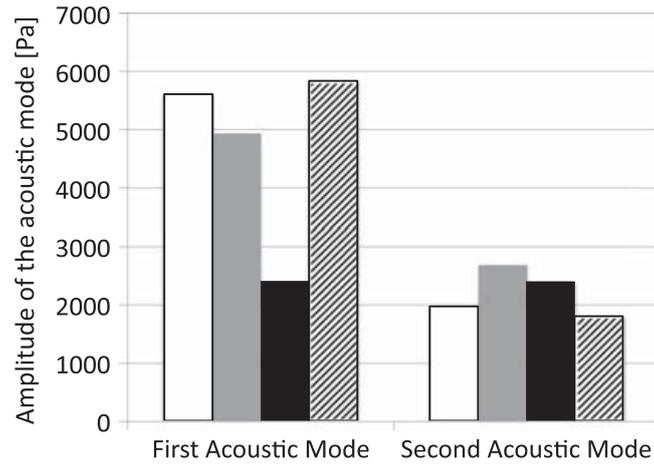


Figure 14. Amplitude of the acoustic mode for the case without FSI (white), without (grey) and with (black) modes crossing and dissipative materials such as $D = 10^{-5}K$, with modes crossing and less-dissipative materials $D = 10^{-7}K$ (hatched).

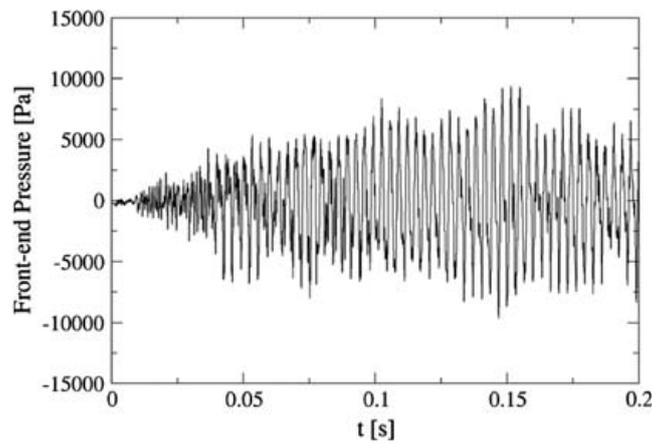


Figure 15. Pressure fluctuations at front-end for the case with modes crossing of the acoustic and structural modes and less-dissipative materials.

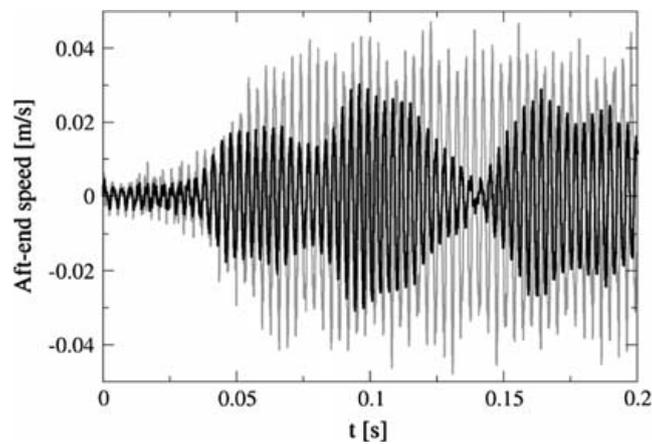


Figure 16. Velocity of the aft-end for the case of crossing between the acoustic and the structural modes for $D = 10^{-7}K$ (grey line) and $D = 10^{-5}K$ (black line).

(cf. Figure 16), the amplitude of the acoustic modes are of the same order as in the reference case (cf. Figure 14). All other things being equal, these results highlight the impact of the dissipative nature of materials on the acoustics inside the combustion chamber.

5. Conclusion

A computational chain was developed that couples a fluid and a structure solver. Special care was taken to design the interface condition and the retained methodology showed good conservativity. The results obtained when considering an academic configuration for the coupling scheme were in full agreement with the theoretical developments. At last, the computational chain is applied to a subscaled version of the P230 SRM. Results on this configuration suggest that the structure may have an impact on the aero-acoustics instabilities, since it is able to dissipate acoustic energy when mode crossing between the structure and the acoustics occurs.

Acknowledgements

This work was granted access to the HPC resources of CINES under the allocation 2011-c2011026401 made by GENCI (Grand Equipement National de Calcul Intensif). The authors would like to thank Dr. Duchaine F., Jauré S. from CERFACS and Autrusson N., Bandelier E., Pevergne T. from Snecma Propulsion Solide for their help during the course of this study.

References

- Batina, J.T. (1990). Unsteady Euler airfoil solutions using unstructured dynamic meshes. *AIAA Journal*, 28(8), 1381–1388.
- Buis, S., Piacentini, A., & Déclat, D. (2006). Palm: A computational framework for assembling high-performance computing applications. *Concurrency and Computation: Practice and experience*, 18(2), 231–245.
- Culick, F.E.C. (1966). Acoustic oscillations in solid propellant rocket chambers. *Astronautica Acta*, 12(2), 113–126.
- Dotson, K.W., & Sako, B.H. (2004). An investigation of propulsion-structure interaction in solid rocket motors. 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 11–14 July 2004, Fort Lauderdale, Florida, AIAA Paper No. 2004-4183.
- Fabignon, Y., Dupays, J., Avalon, G., Vuillot, F., Lupoglazoff, N., Casalis, G., & Prevost, M. (2003). Instabilities and pressure oscillations in solid rocket motors. *Aerospace Science and Technology*, 7(3), 191–200.
- Farhat, C., Degand, C., Koobus, B., & Lesoinne, M. (1998). Torsional springs for two-dimensional dynamic unstructured fluid meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 163(1–4), 231–245.
- Farhat, C., & Lesoinne, M. (1996). On the accuracy, stability, and performance of the solution of three dimensional nonlinear transient aeroelastic problems by partitioned procedures. Proceedings of the 37th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and materials Conference, 18–19 April 1996, Salt lake City, Utah, AIAA Paper No. 96-1388.
- Flandro, G.A. (1986). Vortex driving mechanism in oscillatory rocket flows. *Journal of Propulsion and Power*, 2(3), 206–214.
- Giordano, J., Jourdan, G., Burtschell, Y., Medale, M., Zeitoun, D.E., & Houas, L. (2005). Shock wave impacts on deforming panel, an application of fluid-structure interaction. *Shock Waves*, 14(1), 103–110.
- Hijlkema, J. Prévost, M., & Casalis, G. (2011). On the importance of reduced scale Ariane 5 P230 solid rocket motor models in the comprehension and prevention of thrust oscillations. *CEAS Space Journal*, 1(1), 99–107.
- Hughes, T.J.R. (1987). *The finite element method: Linear static and dynamic finite element analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Kourta, A. (1996a). Acoustic-mean flow interaction and vortex shedding in solid rocket motors. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 22(6), 449–465.
- Kourta, A. (1996b). Vortex shedding in segmented solid rocket motors. *Journal of Propulsion and Power*, 12(2), 371–376.

- Lesoinne, M., & Farhat, C. (1993). *Stability analysis of dynamic meshes for transient aeroelastic computations*. 11th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, 6–9 July 1993, Orlando, Florida, AIAA Paper No. 93–3325.
- Lesoinne, M., & Farhat, C. (1996). Geometric conservation laws for flow problems with moving boundaries and deformable meshes, and their impact on aeroelastic computations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 134(1–2), 71–90.
- Lupoglazoff, N., & Vuillot, F. (1996). *Parietal vortex shedding as a cause of instability for long solid propellant motors numerical simulations and comparisons with firing tests*. Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales (ONERA), 92-Chatillon (France).
- Nicoud, F., Benoit, L., Sensiau, C., & Poinso, T. (2007). Acoustic modes in combustors with complex impedances and multidimensional active flames. *AIAA Journal*, 45(2), 426.
- Nielsen, E.J., & Anderson, W.K. (2002). Recent improvements in aerodynamic design optimization on unstructured meshes. *AIAA Journal*, 40(6), 1155–1163.
- Piperno, S., & Farhat, C. (2001). Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems-Part II: Energy transfer analysis and three-dimensional applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(24–25), 3147–3170.
- Piperno, S., Farhat, C., & Larroutou, B. (1995). Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems Part I: Model problem, theory and two-dimensional application. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 124(1–2), 79–112.
- Schmitt, P., Poinso, T., Schuermans, B., & Geigle, K.P. (2007). Large-eddy simulation and experimental study of heat transfer, nitric oxide emissions and combustion instability in a swirled turbulent high-pressure burner. *Journal of Fluid Mechanics*, 570, 17–46.
- Schoenfeld, T., & Rudyard, M. (1999). Steady and unsteady flow simulations using the hybrid flow solver AVBP. *AIAA Journal*, 37(11), 1378–1385.
- Vuillot, F. (1995). Vortex-shedding phenomena in solid rocket motors. *Journal of Propulsion and Power*, 11(4), 626–639.
- Wasistho, B., Fiedler, R., Namazifard, A., & McIay, C. (2006). Numerical study of turbulent flow in SRM with protruding inhibitors. *Urbana*, 51, 61801.

Bibliographie

- [1] KM Aaron and FEC Culick. Coupled vortex shedding and acoustic resonances in a duct. In *22nd JANNAF Combustion Meeting*, volume 1, pages 161–171, 1985. cité p. [28](#)
- [2] W.K. Anderson and V. Venkatakrisnan. Aerodynamic design optimization on unstructured grids with a continuous adjoint formulation. *Computers & Fluids*, 28(4) :443–480, 1999. cité p. [52](#)
- [3] J. Anthoine. *Experimental and Numerical Study of Aeroacoustic Phenomena in Large Solid Propellant Boosters : With Application to the Ariane 5 Solid Rocket Motor*. Von Karman Inst. for Fluid Dynamics, 2000. cité p. [28](#), [140](#)
- [4] J. Anthoine. Experimental study of passive control and inhibitor flexibility on pressure oscillations in large srm. *AIAA Paper*, (2003-4671), 2003. cité p. [31](#), [104](#)
- [5] S. Apte and V. Yang. Unsteady flow evolution in porous chamber with surface mass injection, part 1 : Free oscillation. *AIAA journal*, 39(8) :1577–1630, 2001. cité p. [31](#)
- [6] SV Apte and V. Yang. A large-eddy simulation study of transition and flow instability in a porous-walled chamber with mass injection. *Journal of Fluid Mechanics*, 477 :215–225, 2003. cité p. [31](#)
- [7] C. Bacon and J. Pouyet. *Mécanique des solides déformables*. Hermès science, 2000. cité p. [79](#)
- [8] S. Ballereau, F. Godfroy, S. Gallier, O. Orlandi, J. Thepenier, E. Robert, and N. Cesco. Evaluation method of thrust oscillations in large srm—application to segmented srm’s. *AIAA Paper*, (2011-6054), 2011. cité p. [26](#), [31](#)
- [9] S. Ballereau, F. Godfroy, JF Guery, and D. Ribereau. Assessment on analysis and prediction method applied on thrust oscillations of ariane 5 solid rocket motor. *AIAA Paper*, (2003-4675), 2003. cité p. [9](#), [26](#), [28](#), [31](#), [32](#), [92](#), [130](#)
- [10] JT BATINA. Unsteady euler airfoil solutions using unstructured dynamic meshes. *AIAA journal*, 28(8) :1381–1388, 1990. cité p. [52](#)

- [11] T. Belytschko, W.K. Liu, B. Moran, et al. *Nonlinear finite elements for continua and structures*, volume 26. Wiley New York, 2000. cité p. [41](#)
- [12] L. Benoit and F. Nicoud. Numerical assessment of thermo-acoustic instabilities in gas turbines. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 47 :849–855, 2005. cité p. [30](#)
- [13] J. Bonet. Large strain viscoelastic constitutive models. *International journal of solids and structures*, 38(17) :2953–2968, 2001. cité p. [127](#)
- [14] J. Bonet and R.D. Wood. *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis*. Cambridge university press, 1997. cité p. [65](#)
- [15] C.L. Bottasso, D. Detomi, and R. Serra. The ball-vertex method : a new simple spring analogy method for unstructured dynamic meshes. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 194(39) :4244–4264, 2005. cité p. [52](#)
- [16] RS Brown, AM Blackner, PG Willoughby, and R. Dunlap. Coupling between acoustic velocity oscillations and solid propellant combustion. Technical report, DTIC Document, 1986. cité p. [9](#)
- [17] RS Brown, R. Dunlap, SW Young, and RC Waugh. Vortex shedding as a source of acoustic energy in segmented solid rockets. *J. of Spacecraft and Rockets*, 18(4) :312–319. cité p. [26](#), [27](#)
- [18] W.G. Brownlee and F.E. Marble. *An experimental investigation of unstable combustion in solid propellant rocket motors*. Number 1. Academic Press, 1960. cité p. [8](#), [26](#)
- [19] G. Casalis, G. Avalon, and J.P. Pineau. Spatial instability of planar channel flow with fluid injection through porous walls. *Physics of Fluids*, 10 :2558, 1998. cité p. [29](#)
- [20] F. Chedevergne and G. Casalis. Detailed analysis of the thrust oscillations in reduced scale solid rocket motors. *AIAA Paper*, 4424 :2006, 2006. cité p. [29](#)
- [21] D. Couton, F. Plourde, and S. Doan-Kim. Cold gas simulation of a solid propellant rocket motor. *AIAA journal*, 34(12) :2514–2522, 1996. cité p. [28](#)
- [22] F.E.C. Culick. Acoustic oscillations in solid propellant rocket chambers. *Astronautica Acta*, 12(2) :113–126, 1966. cité p. [8](#), [26](#)
- [23] FEC CULICK. Rotational axisymmetric mean flow and damping of acoustic waves in a solid propellant rocket(rotational axisymmetric mean flow and damping of acoustic waves in solid propellant rocket). *AIAA JOURNAL*, 4 :1462–1464, 1966. cité p. [27](#)
- [24] FEC Culick. A review of calculations for unsteady burning of a solid propellant. *AIAA Journal*, 6(12) :2241–2255, 1968. cité p. [9](#), [27](#)

-
- [25] FEC Culick and K. Magiawala. Excitation of acoustic modes in a chamber by vortex shedding. *Journal of sound and vibration*, 64(3) :455–457, 1979. cité p. 27, 29
- [26] C. Degand and C. Farhat. A three-dimensional torsional spring analogy method for unstructured dynamic meshes. *Computers & structures*, 80(3) :305–316, 2002. cité p. 52
- [27] P. Della Pietra, F. Godfroy, and J.F. Guery. Couplage fluide/structure applique en propulsion spatiale. In *XVeme Congres Francais de Mecanique*, 2001. cité p. 32, 92, 128, 130, 134
- [28] C. Dobrzynski. *Adaptation de Maillage anisotrope 3D et application à l'aéro-thermique des bâtiments*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2005. cité p. 56
- [29] C. Dobrzynski and P. Frey. Anisotropic delaunay mesh adaptation for unsteady simulations. *Proceedings of the 17th international Meshing Roundtable*, pages 177–194, 2008. cité p. 55
- [30] J. Donea. Arbitrary lagrangian eulerian methods. *Computational methods for transient analysis*, 1, 1983. cité p. 38
- [31] KW Dotson, S. Koshigoe, and KK Pace. Vortex shedding in a large solid rocket motor without inhibitors at the segment interfaces. *Journal of propulsion and power*, 13(2) :197–206, 1997. cité p. 8
- [32] K.W. Dotson and B.H. Sako. An investigation of propulsion-structure interaction in solid rocket motors. *AIAA Paper*, (2004-4183), 2004. cité p. 9, 31, 123
- [33] I.S. Duff and J.K. Reid. The multifrontal solution of indefinite sparse symmetric linear. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 9(3) :302–325, 1983. cité p. 70
- [34] R. Dunlap and RS Brown. Exploratory experiments on acoustic oscillations driven by periodic vortex shedding. *AIAA Journal*, 19 :408, 1981. cité p. 27, 28, 29
- [35] J. Dupays, M. Prevost, P. Tarrin, and F. Vuillot. Effects of particulate phase on vortex shedding driven oscillations in solid rocket motors. *AIAA Paper*, (96-3248), 1996. cité p. 28, 29
- [36] A. Espace. Ariane 5-user's manual. cité p. 7
- [37] GODFROY F., BRIAND R., GALLIER S., and ORLANDI O. Note de synthèse des travaux sme sur le couplage vsp/particules. Rapport technique SME N°686/2004/SME/DPS/CEP, SME, 2004. cité p. 31
- [38] Y. Fabignon, J. Dupays, G. Avalon, F. Vuillot, N. Lupoglazoff, G. Casalis, and M. Prévost. Instabilities and pressure oscillations in solid rocket motors. *Aerospace science and technology*, 7(3) :191–200, 2003. cité p. 27, 30, 132
-

- [39] T. Fanion, M. Fernández, and P. Le Tallec. Deriving adequate formulations for fluid-structure interaction problems : from ale to transpiration. *Revue Européenne des éléments finis*, 9(6-7) :681–708, 2000. cité p. [43](#)
- [40] C. Farhat, C. Degand, B. Koobus, and M. Lesoinne. Torsional springs for two-dimensional dynamic unstructured fluid meshes. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 163(1) :231–245, 1998. cité p. [52](#)
- [41] C. Farhat, P. Geuzaine, and C. Grandmont. The discrete geometric conservation law and the nonlinear stability of ale schemes for the solution of flow problems on moving grids. *Journal of Computational Physics*, 174(2) :669–694, 2001. cité p. [50](#)
- [42] C.A. Felippa, KC Park, and C. Farhat. Partitioned analysis of coupled mechanical systems. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 190(24) :3247–3270, 2001. cité p. [43](#)
- [43] D.A. Field. Laplacian smoothing and delaunay triangulations. *Communications in applied numerical methods*, 4(6) :709–712, 1988. cité p. [53](#)
- [44] WN Findley, JS Lai, and K. Onaran. Creep and relaxation of nonlinear viscous materials, 1976. cité p. [125](#)
- [45] GA Flandro. Vortex driving mechanism in oscillatory rocket flows. *Journal of Propulsion and Power*, 2(3) :205–214, 1986. cité p. [29](#)
- [46] GA Flandro and HR Jacobs. Vortex generated sound in cavities. *AIAA paper*, 73 :1014, 1973. cité p. [29](#)
- [47] P.J. Frey and F. Alauzet. Anisotropic mesh adaptation for cfd computations. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 194(48) :5068–5082, 2005. cité p. [55](#)
- [48] S. Gallier and F. Godfroy. Aluminum combustion driven instabilities in solid rocket motors. *Journal of propulsion and power*, 25(2) :509, 2009. cité p. [31](#)
- [49] S. Gallier, F. Godfroy, and F. Plourde. Computational study of turbulence in a subscale solid rocket motor. In *40 th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, 2004. cité p. [31](#)
- [50] S.A. Gershgorin. Uber die abgrenzung der eigenwerte einer matrix. *Bulletin de l'Académie des Sciences de l'URSS*, 7-ième série, classe des sciences math. et nat.(6) :749–754, 1931. cité p. [54](#)
- [51] J. Giordano, G. Jourdan, Y. Burtschell, M. Medale, DE Zeitoun, and L. Houas. Shock wave impacts on deforming panel, an application of fluid-structure interaction. *Shock Waves*, 14(1) :103–110, 2005. cité p. [67](#)

-
- [52] J. Griffond. *Instabilité pariétale et accrochage aéroacoustique dans les conduits à parois débitantes simulant les moteurs à propergol solide d'Ariane 5*. PhD thesis, Thesis dissertation, ENSAE, 2001. cité p. 31
- [53] J. Griffond, G. Casalis, and J.P. Pineau. Spatial instability of flow in a semiinfinite cylinder with fluid injection through its porous walls. *European journal of mechanics. B, Fluids*, 19(1) :69–87, 2000. cité p. 29
- [54] M. Heil, A.L. Hazel, and J. Boyle. Solvers for large-displacement fluid–structure interaction problems : segregated versus monolithic approaches. *Computational Mechanics*, 43(1) :91–101, 2008. cité p. 43
- [55] B.T. Helenbrook. Mesh deformation using the biharmonic operator. *International journal for numerical methods in engineering*, 56(7) :1007–1021, 2003. cité p. 53
- [56] LR HERRMANN. Elasticity equations for incompressible and nearly incompressible materials by a variational theorem (variational theorem that is equivalent to elastic field equations for incompressible and nearly incompressible materials). *AIAA JOURNAL*, 3 :1896–1900, 1965. cité p. 66
- [57] M.R. Hestenes and E. Stiefel. Methods of conjugate gradients for solving linear systems, 1952. cité p. 55
- [58] J. Hijlkema, M. Prevost, and G. Casalis. On the importance of reduced scale ariane 5 p230 solid rocket motor models in the comprehension and prevention of thrust oscillations. *CEAS Space Journal*, 1(1) :99–107, 2011. cité p. 87
- [59] C. Hirsch. Finite volume method and conservative discretization with an introduction to finite element method. In *Numerical Computation of internal & external flows : Fundamentals of Computational Fluid Dynamics, second edition*, chapter 5, pages 203–248. John Wiley & Sons, New York, 2007. cité p. 49
- [60] C.M. Ho and P. Huerre. Perturbed free shear layers. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 16(1) :365–422, 1984. cité p. 28
- [61] M.S. Howe. *Theory of vortex sound*, volume 33. Cambridge University Press, 2002. cité p. 104, 140
- [62] BM IRONS. A frontal solution program for finite element analysis (frontal solution program for symmetric positive definite equations met in finite element applications). *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING*, 2 :5–32, 1970. cité p. 70
- [63] P. Kuentzmann. Combustion instabilities. *ONERA, TP*, (1991-149), 1991. cité p. 9, 30
-

- [64] P. D. Lax and B. Wendroff. Difference schemes for hyperbolic equations with high order of accuracy. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 17 :381–398, 1964. cité p. [49](#)
- [65] P. Le Breton, JF Guéry, F. Vuillot, and M. Prévost. Recent advances in the prediction of srm thrust oscillations. *Tiré à part- Office national d'études et de recherches aérospatiales*. cité p. [28](#)
- [66] P. Le Tallec. Numerical methods for nonlinear three-dimensional elasticity. *Handbook of numerical analysis*, 3 :465–622, 1994. cité p. [64](#)
- [67] E. Lefrançois. A simple mesh deformation technique for fluid–structure interaction based on a submesh approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 75(9) :1085–1101, 2008. cité p. [53](#)
- [68] E. Lefrançois and J.P. Boufflet. An introduction to fluid-structure interaction : application to the piston problem. *SIAM review*, 52(4) :747–767, 2010. cité p. [72](#)
- [69] M. Lesoinne and C. Farhat. Geometric conservation laws for flow problems with moving boundaries and deformable meshes, and their impact on aeroelastic computations. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 134(1) :71–90, 1996. cité p. [50](#)
- [70] M. Lesoinne and C. Farhat. Higher-order subiteration-free staggered algorithm for nonlinear transient aeroelastic problems. *AIAA journal*, 36(9) :1754–1757, 1998. cité p. [78](#)
- [71] M.J. Lighthill. On sound generated aerodynamically. i. general theory. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 211(1107) :564–587, 1952. cité p. [104](#), [133](#), [143](#)
- [72] N. Lupoglazoff and F. Vuillot. Parietal vortex shedding as a cause of instability for long solid propellant motors : numerical simulations and comparisons with firing tests. *AIAA Paper*, (96-0761), 1996. cité p. [29](#)
- [73] G.A. Markou, Z.S. Mouroutis, D.C. Charmpis, and M. Papadrakakis. The ortho-semi-torsional (ost) spring analogy method for 3d mesh moving boundary problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(4) :747–765, 2007. cité p.
- [74] B. Mohammadi and O. Pironneau. *Applied shape optimization for fluids*. Oxford University Press, USA, 2001. cité p. [53](#)
- [75] M. Mooney. A theory of large elastic deformation. *Journal of Applied Physics*, 11(9) :582–592, 1940. cité p. [66](#)
- [76] CL Morfey. Sound attenuation by small particles in a fluid. *Journal of Sound and Vibration*, 8(1) :156–170, 1968. cité p. [31](#)

-
- [77] V. Moureau. *Simulation aux grandes échelles de l'aérodynamique interne des moteurs à piston*. Phd thesis, Ecole Centrale Paris, 2004. cité p. 51
- [78] V. Moureau, G. Lartigue, Y. Sommerer, C. Angelberger, O. Colin, and T. Poinso. Numerical methods for unsteady compressible multi-component reacting flows on fixed and moving grids. *Journal of Computational Physics*, 202(2) :710–736, 2005. cité p. 47
- [79] N.M. Newmark. A method of computation for structural dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 85(3) :67–94, 1959. cité p. 67
- [80] I. Newton. *Philosophiae naturalis principia mathematica*. sumptibus Societatis, 1714. cité p. 13
- [81] F. Nicoud. Hemodynamic changes induced by stenting in elastic arteries. *Center for turbulence research annual research briefs*, 2002. cité p. 58
- [82] F. Nicoud, L. Benoit, C. Sensiau, and T. Poinso. Acoustic modes in combustors with complex impedances and multidimensional active flames. *AIAA journal*, 45(2) :426, 2007. cité p. 96
- [83] C.S. Peskin. The immersed boundary method. *Acta Numerica*, pages 479–517, 2002. cité p. 43
- [84] S. Piperno and C. Farhat. Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems-Part II : Energy transfer analysis and three-dimensional applications. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 190(24-25) :3147–3170, 2001. cité p. 43, 67, 73, 76, 133
- [85] S. Piperno, C. Farhat, and B. Larrouturou. Partitioned procedures for the transient solution of coupled aroelastic problems Part I : Model problem, theory and two-dimensional application. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 124(1-2) :79–112, 1995. cité p. 43, 73, 75
- [86] M. Prévost, Y. Dommée, and J. Maunoury. Programme pop. résultats de la campagne lp6. essais n° 28/00 et 29/00. Technical Report RTF 3/00590.07 DMAE, Département Modeles pour l'Aérodynamique et l'Energétique, Août 2000. cité p. 99
- [87] M. Prevost, JC Godon, and O. Innegraeve. Thrust oscillations in reduced scale solid rocket motors, part i : experimental investigations. In *41 st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, pages 1–12, 2005. cité p. 29
- [88] M. Prévost, F. Vuillot, and JC Traineau. Vortex shedding driven oscillations in subscale motors for the ariane 5 mps p230. *AIAA Paper*, (96-3247), 1996. cité p. 28
- [89] B.J.W.S. Rayleigh. *The theory of sound*, volume 2. Macmillan, 1896. cité p. 30
- [90] O. Reynolds. The sub-mechanics of the universe. 1903. cité p. 41
-

- [91] D. Ribéreau, JF Guéry, and P. Le Breton. Numerical simulation of thrust oscillations of ariane 5 solid rocket boosters. *Space Solid Propulsion*, 2000. cité p. [28](#)
- [92] J. RICHARD, T. MOREL, and F. NICOUD. Effect of the fluid-structure interaction on solid rocket motors instabilities. *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 2012. cité p. [133](#)
- [93] SW Rienstra and A. Hirschberg. An introduction to acoustics. *Eindhoven University of Technology*, 2001. cité p. [104](#)
- [94] S.W. Rienstra and A. Hirschberg. An introduction to acoustics. *Eindhoven University of Technology*, 2003. cité p. [140](#)
- [95] RS Rivlin. Large elastic deformations of isotropic materials. iv. further developments of the general theory. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 241(835) :379–397, 1948. cité p. [66](#)
- [96] M. Rudgyard. Cell vertex methods for steady inviscid flow. In Von Karman Institute for Fluid Dynamics, editor, *Lectures Series 1993-04*, volume 1993-04. Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1993. cité p. [51](#)
- [97] M. A. Rudgyard. *Cell Vertex methods for compressible gas flows*. Phd thesis, Oxford University Computing Laboratory, 1990. cité p. [51](#)
- [98] P.J. Schmid. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data. *Journal of Fluid Mechanics*, 656(1) :5–28, 2010. cité p. [133](#), [137](#)
- [99] PJ Schmid, L. Li, MP Juniper, and O. Pust. Applications of the dynamic mode decomposition. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 25(1) :249–259, 2011. cité p. [137](#)
- [100] P. Schmitt. *Simulation aux grandes échelles de la combustion étagée dans les turbines à gaz et son interaction stabilité-polluants-thermique*. Phd thesis, INP Toulouse, 2005. cité p. [47](#)
- [101] T. Schoenfeld, C. Angelberger, J.-Ph. Légier, and S. Ducruix. Numerical simulation of compressible reactive flows on unstructured grids. In *37th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, pages AIAA Paper 1999–0414, Reno, USA, January 11-14 1999. cité p. [47](#)
- [102] T. Schønfeld and M. Rudgyard. A cell-vertex approach to local mesh refinement for the 3-d euler equations. In AIAA-94-0318, editor, *32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Reno, U.S.A., 1994. AIAA. cité p. [51](#)
- [103] T. Schønfeld and M. Rudgyard. Steady and unsteady flows simulations using the hybrid flow solver avbp. *AIAA Journal*, 37(11) :1378–1385, 1999. cité p. [47](#)

-
- [104] A. Sengissen, J. F. Van Kampen, R. Huls, G. Stoffels, J. B. W. Kok, and T. Poinsot. Les and experimental studies of cold and reacting flows in a swirled partially premixed burner with and without fuel modulation. *Combustion and Flame*, 150 :40–53, 2007. cité p. [47](#)
- [105] C. Sensiau. *Simulations numériques des instabilités thermoacoustiques dans les chambres de combustion aéronautiques-TH*. PhD thesis, PhD thesis, Université de Montpellier II, 2008. cité p. [96](#)
- [106] M. Simoes. *Modélisation eulérienne de la phase dispersée dans les moteurs à propergol solide, avec prise en compte de la pression particulaire*. PhD thesis, 2006. cité p. [9](#), [31](#), [88](#)
- [107] G. Staffelbach, G. Boudier, N. Lamarque, C. Sensiau, L.Y.M. Gicquel, and T. Poinsot. Azimuthal thermo-acoustic stability of a full gas turbine combustion chamber using large-eddy simulations. In *11th CEAS-ASC Workshop of X3-Noise*, Lisbon, Portugal, September 27-28 2007. cité p. [30](#)
- [108] J.L. Steger and J.A. Benek. On the use of composite grid schemes in computational aerodynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 64(1) :301–320, 1987. cité p. [43](#)
- [109] G. Taylor and G. Taylor. Fluid flow in regions bounded by porous surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 234(1199) :456–475, 1956. cité p. [27](#)
- [110] R.L. Taylor, K.S. Pister, and L.R. Herrmann. On a variational theorem for incompressible and nearly-incompressible orthotropic elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 4(9) :875–883, 1968. cité p. [66](#)
- [111] S. Temkin and R.A. Dobbins. Attenuation and dispersion of sound by particulate-relaxation processes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 40(2) :317–324, 1966. cité p. [31](#)
- [112] PD Thomas and CK Lombard. The geometric conservation law—a link between finite-difference and finite-volume methods of flow computation on moving grid. *AIAA paper*, (78-1208), 1978. cité p. [50](#)
- [113] JC Traineau, M. Prévost, F. Vuillot, P. Le Breton, J. Cuny, N. Preioni, and R. Bec. A subscale test program to assess the vortex shedding driven instabilities in segmented solid rocket motors. *AIAA Paper*, (97-3247), 1997. cité p. [28](#)
- [114] C. Tzikang. Determining a prony series for a viscoelastic material from time varying strain data. 2000. cité p. [127](#)
- [115] VN Varapaev and VI Yagodkin. Flow stability in a channel with porous walls. *Fluid Dynamics*, 4(5) :60–62, 1969. cité p. [29](#)
-

- [116] M.A.F. Varela. Modèles simplifiés d'interaction fluide-structure. *Université Paris IX Dauphine*,(200), 2001. cité p. [43](#)
- [117] J. Vetel. *Interaction des structures pariétales sur le développement instationnaire d'écoulements cisailés en milieu confiné : rôle de l'injection différentielle*. PhD thesis, 2001. cité p. [28](#)
- [118] F. Vuillot. Vortex-shedding phenomena in solid rocket motors. *Journal of Propulsion and Power*, 11(4) :626–639, 1995. cité p. [29](#)
- [119] F. Vuillot and G. Casalis. Motor flow instabilities-part 1. Technical report, DTIC Document, 2004. cité p. [132](#)
- [120] F. Vuillot and N. Lupoglazoff. Combustion and turbulent flow effects in 2d unsteady navier-stokes simulations of oscillatory rocket motors. *AIAA*, 96 :0884, 1996. cité p. [30](#)
- [121] F. Vuillot, JC Traineau, M. Prevost, and N. Lupoglazoff. Experimental validation of stability assessment methods for segmented solid propellant motors. In *Joint Propulsion Conference and Exhibit*, volume 1, 1993. cité p. [28](#)
- [122] B. Wasistho, R. Fiedler, A. Namazifard, and C. Mclay. Numerical study of turbulent flow in srm with protruding inhibitors. *AIAA Paper*, (2006-4589), July 2006. cité p. [9](#), [32](#), [92](#)
- [123] P. Wolf, R. Balakrishnan, G. Staffelbach, L.Y.M. Gicquel, and T. Poinso. Using LES to study reacting flows and instabilities in annular combustion chambers. *Flow, Turbulence and Combustion*, To appear(Online First 15 September), 2013. cité p. [30](#)
- [124] H. Zhang, M. Reggio, JY Trepanier, and R. Camarero. Discrete form of the gcl for moving meshes and its implementation in cfd schemes. *Computers & fluids*, 22(1) :9–23, 1993. cité p. [50](#)