

UNIVERSITÉ MONTPELLIER II

École Doctorale I2S

Thèse de Doctorat

Discipline : Mathématiques Appliquées

Bruno TAYLLAMIN

Évaluation d'une méthode de Frontières
Immergées pour les Simulations Numériques
d'Écoulements Cardiovasculaires

Thèse dirigée par Franck NICOUD

Soutenue le 27 novembre 2012

Jury :

Marc Thiriet (*Rapporteur*)

Laurent Gicquel (*Rapporteur*)

Bruno Koobus (*Examineur*)

Franck Jourdan (*Examineur*)

Ramiro Moreno (*Examineur*)

Franck Nicoud (*Directeur de thèse*)

Résumé : L'approche la plus courante en Mécanique des Fluides Numérique pour réaliser les simulations d'écoulement cardiovasculaire consiste à utiliser des méthodes numériques body-fitted. Ces méthodes ont permis d'obtenir des simulations d'écoulement sanguin dans les artères qui sont précises et utiles. Toutefois, la génération du maillage body-fitted est une tâche qui demande beaucoup de temps et d'expertise à l'utilisateur.

Les méthodes de Frontières Immergées sont des méthodes numériques alternatives qui ont l'avantage d'être plus simples d'emploi car elles ne requièrent aucune tâche de maillage de la part de l'utilisateur. Le travail présenté ici vise à évaluer le potentiel d'une méthode de Frontières Immergées à réaliser des simulations d'écoulement cardiovasculaire.

Ce travail s'attache, dans un premier temps, à décrire les capacités de cette méthode numérique à rendre compte de l'imperméabilité et de la mobilité des parois sur des cas relativement simples mais représentatifs d'écoulements cardiovasculaires. Ensuite, des applications de la méthode à des cas d'écoulement cardiovasculaire plus complexes sont montrées. Il s'agira d'abord d'une simulation de l'écoulement dans un modèle rigide d'artère aorte. Puis, la simulation d'un écoulement à l'intérieur d'un ventricule cardiaque à paroi mobile sera montrée.

Mots clés : Écoulements cardiovasculaires, Mécanique des Fluides Numérique, Frontières Immergées, Imagerie Fonctionnelle

Thèse préparée dans le cadre du projet OCFIA à l'Université Montpellier II

Institut de Mathématiques et de Modélisation de Montpellier

cc 51 - Place Eugène Bataillon

F-34095 MONTPELLIER cedex 5

Evaluation of an Immersed Boundary Method for Numerical Simulations of Cardiovascular Flow

Abstract : The most common approach in Computational Fluid Dynamics (CFD) for simulating blood flow into vessel is to make use of a body-fitted method. This approach has lead to accurate and useful simulations of blood flow into arteries. However, generation of the body-fitted grid is time consuming and requires from the user an engineering knowledge.

The Immersed Boundary Method has emerged as an alternate method which does not require from the user any grid generation task. Simulations are done on a structured Cartesian grid which can be automatically generated. Here we address the question of the capability of an Immersed Boundary Method to cope with cardiovascular flow simulations.

In particular, we assess the impermeable and moving properties of the wall when using the Immersed Boundary Method on simple but relevant vascular flow cases. Then, we show more complex and realistic cardiovascular flow simulations. The first application consists of blood flow simulation inside an aorta cross model. Then, the simulation of blood flow inside a cardiac ventricle with moving wall is shown.

Keywords : Cardiovascular Flow, CFD, Immersed Boundary Method, Functional Imaging

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier le Pr. Franck Nicoud pour m'avoir confié ce travail de thèse et pour l'avoir dirigé pendant ces quatre années. Son encadrement et ses connaissances scientifiques ont rendu possible l'accomplissement de ce travail. Je tiens ensuite à remercier l'ensemble des membres du projet de recherche OCFIA, et plus particulièrement R. Moreno et M. Chau, ainsi que S. Mendez pour leur aide et collaboration à la réalisation de ce travail. Mes remerciements vont également aux différents stagiaires qui y ont participé.

Je remercie M. Marc Thiriet et M. Laurent Gicquel pour avoir accepté la tâche considérable de rapporter sur ce travail. Je les remercie aussi, ainsi que M. Bruno Koobus, M. Franck Jourdan, et M. Ramiro Moreno, pour l'honneur qu'ils me font de participer au jury.

Je tiens également à remercier les secrétaires et personnels administratif du laboratoire pour leur aide dans toutes les démarches liées à la thèse. Mes remerciements s'adressent aussi aux amis rencontrés au laboratoire au cours de cette thèse pour leur bonne humeur et pour les bons moments passés ensemble. Enfin, je remercie tous mes proches pour leur soutien constant.

Table des matières

1	Introduction	7
1.1	Contexte Biomécanique	7
1.2	Les méthodes de simulation numérique les plus courantes utilisées en biomécanique cardiovasculaire	13
1.3	Une alternative aux méthodes numériques BF: les Frontières im- mergées	16
1.4	Organisation du manuscrit	27
2	Imagerie fonctionnelle [TMN⁺09]	31
2.1	Introduction	32
2.2	Methodology	34
2.2.1	Geometry acquisition	35
2.2.2	Moving mesh	36
2.2.3	Hemodynamic data	37
2.2.4	Numerical method	38
2.3	Numerical results	39
2.4	Conclusion	43

3	Une Méthode IB pour la chaine d'imagerie fonctionnelle OCFIA	48
3.1	Introduction	48
3.2	Équations de la mécanique des fluides	48
3.3	Méthode numérique	50
3.4	Maillage cartésien décalé	52
3.5	Frontières Immergées	53
3.5.1	Fonction distance	53
3.5.2	Conditions limites aux parois solides	56
3.6	Intégration des méthodes de Frontières immergées à la chaine OCFIA	69
3.6.1	Génération de la fonction distance ϕ	70
3.6.2	Vitesse à la paroi	70
4	Validation	73
4.1	Ecoulement (3D) dans une artère sténosée	73
4.1.1	Le solveur BF YALES2	73
4.1.2	Configuration	74
4.1.3	Résultats	76
4.2	Ecoulement (2D) généré par une paroi mobile	88
4.2.1	Configuration	88
4.2.2	Résultats	91
5	Ecoulements physiologiques	92
5.1	Ecoulement (3D) pulsé dans un modèle in-vitro de crosse aortique humaine	92
5.1.1	Configuration	92
5.1.2	Résultats	94

5.2	Ecoulement (3D) généré dans le ventricule gauche d'un patient . . .	98
5.2.1	Acquisition et traitement des données médicales	98
5.2.2	Configuration de la simulation numérique	100
5.2.3	Résultats	103
6	Conclusion générale	115
6.1	Conclusion	115
6.2	Limites et perspectives	119

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte Biomécanique

Les maladies cardio-vasculaires constituent l'une des causes les plus importantes de mortalité dans le monde. On peut citer, pour les plus connues, les arythmies ou encore l'insuffisance cardiaque, qui sont des maladies touchant le cœur. Quant aux artères, parmi les maladies les plus courantes, on peut citer les anévrismes et l'athérosclérose.

De nombreux facteurs, agissant à différentes échelles, semblent impliqués dans le développement de ces maladies. Par exemple, de nombreuses études attestent le rôle crucial des processus d'inflammation, se déroulant à une échelle cellulaire, sur le développement de l'athérosclérose chez l'homme [TH09, LRH11, Ros99]. Dans le même temps, il a été montré l'importance de facteurs plus macroscopiques comme les facteurs hémodynamiques, pression et vitesse de l'écoulement sanguin, sur le développement de ces maladies. Par exemple l'hypertension est l'un des facteurs, directement lié à la pression sanguine, qui semble impliqué dans l'apparition de

l'athérosclérose [TH09, LRH11]. Certaines quantités hémodynamiques dérivées de la vitesse, tel que les frottements pariétaux (WSS), semblent également jouer un rôle important dans le développement de cette maladie [CFGS69, TH09].

L'hémodynamique est d'un intérêt tout particulier lorsqu'il s'agit de diagnostiquer et de caractériser la sévérité des maladies cardio-vasculaires. Il est proposé que les caractéristiques hémodynamiques soient en effet déterminantes pour estimer le risque de rupture des plaques d'athérosclérose ou des anévrismes [TH09, SOT⁺04].

Les différentes techniques de mesure des quantités hémodynamiques qui ont été développées, sont, dans ce contexte, d'un intérêt tout particulier. Tout d'abord, la pression sanguine intravasculaire peut être mesurée de façon directe en insérant dans l'artère du patient un cathéter muni d'un capteur de pression [Ku97]. Cette technique est d'un bénéfice relativement limité : elle est invasive, et, dans la mesure où le cathéter perturbe physiquement l'écoulement, peu représentative des conditions réelles de l'écoulement. Différentes techniques, non invasives, de mesure indirecte de la pression ont également été développées [VRDB⁺08, Pen92] mais elles ne permettent pas d'obtenir une mesure de la pression intravasculaire locale. Les techniques de mesure indirecte par imagerie médicale, essentiellement l'échographie à effet Doppler et la vélocimétrie par contraste de phase en IRM [Mor07, Ku97, Seg10], sont quant à elles plus largement utilisées mais là encore les mesures obtenues sont incomplètes et relativement imprécises : la vitesse de l'écoulement ainsi que les quantités dérivées telles que les frottements pariétaux sont obtenues avec des marges d'erreur relativement importantes, et la pression pariétale ne peut pas être mesurée.

D'un autre côté l'association de techniques de mesure physique et de simulation numérique en mécanique des fluides (CFD) s'est montrée fructueuse, dans des

contextes très variés, pour caractériser de façon précise et complète l'écoulement d'un fluide dans une géométrie complexe. L'association de la CFD aux techniques de mesure par imagerie médicale a donc naturellement été investiguée dans le but de caractériser précisément et de façon complète l'écoulement du sang dans l'artère ou le cœur du patient [Mor07, TH09, TS10, SOT⁺04, WWG01]. Une nouvelle voie s'ouvre dans le diagnostic et la prédiction des maladies cardio-vasculaires.

Cette combinaison d'imagerie et de CFD pour la biomécanique cardiovasculaire a un potentiel d'autant plus fort qu'elle s'appuie sur les nombreuses avancées réalisées en CFD dans le domaine des écoulements vasculaires. En effet, depuis plusieurs décennies maintenant, les simulations numériques (CFD) d'écoulements vasculaires n'ont cessé d'évoluer vers plus de complexité et incorporent de plus en plus de phénomènes physiologiques. Les simulations les plus basiques, qui relèvent aujourd'hui plutôt d'un exercice académique, concernent les écoulements dans un tube rigide, modèle idéalisé d'une artère, et dont les solutions analytiques ont été proposées par Poiseuille (1844) pour le régime stationnaire et par Womersley [Wom55] pour le régime d'écoulement pulsé. Des géométries plus complexes ont ensuite été prises en compte. Par exemple, certaines études [Thi08, CT85, PNP91] se sont focalisées sur les écoulements dans des tubes rigides coudés, qui sont des modèles d'artère plus complexes que le simple tube rigide. Dans ces études a été mis en évidence l'importance des écoulements secondaires générés par les courbures (3D) de la géométrie. D'autres géométries complexes ont également été largement étudiées, comme par exemple les bifurcations artérielles, là encore idéalisées [Thi08, TPSH92]. Par ailleurs, les études plus récentes incorporent de plus en plus de modèles complexes du sang, comme les modèles non newtoniens visco-élastiques [Cok80] ou encore rhéofluidifiants [GAVdVJ99, GVdVJ99], en plus

de prendre en compte les géométries complexes et les régimes d'écoulement instationnaire. Toutefois, l'ensemble de ces travaux, basé uniquement sur la CFD, n'incorporent pas de données patient spécifique ; les simulations sont réalisées sur des modèles idéalisés. Bien que les connaissances apportées par ces études soient considérables en ce qui concerne la compréhension générale des écoulements vasculaires, elles sont d'une utilité relativement limitée en ce qui concerne le diagnostic de pathologies chez un patient. Toutefois, combinées aux techniques d'imagerie médicale, qui permettent d'intégrer des données hémodynamiques patient spécifique, les simulations numériques s'étendent aux géométries et régimes d'écoulement patient spécifique.

Cette nouvelle approche a permis d'obtenir des avancées notables dans la compréhension et le diagnostic concernant les pathologies des vaisseaux, essentiellement les artères cérébrales, dont les parois se comportent de façon rigide. Par exemple, Shojima et al. [SOT⁺04] ont utilisé une combinaison imagerie médicale (3D computed tomographic angiography) et CFD pour simuler l'écoulement dans un anévrisme cérébral patient spécifique. Les simulations ont été réalisées sur un nombre important d'anévrismes plus ou moins proches de la rupture. Leurs résultats semblent montrer qu'un pattern particulier du WSS local était associé à la rupture des anévrismes. Autrement dit, la connaissance des facteurs hémodynamiques, permise par l'association imagerie-CFD, pourrait permettre de prédire, en l'occurrence, les ruptures d'anévrisme cérébral. De la même façon, de nombreuses études associant imagerie et simulations numériques s'attachent à identifier les relations entre le WSS et la progression [TYM⁺08] ou la rupture [GGvdL⁺07] des plaques d'athérome chez les patients. Le potentiel de cette association imagerie-CFD pour les artères cérébrales, typiquement, est attesté par

de nombreuses autres études (voir par exemple [Ste02, TS10]).

Une question toujours en débat actuellement en biomécanique cardio-vasculaire concerne la prise en compte des parois mobiles des artères et du cœur. Il semble vraisemblable en effet que les mouvements des parois artérielles puissent avoir une influence non négligeable sur l'hémodynamique. Ceci est particulièrement remarquable lorsque l'on considère l'hémodynamique intraventriculaire : sans prise en compte des mouvements de la paroi ventriculaire, il paraît difficile d'obtenir un écoulement réaliste. Les études visant à prendre en compte la mobilité des parois sont relativement récentes mais de plus en plus nombreuses [TS10]. Une des problématiques actuelles de la biomécanique cardio-vasculaire réside donc dans la prise en compte réaliste du comportement des parois artérielle et cardiaque afin de pouvoir simuler un écoulement sanguin qui soit lui-même réaliste.

De façon générale deux grandes approches ont été développées afin de prendre en compte le comportement des parois mobiles. Dans la première approche, la paroi des vaisseaux est modélisée comme une paroi déformable avec une rhéologie estimée a priori. C'est un couplage fluide-structure qui donne l'interaction entre l'écoulement sanguin et cette paroi déformable. Par exemple Gerbeau et al. [GVF05] ont utilisé ce type d'approche pour simuler un écoulement dans une bifurcation carotidienne et un anévrisme cérébral patient spécifique. Les conditions limites utilisées dans cette étude sont, entre autres et comme expliqué par les auteurs, simples mais peu réalistes d'un point de vue physiologique. L'approche du couplage fluid-structure souffre, en effet, de certaines limites qui peuvent la rendre peu adéquate aux diagnostics patients spécifiques. En premier lieu la rhéologie de la paroi n'est qu'estimée et ne peut donc être patient spécifique. Ensuite, l'interaction est limitée à l'écoulement et la paroi. L'interaction des tis-

sus périvasculaires (muscles, organes, mouvements de la cage thoracique au cours de la respiration, etc...) sur le comportement de la paroi reste une question ouverte [TH09]. Or, les pressions exercées sur la paroi par les tissus environnants, qui ont leur propre inertie, ne sont vraisemblablement pas négligeables. Par exemple, la pression exercée par les tissus entourant les veines a une influence si importante qu'elle est considérée comme l'un des facteurs principaux permettant la circulation veineuse [MH11]. Ce type d'effet échappe aux simulations basées sur une interaction limitée à l'écoulement et à une paroi déformable où ne sont pas pris en compte les tissus périvasculaires. Par ailleurs, même si un modèle suffisamment réaliste des tissus environnants était développé, l'interaction résultante tissus périvasculaires/paroi déformable/écoulement mènerait probablement à un problème numérique relativement complexe, peu enclin à être résolu dans le cadre d'une utilisation médicale.

A l'inverse, l'approche développée dans le cadre du projet OCFIA (Optimized Computational Functional Imaging for Arteries) s'appuie sur des calculs numériques plus simples mais sur une utilisation de l'imagerie médicale plus conséquente. Dans cette approche, les mouvements des parois vasculaires sont mesurés, avec l'utilisation de l'IRM(4D), de façon patient spécifique ; combinées aux mesures de flux sanguin, ces données biomécaniques fournissent des conditions limites instationnaires, respectivement aux parois et aux entrées et sorties du domaine d'écoulement, permettant de calculer ensuite l'écoulement sanguin compatible [Mor07]. Cette approche permet de simplifier le problème numérique en le ramenant à un problème fluide uniquement. Par ailleurs, la mesure des mouvements de la paroi, réalisée par IRM(4D), permet une prise en compte très réaliste du mouvement pariétal au lieu d'avoir à le prédire à partir d'une rhéologie estimée et de modèles d'interaction

sans tissus périvasculaires peu réalistes. L'ensemble conduit donc à un problème numérique plus simple et à une modélisation potentiellement plus réaliste et patient spécifique. Des simulations de l'écoulement à l'intérieur de modèles 3D compliants de crosse aortique et d'anévrisme de l'aorte ont été réalisées [NMT⁺09, MCJ⁺08]. Les résultats de la simulation ont été comparés aux mesures hémodynamiques directes, possibles sur les cas in-vitro. La grande similitude entre les mesures directes et les simulations est un argument en faveur de la validité de la méthode OCFIA. Cette approche a permis ensuite de simuler l'écoulement patient spécifique dans une artère aorte avec un stent inséré [MCJ⁺08, NMT⁺09]. Nous présentons cette approche, ainsi qu'une application, dans le chapitre 2.

1.2 Les méthodes de simulation numérique les plus courantes utilisées en biomécanique cardiovasculaire

La méthode numérique de simulation (CFD) la plus couramment utilisée en biomécanique cardio-vasculaire est dite body-fitted (BF). Le principe de cette méthode est de résoudre, numériquement, les équations régissant l'écoulement, les équations de Navier-Stokes (N.S), à l'intérieur d'un maillage, dit BF, reproduisant très précisément le segment d'artère du patient tel qu'observé sur les images médicales. La figure 1.1 montre un exemple 1D de maillage BF : tous les points du maillage se situent soit dans la zone d'écoulement soit exactement sur la paroi qui délimite la zone d'écoulement. La figure suivante (fig. 1.2) montre un exemple 3D de maillage BF d'une artère aorte. Associée aux techniques d'imagerie médicale,

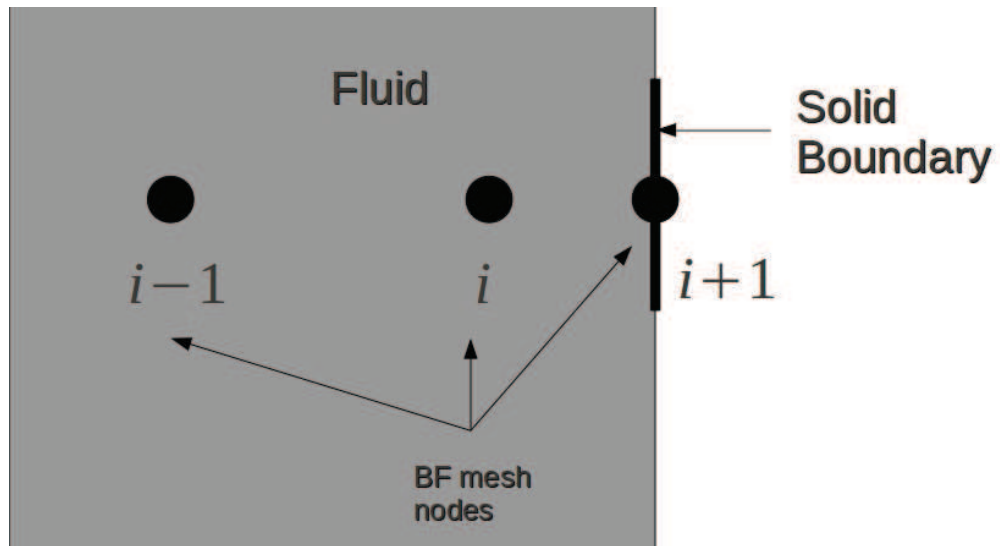


FIGURE 1.1 – Exemple 1D de maillage BF

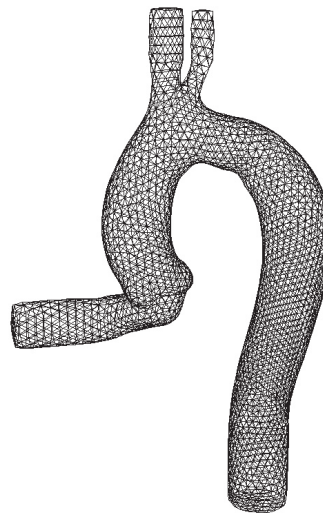


FIGURE 1.2 – Maillage BF d'une artère aorte 3D

la CFD BF a permis, comme expliqué précédemment, d'obtenir des simulations d'écoulement sanguin très réalistes et spécifiques au patient.

Ces résultats ont été obtenus dans le cadre de programmes de recherche scientifique associant cliniciens et experts en CFD. Malgré la qualité de ces résultats, cette technique, associant imagerie et CFD, n'a pas encore pénétrée le milieu clinique médical et son usage reste cantonné aux équipes de recherche. Le principal obstacle s'opposant à son utilisation en milieu clinique est l'expertise requise pour utiliser la CFD (BF) et, en particulier, pour générer le maillage BF à partir des images médicales ; le calcul numérique étant, en lui même, largement automatisé. Cela constitue une autre limite actuelle de la biomécanique cardio-vasculaire. La question est de rendre accessible cette technologie, et en particulier la CFD, aux cliniciens.

Dans cette approche classique, la tâche consiste, typiquement, à générer un maillage BF de surface correspond aux contours de l'artère observée sur les images médicales issues du patient. A partir de ce maillage de surface, l'utilisateur génère un maillage volumique qui constitue le domaine de résolution numérique des équations. L'étape suivante consiste en un minutieux examen du maillage afin d'en éliminer les mailles susceptibles de rendre le calcul numérique instable ou trop couteux en temps de calcul. Cette étape se répète lorsque l'on considère des géométries à paroi mobile. En effet, le maillage BF se dégrade à chaque mouvement de déformation et il alors nécessaire de le corriger. Plusieurs projets de recherche visent à développer des mailleurs capables de générer automatiquement un maillage BF reproduisant, par exemple, l'organe du patient auxquels on s'intéresse. Toutefois, à l'heure actuelle, ces projets ne sont toujours pas complètement aboutis. En effet, les mailleurs, pour la plupart commerciaux, ne permettent d'obtenir que

des maillages dont la résolution est peu adaptée aux simulations en biomécanique cardiovasculaire [TS10]. La génération de maillage BF reste avant tout une tâche essentiellement manuelle qui demande à l'utilisateur une expertise et un temps de travail considérable, ce qui rend l'utilisation de la CFD (BF) incompatible avec une activité de clinicien. La CFD BF est donc une limitation actuelle à la diffusion de cette technologie, qui combine imagerie et CFD, dans le milieu clinique.

Nous nous intéressons ici aux deux limites évoquées de la biomécanique cardiovasculaire, à savoir la prise en compte réaliste des mouvements pariétaux ainsi que l'accessibilité de la partie CFD aux cliniciens. L'approche développée ici consiste à combiner la prise en compte de paroi mobile développé par OCFIA avec une méthode CFD plus accessible que les méthodes CFD BF actuelles. Notre but est de montrer qu'il est possible de réaliser des simulations réalistes et patient spécifiques avec un outil CFD relativement simple et mieux adapté à une utilisation clinique que ne l'est la CFD BF.

1.3 Une alternative aux méthodes numériques BF : les Frontières immergées

La CFD basée sur des méthodes de frontières immergées (IB, pour "Immersed Boundary") [MI05] est une alternative, développée en 1982 par Peskin [Pes82], à la CFD dite body-fitted (BF). Les simulations d'écoulements complexes dans des domaines d'application très variés ont été obtenues avec une précision similaire à celle des méthodes body-fitted plus classiques. Par exemple, de nombreuses études ont montré que les résultats obtenus par des méthodes IB étaient très proches des résultats obtenus par BF ainsi que des mesures expérimentales pour les

écoulements autour d'un cylindre [COER07, TF03, CS10] ou d'une sphère [MVW08, FVOMY00]. Les méthodes IB ont également été testées sur des cas moins classiques tels que l'écoulement autour d'un mannequin [COER07], l'écoulement dans un piston [FVOMY00], dans un canal penché [IK07] ou encore autour d'un parachute [KP09]. L'avantage de cette méthode est qu'elle ne requiert, de la part de l'utilisateur, aucune tâche de maillage, rendant l'utilisation de la CFD quasiment automatisée et accessible aux non-experts. Notre axe de recherche, par opposition aux projets visant à automatiser les maillages BF, consiste donc à utiliser des méthodes CFD moins classiques, les méthodes IB, qui permettent d'éliminer l'étape de maillage pour une simulation. C'est pour cette raison que nous pensons que les méthodes IB ont le potentiel d'être utilisables dans un contexte clinique, et qu'elles ont le potentiel de rendre accessible aux cliniciens la technique associant imagerie médicale et CFD (IB).

Le principe général des méthodes IB, appliqué au contexte cardiovasculaire, est le suivant. Tout d'abord, un maillage cartésien est généré de façon automatique. C'est en chacun des nœuds de ce maillage que seront résolues numériquement les équations de la mécanique des fluides. Un algorithme particulier, présenté dans les sections suivantes, permet de positionner les images médicales (3D) de l'artère d'un patient, obtenu par IRM, sur le maillage cartésien : on peut alors identifier les nœuds du maillage qui sont à l'intérieur de l'artère, ceux qui sont situés sur la paroi, et ceux qui sont à l'extérieur. Toutefois, la paroi solide d'une artère ou d'un ventricule a une forme courbe qui ne suit pas les lignes d'un maillage cartésien. Il est même possible qu'aucun des nœuds du maillage ne soit positionnés sur la paroi : ils seront, généralement, soit dans la zone d'écoulement, soit à l'extérieur. Étant donné que, de façon générale, la paroi n'est pas alignée avec les points du maillage

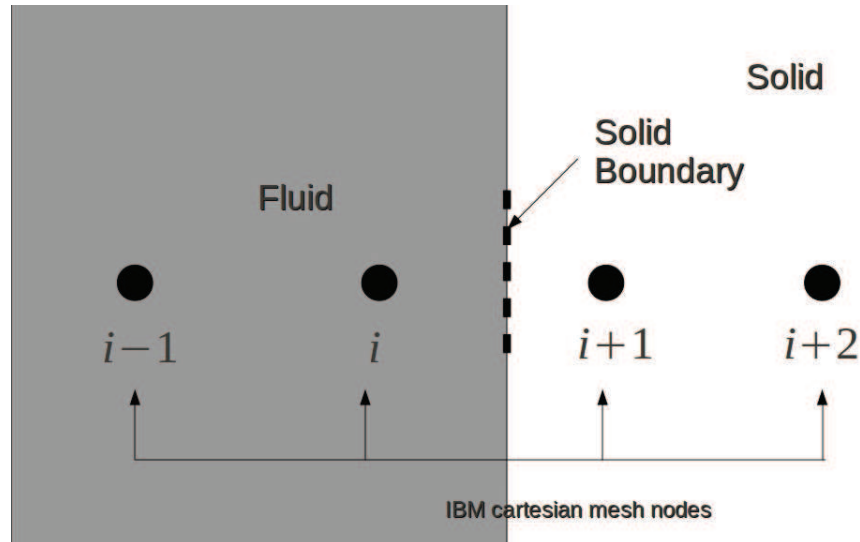


FIGURE 1.3 – Exemple 1D de maillage cartésien.

cartésien, il n'est pas possible d'y appliquer les conditions limites classiques qui rendent compte de l'effet de la paroi sur l'écoulement. La difficulté consiste donc à matérialiser l'existence d'une interface, la paroi, entre la partie fluide et solide du maillage cartésien. La figure 1.3 montre une zone d'écoulement et une paroi solide sur un maillage cartésien 1D. Comme on peut le voir, aucun point du maillage cartésien ne se situe sur la paroi et certains points sont même situés en dehors de la zone d'écoulement. La figure 1.4 montre la zone d'écoulement d'une artère aorte 3D sur un maillage cartésien. Les méthodes IB sont des méthodes qui, par deux approches distinctes, apportent des solutions à ce problème (voir par exemple Mittal et Iaccarino [MI05] pour revue).

La première alternative, dite "continue", consiste à modéliser l'effet de la paroi sur l'écoulement sous la forme d'un terme de force volumique ajouté aux

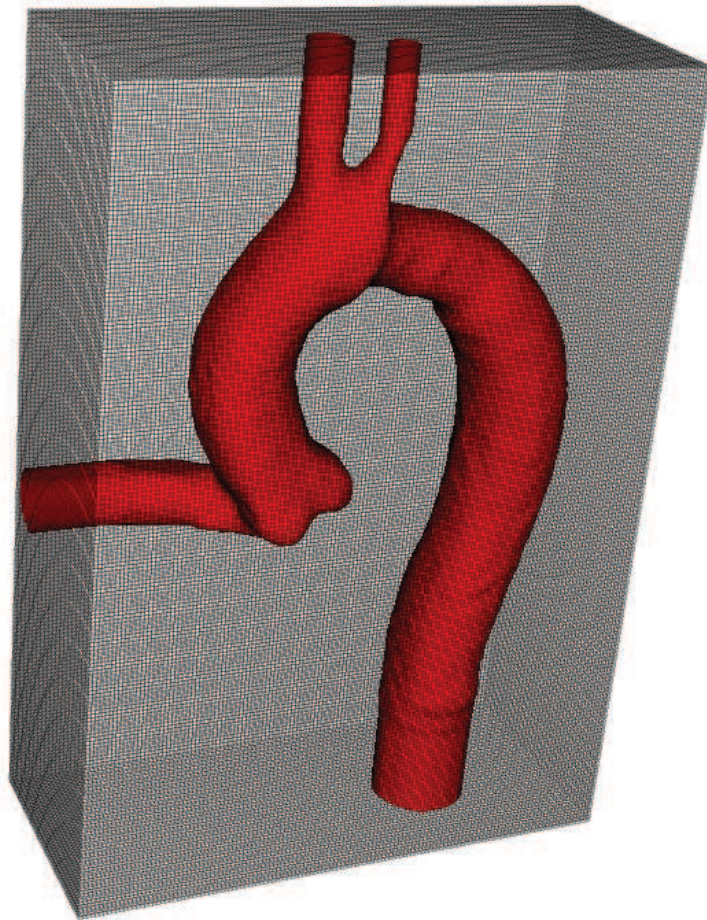


FIGURE 1.4 – Maillage cartésien 3D avec, au centre, la zone d'écoulement d'une artère aorte 3D.

équations de Navier-Stokes [Pes82, LP00, GP05]. L'utilisation de fonctions particulières (delta dirac function) permet de restreindre l'action de cette force à la région de l'écoulement la plus proche de la paroi. Typiquement, ce terme de force volumique prend une valeur permettant d'annuler l'écoulement dans le domaine solide et d'obtenir au niveau de la paroi un écoulement cohérent avec la présence de cette paroi. Grâce à la nature elliptique des équations de N.S., le terme de force volumique agit aussi, indirectement, sur le reste du domaine d'écoulement fluide. La solution est donc localement modifiée, de façon indirecte et grâce au terme de force volumique ajouté, afin être cohérente avec la présence d'une paroi solide. Cette approche des méthodes IB a certains avantages dont l'un des principaux est le suivant : le terme source est directement inclus, avant toute discrétisation, dans les équations régissant l'écoulement. Dans cette approche, le solveur numérique et ces équations incluant le terme source sont relativement indépendants. La même méthode IB peut donc être combinée à différents solveurs numériques sans développement supplémentaire. Mais cette formulation IB a également certains désavantages (voir par exemple dans Mittal et Iaccarino [MI05]). En premier lieu, comme noté par certains auteurs [KIH09], l'opérateur (dirac delta function) utilisé pour appliquer et restreindre l'effet du terme source aux régions proches de la paroi est relativement diffus. Cet opérateur ne permet pas de stricte séparation entre la zone d'écoulement et la zone solide. Par ailleurs, le terme source requiert souvent un paramétrage problème dépendant relativement arbitraire. Enfin, cette formulation IB impose de sévères limitations quand au pas de temps à utiliser pour obtenir un calcul stable.

Dans notre étude c'est l'approche alternative, dite "discrète", développée à l'origine par Mohd-Yusof(1997) [MY97, Bal04] qui à été préférée. Plus précisément, ce

sont, dans cette approche discrète, les méthodes dites directes ou encore appelées méthodes de reconstruction [FVOMY00, KIH09] qui ont été suivies. De façon général il s'agit d'imposer des conditions limites appropriées sur les points du maillage cartésien les plus proches de la paroi, alors qu'elles ne s'appliquent, physiquement, qu'au niveau exacte de cette paroi. Il s'agira de reconstruire des conditions limites, s'appliquant aux nœuds du maillage cartésien, à partir des conditions limites qui s'exercent au niveau de la paroi physique. Dans cette approche, une fois les équations de Navier-Stokes discrétisées, la valeur des variables aux points du maillage les plus proches de la paroi est explicitement imposée plutôt que calculée. La valeur des variables en ces points du maillage est généralement obtenue à partir d'une combinaison linéaire des valeurs que prennent physiquement les variables au niveau de la paroi et des valeurs, calculées par résolution numérique des équations de Navier-Stokes, qu'elles prennent dans la zone d'écoulement. Fadlun *et al.* [FVOMY00] utilisent, par exemple, une interpolation linéaire pour reconstruire et ensuite imposer la valeur de la vitesse aux nœuds du maillage les plus proches de la paroi. D'autres schémas d'interpolation ont également été proposés, dont font partie les ghost-cells methods [TF03]. Dans Fadlun *et al.* [FVOMY00] les variables dont la valeur est imposée servent de conditions limites, reconstruites, pour ensuite résoudre les équations de l'écoulement en chaque nœuds du maillage se situant à l'intérieur du domaine fluide. Dans cette étude, seule la valeur de la vitesse de l'écoulement est reconstruite, servant de condition limite de Dirichlet à la paroi pour résoudre numériquement les équations de l'écoulement. Des résultats tout à fait satisfaisant ont été obtenus pour des écoulements complexes tel que l'écoulement autour d'une sphère ou dans un piston (3D). Cependant, comme noté par Kang *et al.* [KIH09], Fadlun *et al.* [FVOMY00] n'ont pas reconstruit

les conditions de pression aux nœuds du maillage où la valeur de la vitesse était imposée ; la pression était résolue en chaque nœuds y compris ceux qui se situent sur la paroi ou dans la zone solide du maillage cartésien. Si un schéma numérique de pression-correction est utilisé, un gradient de pression est calculé aux nœuds proches de la paroi et peut, de façon à satisfaire par ailleurs la contrainte d'incompressibilité, modifier en retour la valeur initialement imposée à la vitesse. En conséquence, la précision des conditions limites de la vitesse reconstruite aux nœuds proches de la paroi est dégradée et peut ne pas correspondre à la vitesse initialement désirée. Kang *et al.* [KIH09] ont également montré une autre limitation sévère à laisser les conditions limites de pression indéfinies aux points du maillage les plus proches de la paroi. En effet, à cause de la discrétisation, le gradient de pression est calculé, aux nœuds les plus proches de la paroi, à partir des valeurs de la pression dans la zone d'écoulement, mais aussi à partir des valeurs irréalistes de la pression sur les nœuds se situant dans la zone solide (voir la figure 1.5). Un couplage purement numérique apparaît alors entre la pression dans la zone fluide et la pression, irréaliste, de la région solide du maillage cartésien. Kang *et al.* [KIH09] ont montré que ce couplage de la pression pouvait, dans certains cas, affecter l'ensemble de l'écoulement calculé et dégrader significativement le réalisme de la simulation. Cette étude (Kang *et al.* [KIH09]), ainsi que d'autres (voir par exemple Ikeno et Kajishima [IK07]) attestent la nécessité de restreindre le calcul de la pression aux seuls nœuds du maillage se situant dans la région de l'écoulement. Cela implique de reconstruire aussi une condition limite de pression aux nœuds du maillage les plus proches de la paroi. Nous avons choisi de suivre l'approche de Kang *et al.* [KIH09] qui proposent d'approximer à la fois les dérivés de la pression et la vitesse de l'écoulement aux points du maillage les plus proches de la

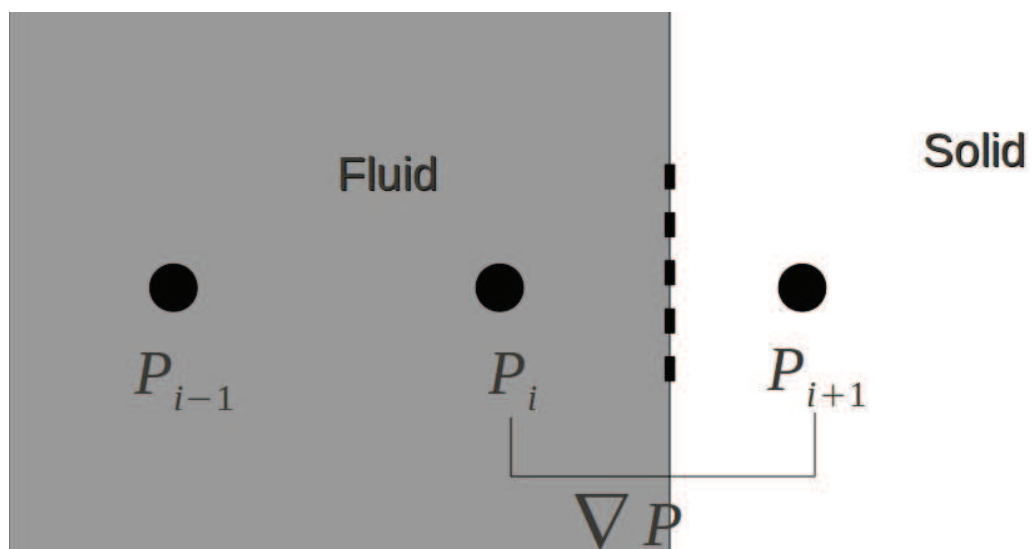


FIGURE 1.5 – Le gradient de pression ∇P , calculé au point i à partir de valeurs non réalistes qu'a la pression dans la zone solide, introduit un couplage numérique entre la zone fluide et solide du maillage cartésien.

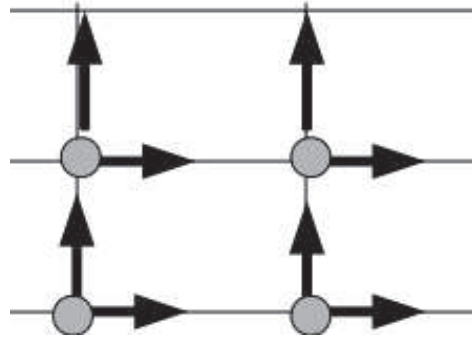


FIGURE 1.6 – Exemple 2D de maillage cartésien non décalé : les différentes variables de l'écoulement, vitesse et pression, sont toutes calculées au même point et à la même position (sur le schéma, les flèches représentent les composantes verticale et horizontale de la vitesse).

paroi. Originellement destinées aux écoulements aérodynamiques, ces formulations IB ont été proposées pour maillages cartésiens non décalés (voir la figure 1.6). Nous proposons une adaptation de cette approche aux écoulements cardio-vasculaires avec l'utilisation d'un maillage cartésien décalé plutôt que non décalé (voir la figure 1.7). Bien que l'implémentation de méthodes numériques sur les maillages décalés peut être relativement plus complexe, le décalage induit entre la pression et la vitesse a l'avantage de permettre un meilleur couplage entre ces variables lorsque qu'un schéma aux différences finies centrées est utilisé. Plus précisément, nous utilisons une condition limite de Newman homogène pour la pression qui nous permet de restreindre le calcul de la pression au domaine d'écoulement et d'éviter ainsi les couplages de la pression mise en évidence par Kang *et al.* [KIH09] sur un maillage non-décalé.

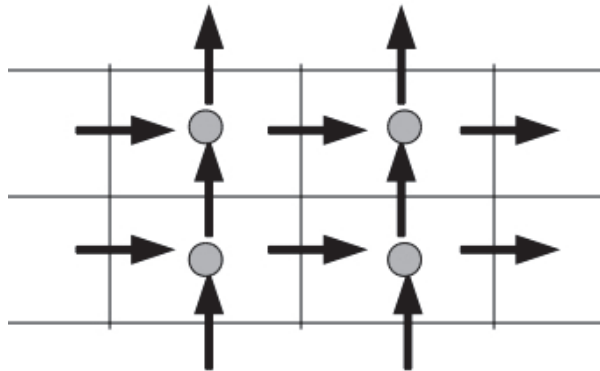


FIGURE 1.7 – Exemple 2D de maillage cartésien décalé : les différentes variables de l'écoulement, vitesse et pression, sont calculées à des positions différentes (sur le schéma, les flèches représentent les composantes verticale et horizontale de la vitesse).

La question est alors de rendre cohérent ces conditions limites de pression aux conditions limites reconstruites de la vitesse. Cette question est d'autant plus importante lorsqu'un maillage cartésien décalé est utilisé puisque, sur ce type de maillage, la position des nœuds de vitesse est différente de celle des nœuds de pression. Ikeno et Kajishima [IK07] ont, par exemple, traité cette question : en utilisant une méthode IB discrète sur maillage cartésien décalé, ces auteurs ont comparé l'effet de différentes conditions limites de pression tandis qu'une interpolation linéaire de la vitesse était systématiquement utilisée pour reconstruire la condition limite de vitesse. Complémentairement à ce travail, nous comparons différents schémas de reconstruction de la vitesse tout en conservant la condition de Newman homogène sur la pression aux nœuds du maillage les plus proches de la paroi. Les formulations IB pour maillage décalé que nous avons implémenté sont

décrites dans les sections suivantes.

On s'intéressera particulièrement, dans ce travail, à vérifier la capacité des méthodes de reconstruction IB à rendre compte de l'imperméabilité des parois. En effet, étant donné que, comme expliqué précédemment, la paroi physique n'est pas définie explicitement, il n'est pas possible d'y appliquer une stricte imperméabilité. Il est donc possible que l'écoulement passe, localement, au travers de la paroi tout en satisfaisant la contrainte d'incompressibilité. Cette question a d'autant plus d'intérêt dans le contexte des écoulements sanguin vasculaires : le volume des vaisseaux étant relativement faible et leur surface relativement grande, comparés aux applications plus classiques, la perte ou le gain de masse au travers de la paroi pourrait ne pas être négligeable. Certaines méthodes IB, différentes des méthodes de reconstruction, telles que les méthodes dites "cut cells" [YMUS99], "sharp interface" [UMRK01] ou encore plus récemment "ls-stag" [CB10] ont été développées de façon à satisfaire l'imperméabilité à la paroi. Toutefois, ces méthodes, basées en partie sur un maillage BF, n'ont pas la robustesse ni la simplicité des méthodes IB de reconstruction. Elles sont peu adaptables aux simulations 3D à paroi mobiles. Peu d'études basées sur les méthodes de reconstruction ont traité la question de la prise en compte de l'imperméabilité des parois, puisque la plupart de leurs applications concernent des écoulements externes où le volume de l'écoulement est relativement grand comparé à la surface des parois ; la perte ou le gain de masse au travers de cette paroi serait donc vraisemblablement négligeable dans ces études. Certaines solutions ont quand même été proposées, notamment par Kang et al. [KIHM09] mais sont des conditions intégrales qui ne permettent pas une imperméabilité locale. C'est donc à la fois parce que l'imperméabilité des parois aurait une importance considérable pour les écoulements vasculaires, et parce que

peu d'études basées sur les méthodes IB de reconstruction se sont adressées à cette question, que nous nous intéressons à évaluer la capacité des différentes méthodes IB de reconstruction à rendre compte de l'imperméabilité des parois.

1.4 Organisation du manuscrit

Les méthodes IB ont, comme expliquées précédemment, l'avantage de rendre la CFD relativement simple d'emploi. Ces méthodes auraient donc le potentiel de rendre les outils de simulation accessible aux cliniciens. Notre objectif essentiel est d'évaluer le potentiel des méthodes IB, intégrées dans l'outil de simulation CFD de la chaîne OCFIA, à permettre de simuler des écoulements vasculaires qui soient réalistes et patient spécifique et ce, sur un ensemble de cas représentatifs de ceux auxquels un clinicien pourrait être confronté.

Dans un premier temps (chapitre 2) nous présentons la chaîne d'imagerie fonctionnelle OCFIA telle qu'elle a été développée par l'équipe du projet OCFIA [Mor07, NMT⁺09, TMN⁺09]. Comme expliqué précédemment, cette chaîne d'imagerie fonctionnelle associe IRM et CFD. Elle se distingue, essentiellement, par sa capacité à prendre en compte la mobilité des parois vasculaires de façon réaliste et patient spécifique. Une application sera également présentée.

Dans la section suivante (chapitre 3), nous décrivons les formulations IB que nous avons implémenté dans un code CFD. Nous présentons également des développements supplémentaires, spécifiquement nécessaires aux écoulements vasculaires. Enfin, nous décrivons l'intégration de la CFD basée sur ces méthodes IB dans la chaîne OCFIA.

Différents cas tests ont été retenus dans le but de vérifier et valider les for-

mulations IB dans le contexte de la biomécanique cardiovasculaire (chapitre 4). Dans ce contexte, l'une des pathologies des vaisseaux sanguins qui a été et qui reste largement étudiée aujourd'hui est l'athérosclérose. L'athérosclérose est le dépôt localisé de plaques d'athérome, de nature lipidique, à l'intérieur de la paroi aortique [LRH11]. Ces dépôts lipidiques peuvent, en s'accumulant, diminuer de façon drastique le calibre de l'artère. L'obstruction des artères par un dépôt de plaque d'athérome est plus connu sous le nom de sténose aortique. L'écoulement peut alors être largement perturbé, voir même totalement annulé en cas d'obstruction complète de l'artère. L'une des conséquences directe de ce type d'atteinte est donc l'ischémie des organes irrigués par l'artère atteinte. Les nombreuses études [Hua91, BGLS99, SDP98, DS99, SBS00, YGN05, PL09, MD02] portant sur l'écoulement au sein d'artères sténosées attestent de l'intérêt porté à cette problématique. Par exemple, Varghese et al. [VFF07a, VFF07b] ont simulé, avec une méthode numérique BF, un écoulement à entrée stationnaire et pulsé dans une sténose(3D) à des nombres de Reynolds relativement proches des valeurs physiologiques. Leurs études se sont particulièrement attachées à analyser la transition de ces écoulements vers la turbulence. Dans la plupart de ces simulations, les sténoses aortiques ont été modélisées comme un tube rigide (3D), représentant l'artère, dont le calibre est localement réduit ; La constriction mimant la présence de la plaque d'athérome dans la paroi vasculaire. Nous avons donc choisi de montrer la validation des formulations IBM sur ce type de cas test (chapitre 4.1). Nos résultats sont comparés aux résultats obtenus avec une méthode BF de référence déjà largement éprouvée.

L'intérêt de ce cas test reste malgré tout limité. En effet, l'artère y est considérée comme un tube rigide, ce qui ne reflète pas son comportement réel ; les parois de

l'artère étant mobiles et déformables. Nous avons donc, afin de valider les formulations IB en parois mobiles, réalisé la simulation d'un écoulement généré par une paroi (2D) oscillante (chapitre 4.2). L'oscillation de la paroi reflète, de façon simplifiée, des phénomènes physiologiques importants d'un point de vue cardiovasculaire. En particulier ce type de cas test peut être considéré comme une simplification de l'écoulement généré à l'intérieur d'un ventricule cardiaque par les contractions et dilatations cycliques des parois du myocarde. En plus de sa pertinence au regard du contexte, ce cas test présente l'avantage qu'une solution analytique est disponible dans la littérature [Nic02]. Nous comparerons donc les résultats de nos simulations IB aux solutions analytiques disponibles afin de montrer la validité des formulations IB en paroi mobile.

Une fois montré la validité des formulations IB sur des cas relativement simples mais représentatifs, nous présentons des applications de ces méthodes sur des cas plus complexes et physiologiques (chapitre 5). Il s'agira de montrer le potentiel de l'association imagerie médicale et CFD (IB) de la chaîne OCFIA. En premier lieu, nous considérerons l'écoulement pulsé dans un modèle in-vitro rigide (3D) d'artère aorte (chapitre 5.1). Ce modèle permet de réaliser les simulations d'écoulements dans une géométrie complexe mais validée. Nous comparerons les résultats obtenus par les méthodes IB aux résultats obtenus par une formulation BF de référence.

Enfin, nous considérons l'application de la chaîne OCFIA (IB) à un cas entièrement in-vivo à paroi mobile. Il s'agira de simuler l'écoulement généré à l'intérieur du ventricule cardiaque gauche d'un patient par la contraction et dilatation des parois ventriculaires (chapitre 5.2). Les mouvements des parois ainsi que la géométrie du ventricule sont réalistes et patient-spécifique. Cette application permet de montrer le potentiel de la chaîne OCFIA (IB) à réaliser des simulations d'écoulements

sanguin réalistes et patient spécifique, sans avoir recours à un outil CFD BF.

Chapitre 2

Imagerie fonctionnelle [TMN⁺09]

Tayllamin B., Moreno R., Nicoud F., Chau M., Rousseau H. **CFD-based functional imaging for arteries : in vitro validation**. 19^{ème} Congrès Français de Mécanique, Marseille, 24-28 aout 2009.

Résumé : De l'imagerie fonctionnelle pour les vaisseaux est développée à partir de données médicales morphologiques (IRM 4D) et hémodynamiques (IRM par contraste de phase dans les plans d'entrée-sortie). Les données fonctionnelles pertinentes (champ de vitesse, frottement pariétal, gradient de pression, ...) sont alors calculées en simulant l'écoulement compatible avec les données médicales. On présente les résultats obtenus dans la phase de validation in vitro de cette technique sur un fantôme de crosse aortique.

2.1 Introduction

Risk factors for cardiovascular disease (hypertension and high cholesterol) and their role have been identified, but cannot explain the observed localised occurrence and the progression of the disease (stenosis, aneurysm rupture, aortic dissection). Currently, available techniques such as Computed Tomography (CT), Magnetic Resonance Imaging (MRI) and Ultrasound (US) do not allow accurate determination of the complex velocity distribution and biomechanical load on the arterial wall. Nevertheless there no doubt that medical imaging is an essential tool for the understanding of these pathological processes. Cardiovascular disease is clearly multi-factorial and it has been shown that deviations of the normal velocity field (e.g. : changes in wall shear stress) play a key role [CFG69]. Despite many hemodynamic studies carried out with models of arterial bifurcations, especially the carotid artery bifurcation, the precise role played by wall shear stress (WSS) in the development and progression of atherosclerosis remains unclear. Still, it is certain that the mechanical load induced by the fluid on atherosclerotic plaques and their surrounding tissues is of the utmost importance for predicting future rupture (culprit plaques) and preventing ischemic events [CBFB02]. In the same way, the risk of rupture of an aortic abdominal aneurysm (AAA) depends more on biomechanical factors than simply on the aneurysm diameter. Although clinical decisions are based only on the latter today, wall tension is a significant predictor factor of pending rupture [HBMB00]. Computational Fluid Dynamics (CFD) techniques can provide extremely detailed analysis of the flow field and wall stress (shear and tensile) to very high accuracy. New advances in simulation techniques could make a significant contribution to a better quantitative knowledge of the biomechanical condition of the arteries and lead to a new understanding via deepened insights

into these conditions. Advanced simulations could potentially be used for predicting plaque and aneurysm rupture, improving endovascular prosthesis design, as well as for guiding treatment decisions by predicting the outcome of interventional gesture (i.e. stent-coil technique). However, applying computational fluid dynamics (CFD) to actual pathological regions of the arterial tree is very challenging and has never been done so far with sufficient accuracy and time efficiency to be useful in the clinical practice. Several reasons can be put forward to explain this :

- the blood rheology is complex and, once coupled to flow motion equations, leads to a set of strongly coupled, highly non-linear set of partial differential equations which is far less understood than the classical Navier-Stokes system,
- the fluid-structure problem is very stiff because the blood to arterial tissue density ratio is close to unity ; from an algorithmic point of view, this means that the fluid and structure equation must be advanced simultaneously in time, leading to potentially costly methods,
- the arterial wall rheology is essentially unknown and hardly measurable because pathology and patient specific ; uniform linear elasticity is most often assumed as a first step, but no reliable data are available to produce the second step,
- the external load to which the artery is submitted to is unknown,
- pointwise hemodynamic data with sufficient time and space resolution are hardly measurable under in vivo conditions, although they are necessary to feed the CFD simulations with realistic boundary conditions,
- accurate geometrical data about the arterial region require advanced medical imaging systems that are only available in radiology department of hospitals

whose first objective is to host and treat patients and where neither the computing science nor the computational mechanics are part of the common expertise and background.

To overcome most of the above mentioned difficulties, we propose a new methodology where advanced medical imaging techniques and CFD methods are interconnected in order to obtain biomechanical data related to the blood flow under realistic and physiological conditions. This leads to a numerical chain whose input come from an entirely non-invasive 4D MRI protocol that provides time varying geometry and flow rates and output is a functional imaging description of the arterial tree region of interest.

The paper is organized as follows : the methodology is presented in section 2.2 where the generation of the 4D meshes is briefly discussed. The results obtained for a phantom of a human aortic cross are then presented in section 2.3.

2.2 Methodology

The methodology developed relies heavily on advanced medical imaging techniques and dedicated numerical tools for solving the fluid flow equations. It aims at producing functional imaging for arteries by determining the blood flow which is coherent with the geometry deformation and the inlet/outlet hemodynamic conditions that can be obtained from MRI protocols. This is sketched in figure 2.1 where the square boxes correspond to the tools involved and the generated data are inside ellipses. Some details about the different tools involved are given in the following subsections.

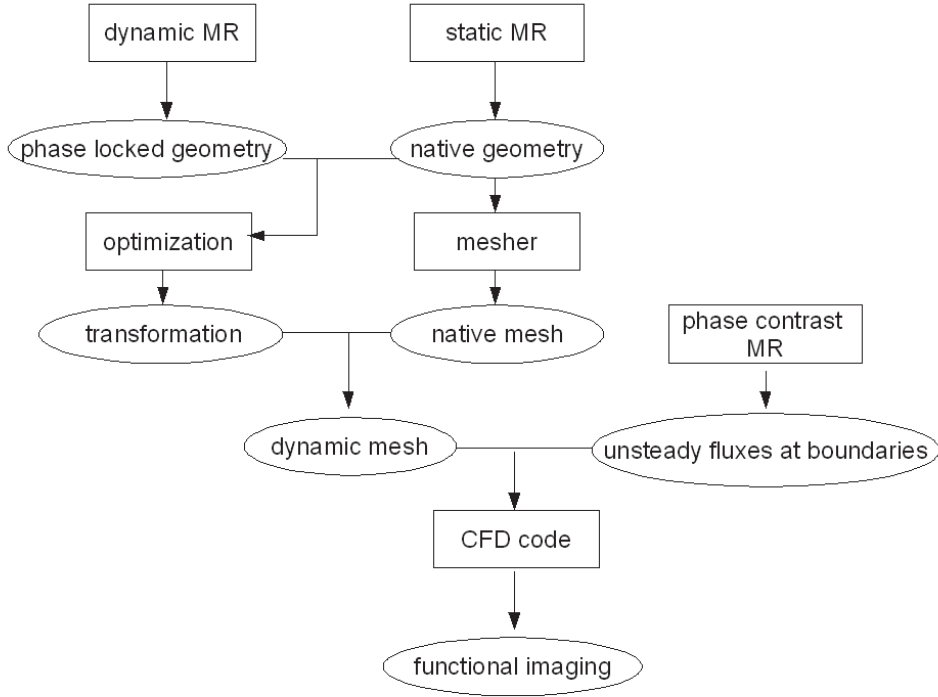


FIGURE 2.1 – *General methodology to produce functional imaging in arteries.*

2.2.1 Geometry acquisition

A routine contrast-enhanced MR angiography (CE-MRA) was performed using a three-dimensional (3D) slab covering the whole phantom geometry, with an injection of 18 ml of gadolinium diethylenetriamine pentaacetic acid (Gd-DTPA) and with a spatial resolution close to 1x1x1 mm (isotropic voxel). The CE-MRA sequence used phase reordering and data were acquired using parallel imaging so that this acquisition collects the image contrast very fast and become 'phase locked'. This leads to a spatially well resolved description of the vessel geometry at

one single phase over the cycle. Classical segmentation techniques like the level-set [MS98] can then be applied to this image volume in order to generate the corresponding wall surface. We then make use of a commercial CFD mesh generator (e.g. [AMI]) in order to reconstruct the full arterial morphology through a triangular surface mesh discretization. Finally, a three-dimensional volume grid based on tetrahedra is generated. The latter is classically used to perform rigid model unsteady fluid simulations and/or coupled fluid-structure computations. Instead, in the present study it serves as a native geometry/mesh which is deformed in such a way to reproduce the wall motions that can be observed from dynamic geometry acquisition. In this work we used a retrospective triggered True FISP (fast imaging with steady-state precession) imaging, because it has a number of advantages over other techniques (full coverage of the cardiac cycle, intrinsic high signal-to-noise ratio, high signal of blood, short scan time and intrinsic flow compensation). This MRI sequence provides the 3D geometry corresponding to several instants (typically 15-25) over the cycle. The price to pay is a longer acquisition time and a coarser spatial resolution (approx. 2x2x2 mm). It is however judged sufficient to gain information about the deformation of the native geometry.

2.2.2 Moving mesh

Wall movements are imposed to the native mesh consistently with the outcome of the dynamic acquisition [MNVR06]. For each phase of the dynamic acquisition, the transformation process consists in estimating the deformation between the native geometry and the geometry corresponding to this particular phase. Therefore, the whole transformation is completed when the deformations to all the target images of a cardiac cycle are computed. At each step, the deformation field results

from an optimization problem whose solution is the best compromise between effective and regular transformation. If one seeks for the transformation $T(x)$ which transforms the native image $I_{\text{native}}(x)$ into a target image $I_{\text{target}}(x)$, the effectiveness of T is measured as

$$F_1 = \int_{\Omega} [I_{\text{native}}(x) - I_{\text{target}}(T(x))]^2 d\Omega$$

where the integral is taken over the volume Ω of the native image and I_i stands for the pixel values of image i . On the other hand, the regularity of T is assessed as

$$F_2 = \int_{\Omega} [|J| - 1] d\Omega + \int_{\Omega} [|J|^{-1} - 1] d\Omega$$

where $|J|$ stands for the Jacobian of T and F_2 is designed in order to drive $|J|$ toward unity. The optimization process consists in finding T by minimizing a linear combination of F_1 and F_2 :

$$F = F_1 + \alpha F_2, \tag{2.1}$$

where α is a free parameter which should be chosen of order unity. The derivative of F is computed either with symbolic differentiation or by finite differences and a simple steepest descent algorithm is used to find the minimizer of Eq. 2.1.

2.2.3 Hemodynamic data

In principle, only the knowledge of the inlet unsteady flux is required to performed the computations and find out the flow which is consistent with the measured geometrical variations. To this respect, 2D Phase-Contrast (2D-PC) sequences are performed with the MRI system. These sequences are done in planes orthogonal to the vessel axis at the inlets/outlets of the region of interest. In the case of the phantom of the aorta cross, supplementary sagittal 3D-PC acquisition with three

velocity encoding directions, covering the whole phantom geometry, were performed to compare quantitatively the velocity results from the CFD to the direct measurement. For 2D-PC and 3D-PC, the in-plane spatial resolution and slice thickness were close to 2 mm and 5 mm respectively.

2.2.4 Numerical method

The flow simulations were performed using the finite volume (FV) method, as implemented in the AVBP code [AVB, SR99] (CERFACS, European Center for Research and Advanced Training in Scientific Computation, Toulouse, France). The FV method used in the code solves the full compressible Navier-Stokes equations that govern the flow. This code makes use of an efficient explicit Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) formulation which allows to impose the motion of tetrahedral mesh within cardiac cycles. It has been specially designed to reproduce unsteady flows with a minimum amount of artificial viscosity ; is relies on advanced numerical schemes [CR00] and characteristic based boundary conditions [PL92].

The characteristic Mach number in blood flows is obviously close to zero and for this study it would be more efficient to solve the incompressible Navier-Stokes equations. However, a compressible 3D solver [AVB, SR99] has been used because certain efficient numerical techniques (e.g. artificial compressibility) to solve the incompressible Navier-Stokes equations lead to an hyperbolic problem. As such they share a common mathematical behavior with the compressible equations, allowing the use of characteristic based boundary conditions. This is particularly useful when developing integral boundary conditions [NS02] which require only knowledge of the integral of the inlet flux, as opposed to the pointwise flux which is hardly available in biomedical applications. The characteristic framework is also

well suited to defined essentially non-reflecting boundary conditions and thus minimizing the amount of numerical reflexions and the need of artificial dissipation [Nic98, NP01].

2.3 Numerical results

The methodology presented in section 2.2 relies only on non-intrusive medical imaging techniques and thus can be applied to actual patient to obtain patient specific functional imaging, as illustrated in previous studies [Mor07, MCJ⁺08] for the aortic cross. The method is now applied to an in vitro test case with the aim to produce both qualitative and quantitative validation. The configuration corresponds to the phantom of a human aortic cross whose compliance is typical of actual values. The blood is replaced by a non physiologic Newtonian fluid with high shear viscosity and density relevant to blood, viz. $\mu \approx 4 \times 10^{-3}$ Pa.s and $\rho \approx 1000$ kg/m³ respectively. Note that the problem is thus simplified since the difficulties related to the complex blood rheology do not need to be accounted for in what follows. A discontinuous pump adapted from a Ventricular Assist Device (Thoratec) is used to feed the phantom with pulsatile fluid flow. Hemodynamic conditions (time-dependent functions) from the 2D-PC sequences were synchronized with the wall motion and subsequently used as boundary conditions for the ascending aorta (inlet) and the supra-aortic vessels (exit). An essentially non-reflecting boundary condition [NP01] is prescribed at the outlet of the descending aorta. The computational domain is depicted in figure 2.2 where the position of the cross section displayed in figure 2.4 is also shown. Note that the extra pipe section at the inlet of the computational domain is part of the in vitro model. This one was desi-

igned is such a way to promote the swirl motion of the fluid flow at the inlet of the physiological part of the phantom in order to reproduce the hemodynamic in vivo conditions more closely. The simulations began from an initially quiescent flow state and continued for a number of full cardiac cycles in order to allow the development of a fully periodic flow, representative of a regular heartbeat. It was found that the main features of the vascular flow field became periodic within four cycles.

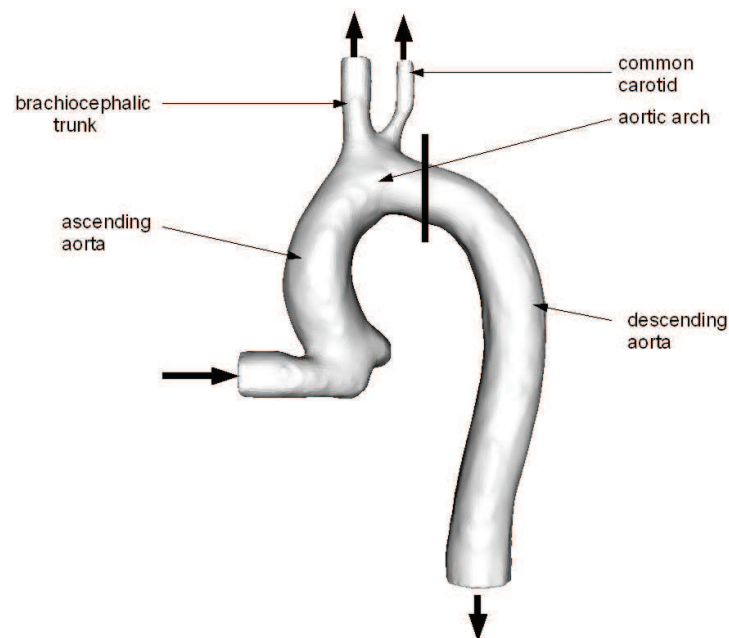


FIGURE 2.2 – Computational domain for the phantom of the aorta cross. The bold line shows the position of the cross section displayed in figure 2.4

The time evolution of the flowrate is shown in figure 2.3 for the inlet and outlet sections of the aorta, for both the phase contrast MRI and the computation. As expected, the agreement is better for the inlet where the velocity is imposed as a

boundary condition. The difference at the inlet comes from the fact that relaxed boundary conditions are used in order to avoid numerical instabilities [NP01] by letting most of the high frequency, numerical oscillations leave the computational domain through the boundaries. The price to pay is that physical quantities are not imposed exactly at boundaries; note however that the difference observed in figure 2.3 (left) are most probably smaller than the experimental uncertainty related to the PC-MRI based flowrate measurements. Considering the outlet section corresponding to the descending aorta, see figure 2.3 (right), the main features of the experimental signal are well recovered in the numerical results. This supports the idea that the Windkessel effect, related to the storage/release of blood during the cardiac cycle and due to the geometry deformation, is well predicted in this complex geometry.

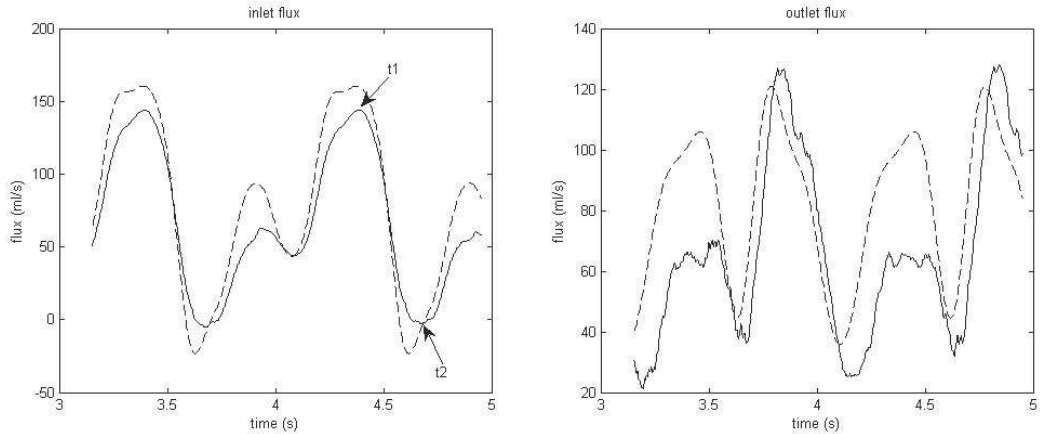


FIGURE 2.3 – Time evolution of the flowrate at the inlet (left plot) and outlet (right plot) of the aorta. The solid line corresponds to the simulation ; the dashed lines denote the phase contrast MRI measurements.

Finally figures 2.4 and 2.5 offer a comparison of the velocity vectors as obtained

from MRI and CFD in the cross section depicted by the bold line in figure 2.2 and in a sagittal plane respectively. The comparison is made at two instants over the cardiac cycle which are representative of the systole phase (instant t_1) and the diastole phase (instant t_2) respectively (see figure 2.3 (left) for the location of t_1 and t_2). The general agreement is also good, although the spatial resolution is not as good with the phase contrast MRI. The results indicate that the blood flow in the aorta arch is characterized by an intense swirl motion, especially at systole. The strength and the position of this motion are similar in both the experimental and the numerical approaches (see figure 2.4). Also, the reverse flow which is observed in the experiment at diastole (see figure 2.5 (right)) is well recovered in the computation. The general organization of the systolic flow is also comparable in both approaches (see figure 2.5 (left)), with the jet zone at the outer part of the arch where the speed is the highest and the trend to recirculate below the supra-aortic vessels.

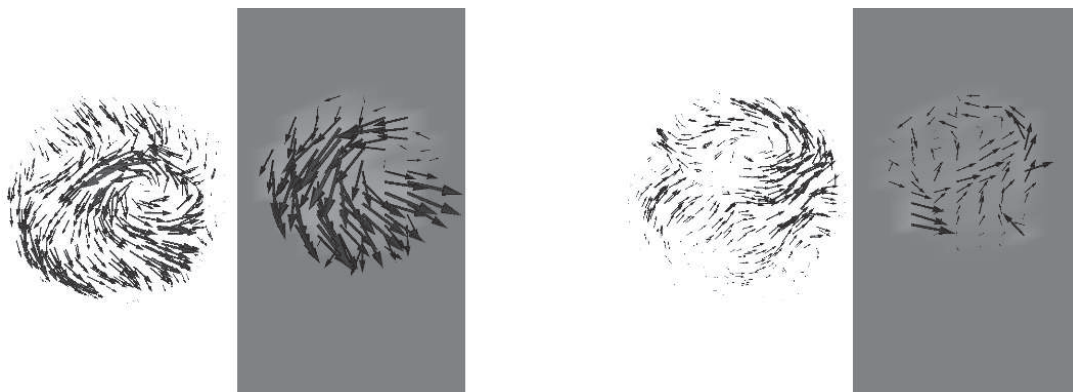


FIGURE 2.4 – Velocity vectors obtained from CFD (white background) and MRI (gray background) at systole (left) and diastole (right) phase. Plane intersects the upper arch.



FIGURE 2.5 – Velocity vectors obtained from CFD (white background) and MRI (gray background) at systole (left) and diastole (right) phase. Sagittal plane.

2.4 Conclusion

A numerical chain is proposed in order to generate functional imaging relevant to arteries. It relies on several imaging techniques (contrast enhanced magnetic angiography, dynamic MRI, 2D phase contrast MRI) in order to gain data about the deformation of the 3D arterial domain of interest as well as associated hemodynamic conditions at inlet/outlet boundaries. An optimization procedure is then used together with classical segmentation and meshing techniques in order to produce a time evolving 3D mesh which reproduces the observed motions. Once synchronized with the wall motions, the hemodynamic data are used as boundary conditions of a CFD tool for the computation of the (unique) unsteady blood flow which is consistent with the acquired data. This methodology was applied to the

phantom of a human aorta cross for which additional PC MRI sequences have also been performed in order to provide quantitative data about the 3D blood flow. The comparisons made are reasonable, given the fact that the experimental protocole used is directly transposable to in vivo cases and that associated uncertainties are quiet large. This demonstrates the potential of the proposed methodology for the generation of functional imaging unavailable from classical imaging systems.

This work as been done in the framework of the OCFIA research program funded by the Agence Nationale de la Recherche (ANR-07-CIS7-006-02). The authors are grateful to CINES (Centre Informatique National de l'enseignement supérieur) for giving access to super computing facilities.

Bibliographie

- [AMI] *Amira 4.1, TGS, Mercury Computer System, USA.*
- [AVB] *AVBP Code <http://www.cerfacs.fr/>.*
- [CBFB02] R. Corti, L. Badimon, V. Fuster, and J.J. Badimon. Assessing and modifying the vulnerable atherosclerotic plaque. *chapter Endothelium, flow, and artherothrombosis*, American-Heart Association, 2002.
- [CFGS69] C. Caro, J. Fitz-Gerald, and R.. Schroter. Arterial wall shear stress and distribution of early atheroma in man. *Nature*, 223 :1159–1160, 1969.
- [CR00] O. Colin and M. Rudgyard. Development of high-order taylor-galerkin schemes for unsteady calculations. *Journal of computational physics*, 162(2) :338–371, 2000.
- [HBMB00] A.J. Hall, E.F. Brusse, D.J. McCarville, and J.J. Burgess. Aortic wall tension as a predictive factor for abdominal aortic aneurysm rupture : improving the selection of patients for abdominal aneurysm repair. *Ann. Vasc. Surg.*, 14(2) :152–157, 2000.
- [MCJ⁺08] R. Moreno, M. Chau, S. Jeetoo, F. Nicoud, F. Viart, A. Salvayre, and H. Rousseau. Optimized computational fonctional imaging for

arteries. *8th International Meeting on High Performance Computing for Computational Science, Toulouse*, 1 :1–11, 2008.

- [MNVR06] R. Moreno, F. Nicoud, L. Veunac, and H. Rousseau. Non-linear transformation field to build moving meshes for patient specific blood flow simulations. In *European conference on computational fluid dynamics*, 2006.
- [Mor07] R. Moreno. *Simulations numeriques vasculaires, spécifiques et réalistes*. PhD thesis, Université de Toulouse III, 2007.
- [MS98] R. Malladi and J. A. Sethian. Level set methods for curvature flow, image enhancement, and shape recovery in medical images. *Proceedings of conference on visualization and mathematics*, Berlin, germany, 1998.
- [Nic98] F. Nicoud. Defining wave amplitude in characteristic boundary conditions. *Journal of computational physics*, 149(2) :418–422, 1998.
- [NP01] F. Nicoud and T. Poinso. Boundary conditions for compressible unsteady flows. In *Tourrette L. and Halpern L., editors, Absorbing Boundaries and Layers, Domain Decomposition Methods. Applications to Large Scale Computation. Editions Novascience, New-York,*, 2001.
- [NS02] F. Nicoud and T. Schonfeld. Integral boundary conditions for unsteady biomedical cfd applications. *Int. J. of Num. Meth. in Fluids*, 40 :457–465, 2002.
- [PL92] T. Poinso and S. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of computational physics*, 101(1) :457–465, 1992.

- [SR99] T. Schonfeld and M. A. Rudgyard. Steady and unsteady flows simulations using the hybrid flow solver avbp. *AIAA journal*, 37(11) :1378–1385, 1999.
- [TMN⁺09] B. Tayllamin, R. Moreno, F. Nicoud, M. Chau, and H. Rousseau. Cfd-based functional imaging for arteries : in vitro validation. *19eme congres francais de mecanique*, pages 1–6, 2009.

Chapitre 3

Une Méthode IB pour la chaîne d'imagerie fonctionnelle OCFIA

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent (chapitre 2) la chaîne d'imagerie fonctionnelle OCFIA a été présentée. Cette chaîne d'imagerie fonctionnelle s'appuie sur une méthode numérique BF pour réaliser les simulations d'écoulements cardiovasculaires. Dans le présent chapitre, nous décrivons une méthode de simulation numérique alternative basée sur les méthodes de frontières immergées (IB pour "Immersed Boundary").

3.2 Équations de la mécanique des fluides

Nous considérons le sang comme un fluide newtonien incompressible. Les équations qui gouvernent ce type d'écoulement sont les équations 3-D de Navier-Stokes

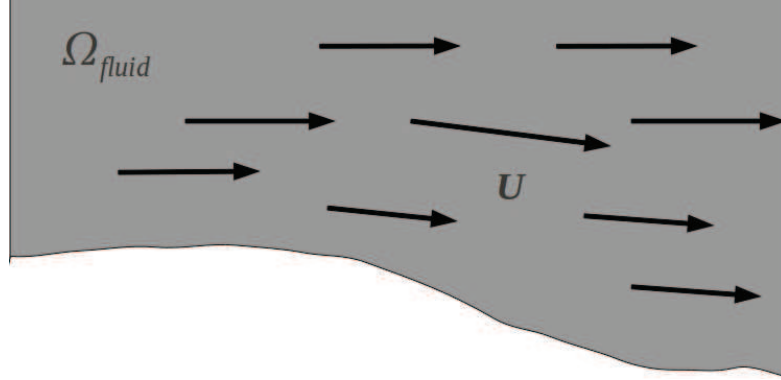


FIGURE 3.1 – Exemple d’une région d’écoulement Ω_{fluid} (en grisé) avec \mathbf{U} le vecteur vitesse du fluide.

(N.S.) (avec convention de sommation sur les indices répétés) :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.2)$$

dans Ω_{fluid} (voir Fig. 3.1) avec u_i la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur vitesse \mathbf{U} , x_i la $i^{\text{ème}}$ variable d’espace, t le temps, ρ la densité, p la pression, et ν la viscosité cinématique. Considérant un schéma d’intégration en temps, explicite, à un pas, ces équations discrétisées à l’itération n sont :

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \Delta t \left(-u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i^n}{\partial x_j \partial x_j} \right), \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0, \quad (3.4)$$

avec u_i^{n+1} et p^{n+1} à calculer.

3.3 Méthode numérique

Un schéma de projection pour maillage cartésien décalé, initialement proposé par Harlow et Welch [HW65], est utilisé dans notre étude. Ce schéma est ici rappelé. Un moyen classique de résoudre les équations couplées (3.3) et (3.4) est d'utiliser une méthode de projection [HW65] où chaque itération comprend 2 étapes : l'étape de prédiction et l'étape de correction. Au cours de l'étape de prédiction, on résout l'équation

$$\bar{u}_i = u_i^n + \Delta t \left(-u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i^n}{\partial x_j \partial x_j} \right) \quad (3.5)$$

pour obtenir une vitesse prédite \bar{u}_i qui n'est pas à divergence nulle. Au cours de l'étape suivante, dite étape de correction, la vitesse et la pression sont avancées en temps :

$$u_i^{n+1} = \bar{u}_i - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial \delta p}{\partial x_i} \quad (3.6)$$

$$p^{n+1} = p^n + \delta p, \quad (3.7)$$

où δp est calculé de façon à rendre la vitesse à l'itération $n+1$ à divergence nulle :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial^2 \delta p}{\partial x_i \partial x_i} \quad (3.8)$$

Les équations (3.5) à (3.8) peuvent être aisément implémentées dans un schéma de Runge-Kutta à trois pas afin d'améliorer la précision du calcul. Un schéma aux différences finies est utilisé pour discrétiser les dérivés en espace des équations (3.5) à (3.8) :

$$\bar{u}_i = u_i^n + \Delta t \left(-u_j^n \frac{\delta^1 u_i^n}{\Delta x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\delta^1 p^n}{\Delta x_i} + \nu \frac{\delta^2 u_i^n}{\Delta x_j \Delta x_j} \right) \quad (3.9)$$

$$\frac{\delta^1 \bar{u}_i}{\Delta x_i} = \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\delta^2 \delta p}{\Delta x_i \Delta x_i} \quad (3.10)$$

$$u_i^{n+1} = \bar{u}_i - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\delta^1 \delta p}{\Delta x_i} \quad (3.11)$$

où $\frac{\delta^1}{\Delta x_j}$ est la dérivée centrée d'ordre 1 dans la direction j et $\frac{\delta^2}{\Delta x_j^2}$ est la dérivée centrée d'ordre 2. Les équations discrétisées (3.9) à (3.11) sont résolues pour u_i^{n+1} et p^{n+1} à chaque nœuds du maillage inclus dans Ω_{fluid} .

La méthode numérique étant entièrement explicite, le pas de temps doit satisfaire aux critères de stabilité pour la convection et la diffusion. Nous utilisons un nombre de CFL de 0.5 et un nombre de Fourier de 0.4. Ces valeurs sont bien au-dessous de leurs limites théoriques. Des instabilités numériques ont malgré tout été observées sur les simulations les plus complexes. Pour améliorer la stabilité, un terme de viscosité artificielle du 4^{ème} ordre (AV4) est ajouté à (3.9) :

$$\bar{u} = u_i^n + \Delta t \left(-u_j^n \frac{\delta^1 u_i^n}{\Delta x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\delta^1 p^n}{\Delta x_i} + \nu \frac{\delta^2 u_i^n}{\Delta x_j \Delta x_j} \right) - s C_{av4}^* \Delta x_j^4 \frac{\delta^4 u_i^n}{\Delta x_j^4}, \quad (3.12)$$

où $\frac{\delta^4}{\Delta x_j^4}$ est la dérivée du 4^{ème} ordre dans la direction j . La quantité ajoutée de AV4 dépend du paramètre s que l'utilisateur règle entre 0 et 1.

Par ailleurs, C_{av4}^* est la valeur du coefficient AV4 pour laquelle le terme artificiel du 4^{ème} ordre est comparable à la valeur du terme d'ordre 2 de diffusion physique. Cette valeur est obtenue en considérant un modèle 1-D de l'écoulement et en supposant que la variable complexe

$$u = e^{ikx} \quad (3.13)$$

fait partie de la solution numérique, avec k le nombre d'onde et x la variable d'espace. La formulation du coefficient C_{av4}^* est donnée par :

$$\Delta t \nu \frac{\delta^2 u}{\Delta x^2} \sim C_{av4}^* \Delta x^4 \frac{\delta^4 u}{\Delta x^4}. \quad (3.14)$$

Considérant $k = \frac{2\pi}{L}$ comme un nombre d'onde satisfaisant, avec L la longueur caractéristique du domaine d'écoulement, les Eqs. (3.13) et (3.14) impliquent :

$$C_{av4}^* \sim \Delta t \frac{\nu N_x^4}{(2\pi L)^2}, \quad (3.15)$$

avec N_x le nombre de points caractéristique. Si la valeur donnée au paramètre utilisateur s est 1., le coefficient C_{av4}^* calculé à partir de (3.15) devrait dissiper toutes les structures de l'écoulement, même les plus grandes structures de longueur caractéristique L . Des valeurs plus faibles de s sont donc préférables, de façon à ne dissiper, artificiellement, que les plus petites structures de l'écoulement. Le terme de viscosité artificielle permet donc de diffuser numériquement les variables à haute fréquence qui apparaissent dans le calcul numérique. Ces variables ne sont que des artéfacts numériques, qui n'ont pas de réalité physique, et qui réduisent la stabilité des schémas. L'application de ce terme aux écoulements 3D est relativement évidente.

3.4 Maillage cartésien décalé

Comme expliqué précédemment, nous utilisons un maillage cartésien décalé. Sur ce type de maillage, chaque variable, c'est à dire chacune des composantes de la vitesse ainsi que la pression, est résolue à des positions qui lui sont propres. Un maillage cartésien décalé (2D) est représenté sur la figure 3.2 : on voit que

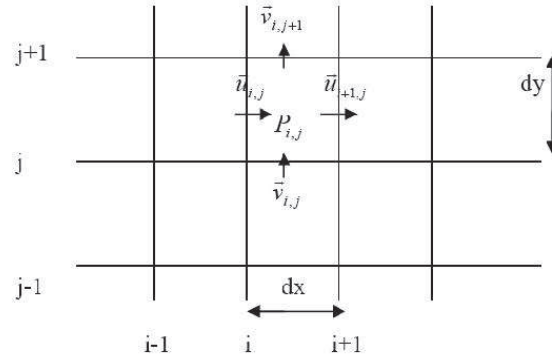


FIGURE 3.2 – Maillage (2D) cartésien décalé

la pression est résolue au centre de chaque cellule du maillage, tandis que les composantes de la vitesse (ici u et v) sont résolues au centre de chacune des faces de la cellule. En l'occurrence, la composante horizontale de la vitesse, u , est résolue au centre des faces verticales de la cellule ; la composante verticale de la vitesse, v , est quant à elle résolue au centre des faces horizontales.

3.5 Frontières Immergées

3.5.1 Fonction distance

Comme décrit dans le chapitre 2, la chaîne OCFIA permet de générer un maillage BF pour chaque phase d'acquisition d'un cycle cardiaque complet. Chacun de ces maillages BF correspond, de façon réaliste et patient spécifique, à la géométrie de l'artère (ou du ventricule cardiaque) du patient à l'instant de l'acquisition. Typiquement, 10-20 maillages BF sont obtenus pour un cycle cardiaque complet. Chacun de ces maillages reproduit de façon très satisfaisante le volume

et la surface de la géométrie d'origine. En revanche, les mailles qui constituent ces maillages BF sont, en général, peu adaptées aux écoulements vasculaires. Ces mailles ont en effet une résolution souvent trop ou pas assez élevée pour des écoulements vasculaires [TS10]. Dans l'approche classique où une méthode BF est utilisée, cette grande hétérogénéité dans la taille des mailles est un des facteurs, entre autres, susceptibles de rendre un calcul (BF) instable ou trop coûteux en temps de calcul. Chacun de ces maillages BF doit donc être soigneusement examiné afin de détecter puis de modifier les mailles, individuellement, afin de les rendre adéquats à un calcul numérique. Cette tâche demande une expertise en calcul numérique et un investissement en temps considérable qui ne sont pas compatibles avec une activité médicale. La chaîne OCFIA actuelle, comprenant une méthode BF, permet donc d'obtenir une description satisfaisante de la géométrie sous la forme de maillages BF sans toutefois que ces maillages BF soient directement utilisables par les méthodes numériques BF.

Dans les méthodes IB, les calculs numériques sont basés sur un maillage cartésien où la taille des mailles sont, par définition, toutes homogènes et paramétrable très simplement. Le maillage est directement adapté à un calcul numérique, sans tâches supplémentaires requises de la part de l'utilisateur. C'est pourquoi nous proposons de baser les calculs numériques sur une méthode IB plutôt que sur une méthode BF. Cela implique une étape supplémentaire par rapport à la chaîne OCFIA BF classique. Il s'agit de passer d'une description de la géométrie par un maillage BF à une description sur un maillage cartésien. Si cette étape peut être réalisée avec une faible voire même sans intervention de l'utilisateur, tout en conservant une description correcte de la géométrie quelque soit la qualité numérique du maillage BF de départ, alors l'utilisation d'une méthode IB présente un bénéfice par rapport

au BF. En effet, il n'y a alors plus besoin de modifier manuellement le maillage pour le rendre adapté à une simulation. Il s'agira donc de conserver la partie de la chaîne OCFIA qui permet l'acquisition, le traitement, et la génération de maillage BF représentant de façon réaliste et patient spécifique la géométrie de l'artère ou du cœur d'un patient ; de passer ensuite, à partir de ce maillage BF, à une description de la géométrie sur un maillage cartésien ; enfin, d'utiliser une méthode IB pour réaliser, sur le maillage cartésien, les simulations numériques de l'écoulement.

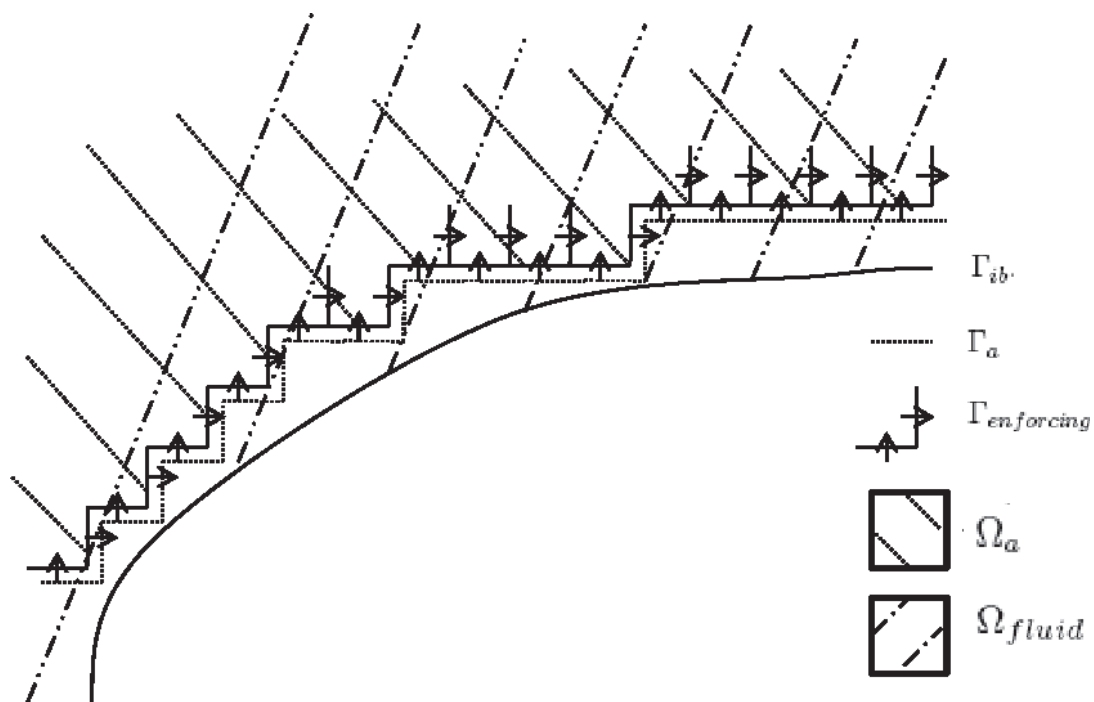


FIGURE 3.3 – Immersed Boundary

3.5.2 Conditions limites aux parois solides

Un traitement spécifique est requis pour prendre en compte les conditions limites qui s'exercent au niveau de la paroi solide. Dans le cas de parois solides Γ_{ib} (Fig. 3.3), les conditions limites qui s'y appliquent sont classiques :

$$u_i = u_{i,\Gamma_{ib}}, \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \delta p}{\partial x_i} n_i = 0, \quad (3.17)$$

avec $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$ le vecteur unitaire normal à Γ_{ib} et $u_{i,\Gamma_{ib}}$ la vitesse locale à la paroi. Dans notre étude, \mathbf{n} est orienté vers l'intérieur. Afin de localiser la paroi solide Γ_{ib} sur le maillage cartésien, nous utilisons une fonction distance ϕ définie sur chaque nœuds du maillage. Cette fonction donne en chacun de ces nœuds la distance la plus courte à la paroi Γ_{ib} . ϕ est définie comme suit :

$$\phi(\mathbf{x}_i) = 0 \quad \mathbf{x}_i \in \Gamma_{ib}, \quad (3.18)$$

$$\phi(\mathbf{x}_i) > 0 \quad \mathbf{x}_i \in \Omega_{fluid}, \quad (3.19)$$

$$\phi(\mathbf{x}_i) < 0 \quad \mathbf{x}_i \notin \Omega_{fluid}, \quad (3.20)$$

avec \mathbf{x}_i le vecteur position du nœud où est définie la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur vitesse. Suivant l'approche et les notations introduites par de Kang *et al.* [KIH09], le domaine physique Ω_{fluid} est approximé par le domaine de calcul Ω_a (voir Fig. 3.3). Ω_a est défini comme l'ensemble des cellules entièrement incluses dans Ω_{fluid} (voir Fig. 3.4). $\Gamma_{enforcing}$ contient toutes les faces de Ω_a ayant

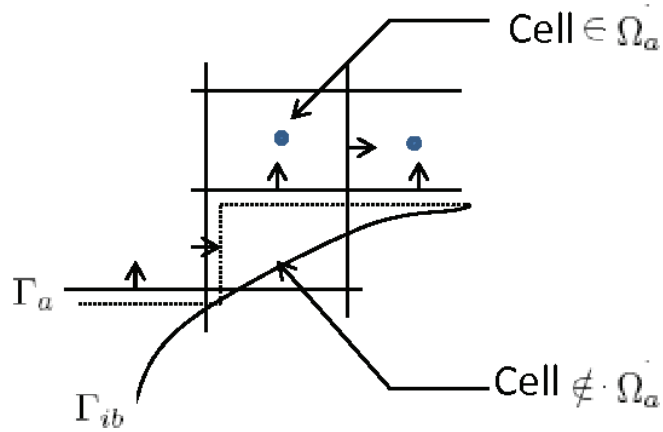


FIGURE 3.4 – Le domaine de calcul approché sur le maillage décalé.

au moins une face voisine à l'extérieur tandis que Γ_a contient toutes les faces de la frontière de Ω_a . Etant donné la structure d'un maillage décalé, Γ_a est incluse dans $\Gamma_{enforcing}$ (voir Fig. 3.3). $\Gamma_{enforcing}$ représente l'ensemble des nœuds du maillage où un traitement spécifique des conditions limites par des méthodes IB est appliqué.

Nous détaillons ici quatre formulations IB. Indépendamment de ces méthodes, la valeur de la vitesse à l'extérieur de Ω_a est imposée nulle.

La première méthode, dénommée "A", consiste à forcer la valeur de la vitesse sur Γ_a à prendre celle de la vitesse sur Γ_{ib} donnée par (3.16). Autrement dit, la condition limite (3.16), qui s'applique normalement sur Γ_{ib} , est remplacée par

$$\bar{u}_{\mathbf{x}_i, \Gamma_a} = u_{i, \Gamma_{ib}}, \quad (3.21)$$

sur Γ_a . Nous notons $u_{\mathbf{x}_i, \Gamma_a}$ la composante u_i du vecteur vitesse \mathbf{U} au point \mathbf{x}_i qui appartient à Γ_a ; ce point sera lui-même noté \mathbf{x}_{i, Γ_a} . De la même manière, la composante u_j du vecteur vitesse \mathbf{U} serait représenté en un nœud de position \mathbf{x}_{j, Γ_a} par $u_{\mathbf{x}_{j, \Gamma_a}}$. Il est à noter, le maillage cartésien étant décalé, qu'il n'y a pas de nœuds \mathbf{x}_i où la composante u_j ($j \neq i$) de \mathbf{U} soit définie. Comme Fadlun et

al. [FVOMY00] nous forçons la valeur de la vitesse intermédiaire ((3.5)), c'est à dire sur \bar{u} et non sur u^n . Cette méthode est similaire au "step wise way" de Fadlun *et al.* [FVOMY00]. Le reste des nœuds de $\Gamma_{enforcing}$ qui n'appartiennent pas à Γ_a ne reçoivent pas de traitement particulier. La vitesse est obtenue, sur ces nœuds en résolvant les équations régissant l'écoulement, comme c'est le cas à l'intérieur de Ω_a . Si, par exemple, la paroi est statique cela rend la frontière où la vitesse est effectivement nulle quelque peu différente de la frontière "en escalier" Γ_a , et ce, particulièrement aux nœuds se situant sur $\Gamma_{enforcing}$ et pas sur Γ_a .

Dans la seconde méthode de forçage "B" (voir la figure 3.5), la condition limite (3.16), qui normalement s'applique sur Γ_{ib} , est remplacée par une condition limite de Dirichlet sur $\Gamma_{enforcing}$:

$$\bar{u}_{\mathbf{x}_i, enforcing} = \alpha \bar{u}_{\mathbf{x}_i, \Omega_a} + u_{i, \Gamma_{ib}} (1 - \alpha). \quad (3.22)$$

Il s'agit d'une interpolation linéaire où $\alpha = \frac{\phi_{\mathbf{x}_i, enforcing}}{\phi_{\mathbf{x}_i, \Omega_a}}$ et où $\bar{u}_{\mathbf{x}_i, \Omega_a}$ est la composante u_i de la vitesse solution aux équations de N.S. discrétisées au point \mathbf{x}_i, Ω_a . Le nœud \mathbf{x}_i, Ω_a est choisi parmi les 26 nœuds voisins de $\mathbf{x}_i, enforcing$ appartenant à Ω_a de façon à maximiser la quantité :

$$\frac{\mathbf{x}_i, \Omega_a - \mathbf{x}_i, enforcing}{\|\mathbf{x}_i, \Omega_a - \mathbf{x}_i, enforcing\|} \cdot \mathbf{n}, \quad (3.23)$$

où

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \phi(\mathbf{x}_i, enforcing)}{\|\nabla \phi(\mathbf{x}_i, enforcing)\|} \quad (3.24)$$

est une approximation de la normale à la surface de la paroi Γ_{ib} . De cette façon, le nœud intérieur le plus aligné dans la direction normale à la frontière immergée est sélectionné.

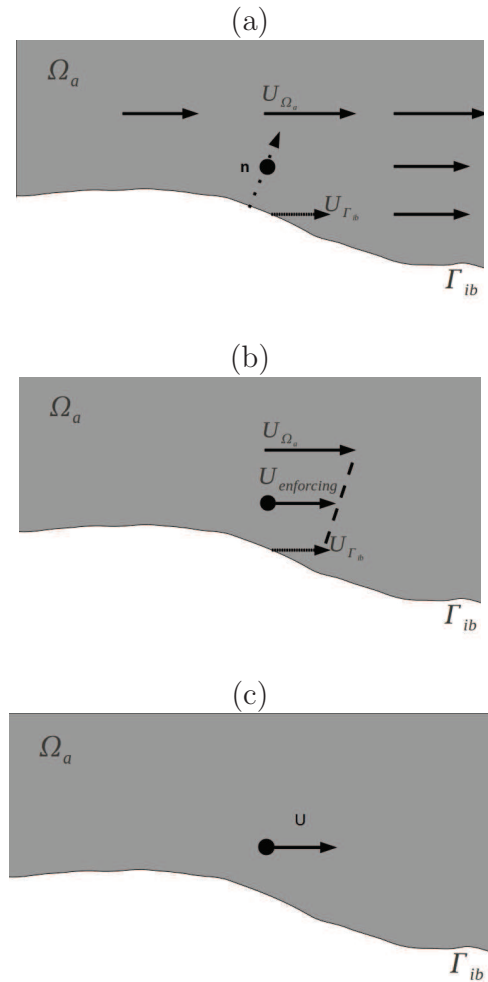


FIGURE 3.5 – Méthode IB "B" : (a) le point intérieur le plus aligné avec la normale \mathbf{n} est sélectionné, (b) la valeur de la vitesse $U_{enforcing}$ est interpolée à partir de la valeur qu'a vitesse à la paroi et au point intérieur sélectionné, (c) la vitesse en ce point est imposée et constitue une condition limite de Dirichlet. Seule la zone d'écoulement est ici représentée.

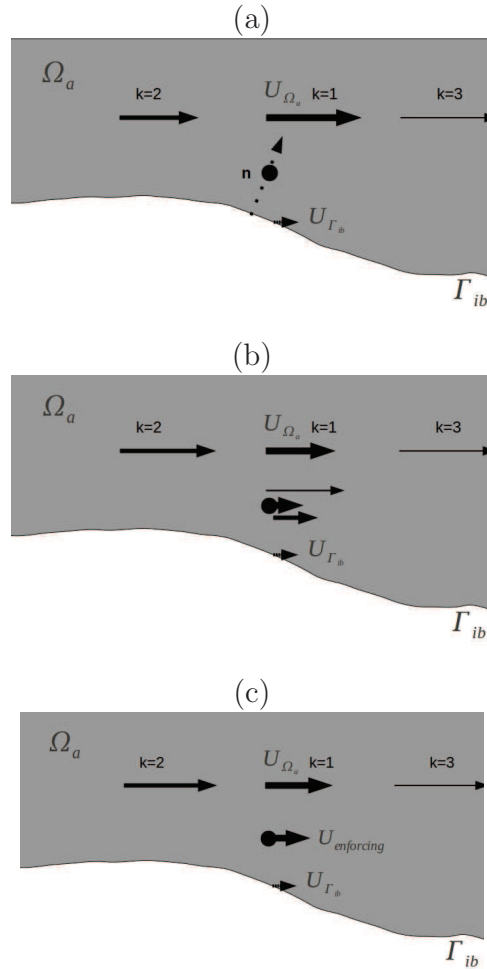


FIGURE 3.6 – Méthode IB "B+" : (a) ici 3 points intérieurs sont sélectionnés, du plus aligné ($k = 1$) au moins aligné ($k = 3$) avec la normale \mathbf{n} , (b) Les valeurs de la vitesse (ici représentées par 3 flèches) au point de $U_{enforcing}$ sont calculées par interpolation linéaire à partir de $U_{\Gamma_{ib}}$ et de la vitesse en chacun des points sélectionnés (de $k = 1$ à $k = 3$), (c) $U_{enforcing}$ est calculé par une combinaison de ces valeurs. Les valeurs de la vitesse obtenues à partir des points intérieurs les plus alignés avec la normale locale ont une contribution plus importante dans le calcul de la valeur de $U_{enforcing}$.

Nous avons aussi implémenté la méthode "B+" (voir les figures 3.6) qui utilise N nœuds intérieurs notés $\mathbf{x}_{i,\Omega_a}^k$ pour l'interpolation de la vitesse au point $\mathbf{x}_{i,forcing}$:

$$\bar{u}_{\mathbf{x}_{i,forcing}} = \sum_{k=1}^N \psi^k \left(\frac{\phi_{\mathbf{x}_{i,forcing}}}{\phi_{\mathbf{x}_{i,\Omega_a}^k}} \bar{u}_{\mathbf{x}_{i,\Omega_a}^k} + u_{\mathbf{x}_{i,\Gamma_i b}} \left(1 - \frac{\phi_{\mathbf{x}_{i,forcing}}}{\phi_{\mathbf{x}_{i,\Omega_a}^k}} \right) \right), \quad (3.25)$$

qui peut être réécrit, avec $\alpha_i^k = \frac{\phi_{\mathbf{x}_{i,forcing}}}{\phi_{\mathbf{x}_{i,\Omega_a}^k}}$ sous la forme :

$$\bar{u}_{\mathbf{x}_{i,forcing}} = \sum_{k=1}^N \psi^k (\alpha_i^k \bar{u}_{\mathbf{x}_{i,\Omega_a}^k} + u_{\mathbf{x}_{i,\Gamma_i b}} (1 - \alpha_i^k)), \quad (3.26)$$

où ψ^k est un coefficient associé à l'utilisation du $k^{ème}$ nœud $\mathbf{x}_{i,\Omega_a}^k$. N représente le nombre de nœuds \mathbf{x}_{i,Ω_a} parmi les 26 nœuds voisins de $\mathbf{x}_{i,forcing}$. Le coefficient ψ^k , comme proposé par Choi *et al.* [COER07], est donné par

$$\psi^k = \frac{\gamma^k}{\sum_{l=1}^N \gamma^l}, \quad (3.27)$$

avec γ^k donnée par (3.23) pour le $k^{ème}$ nœud $\mathbf{x}_{i,\Omega_a}^k$:

$$\gamma^k = \frac{\mathbf{x}_{i,\Omega_a}^k - \mathbf{x}_{i,forcing}}{\|\mathbf{x}_{i,\Omega_a}^k - \mathbf{x}_{i,forcing}\|} \cdot \mathbf{n}. \quad (3.28)$$

Les coefficients ψ vérifient donc $\sum_{k=1}^N \psi^k = 1$. Autrement dit, dans la méthode "B+", nous reconstruisons la vitesse par une combinaison linéaire des vitesses interpolées en utilisant tous les nœuds \mathbf{x}_{i,Ω_a} voisins. ψ permet de pondérer cette combinaison linéaire et rend la contribution de la composante u_i des nœuds \mathbf{x}_{i,Ω_a} qui maximisent (3.23), c'est à dire les plus alignés à la normale locale, plus importante que celle des autres nœuds. Si les nœuds \mathbf{x}_{i,Ω_a} sont classés par ψ^k décroissants alors les méthodes "B" et "B+" peuvent être décrites de façon générale par (3.26) avec pour la méthode "B" $N = 1$.

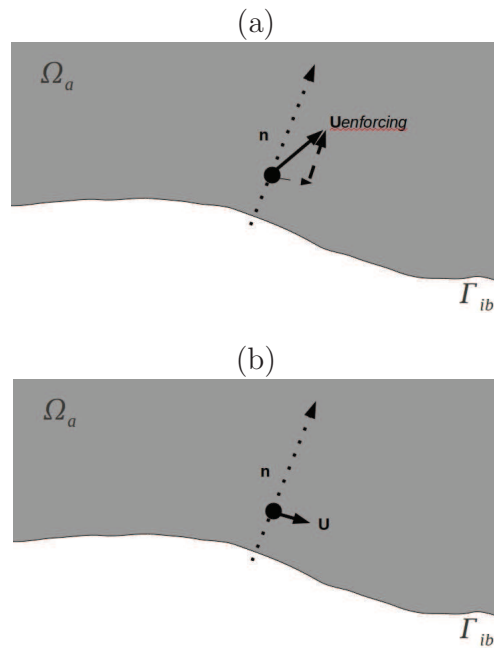


FIGURE 3.7 – Méthode IB "C" et "D" : (a) une correction est appliquée à $U_{enforcing}$ dont la valeur a été obtenue avec une méthode IB "B", (b) de façon à annuler la composante normale du vecteur vitesse ainsi obtenu. Seule la zone d'écoulement est ici représentée. Dans la formulation C, $U_{enforcing}$ est calculé à partir des valeurs de la vitesse aux points voisins se situant à l'intérieur du domaine d'écoulement, tandis que dans la formulation D la valeur (nulle) de la vitesse aux points extérieurs voisins est également prise en compte.

Dans les méthodes "C" et "D" (voir les figures 3.7), une correction δ est ajoutée au forçage "B". La première étape est de calculer, avant les procédures d'interpolation "B", la vitesse \mathbf{U} au centre des cellules voisines de $\mathbf{x}_{i,forcing}$ et de composante notée $\bar{u}_{i,cell}$. La correction δ_i est calculée par (avec sommation sur indices répétés) :

$$\delta_i = -(\bar{u}_{j,cell} n_j) n_i. \quad (3.29)$$

L'étape suivante consiste à appliquer le forçage "B" comme précédemment décrit. Enfin, la correction est ajoutée à (3.26) pour obtenir

$$\bar{u}_{\mathbf{x}_{i,forcing}} = \sum_{k=1}^N \psi^k (\alpha_i^k \bar{u}_{\mathbf{x}_i^k, \Omega_a} + u_{\mathbf{x}_i, \Gamma_{i,b}} (1 - \alpha_i^k)) + \delta_i. \quad (3.30)$$

La correction est destinée à annuler la composante du vecteur vitesse normale à $\mathbf{x}_{i,forcing}$. D'autres études proposent également des méthodes de correction tangentielle (voir par exemple Ikeno et Kajishima [IK07]). Il est à noter que $\bar{u}_{j,cell}$ est calculé au centre des cellules voisines avant que le forçage "B" ne s'applique.

Dans la méthode "C", $u_{j,cell}$ est calculé dans les cellules voisines qui appartiennent au domaine d'écoulement Ω_a . Dans la méthode "D", $u_{j,cell}$ est calculé à la position exacte de $\mathbf{x}_{i,forcing}$ à partir de deux cellules voisines, qu'elles appartiennent ou non à Ω_a . Les méthodes résultants de la même procédure, appliquée à "B+" au lieu de "B", seront notées "C+" et "D+".

Indépendamment de l'approche utilisée, une condition de Newman homogène pour la pression est forcée sur le contour Γ_a . Sur ces nœuds, la correction de la pression (3.10) n'a pas d'effet. Autrement dit, les valeurs des composantes u_i de la vitesse sur Γ_a , forcées, restent inchangées après l'étape de projection (3.6). On a donc $u_{\mathbf{x}_{i,forcing}}^{n+1} = \bar{u}_{\mathbf{x}_{i,forcing}}$ où $u_{\mathbf{x}_{i,forcing}}^{n+1}$ représente la solution au temps $n + 1$.

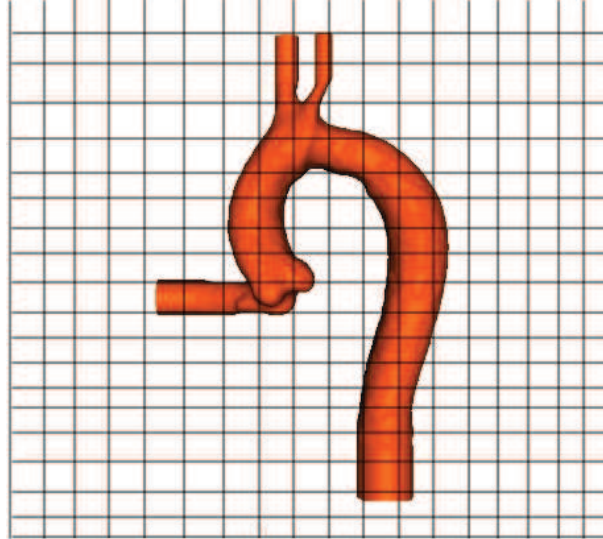


FIGURE 3.8 – Géométrie d'une artère aorte sur un maillage cartésien.

Conditions limites d'entrées et sorties

Les entrées et sorties du domaine d'écoulement ont été traitées par deux approches différentes. En premier lieu, des conditions limites classiques ont été implémentées. Il s'agit de conditions limites de Dirichlet et de conditions non réfléchissantes qui s'appliquent aux bords du maillage cartésien. Ce type d'implémentation des conditions limites aux bords du maillage cartésien ne permet pas de simuler d'écoulement lorsque les entrées ou sorties se situent à l'intérieur, et non aux bords. Par exemple, l'artère aorte montrée sur la figure 3.8 a des entrées et sorties qui se situent à l'intérieur du maillage cartésien. Une possibilité consiste à rallonger artificiellement chacune des entrées et sorties jusqu'aux bords du maillage. Cette approche présente plusieurs désavantages. En premier lieu, le domaine d'écoulement étant artificiellement étendu, le domaine de calcul Ω_a l'est aussi. Ceci augmente donc le

temps de calcul machine pour la résolution numérique des équations. Par ailleurs, la forme de ce type de prolongement est complètement arbitraire et donc peu réaliste. Enfin, les conditions limites de vitesse sont obtenues par IRM (voir chapitre 2) aux entrées et sorties de l'artère et non aux bords du maillage cartésien.

Une approche différente a ici été préférée pour traiter les entrées et sorties situées à l'intérieur du maillage cartésien. Il s'agit de modéliser les entrées et sorties par des frontières immergées. Comme pour les parois solides, la première étape consiste à repérer, sur le maillage cartésien, les positions de chaque entrée et sortie. Concrètement, chaque entrée est définie comme la portion de Γ_{ib} qui se situe dans un rayon noté r^{es} autour d'une position noté \mathbf{x}^{es} . Il est à noter que es n'est pas un exposant numérique mais désigne la $es^{ème}$ entrée ou sortie. \mathbf{x}^{es} est paramétrée par l'utilisateur et positionne, approximativement, sur le maillage cartésien le centre de l'entrée. r^{es} prend une valeur, également paramétrée par l'utilisateur, approximativement égale au rayon de l'entrée considérée (voir la figure 3.9). De cette façon une entrée immergée est définie comme une portion limitée de $\Gamma_{enforcing}$ dont chaque nœud désigné par $\mathbf{x}_{i,\Gamma_{enforcing}^{es}}$ vérifie :

$$|\mathbf{x}_{i,\Gamma_{enforcing}^{es}} - \mathbf{x}^{es}| \leq r^{es}. \quad (3.31)$$

\mathbf{x}^{es} et r^{es} étant paramétrées de façon approximative par l'utilisateur, il est possible qu'une portion de Γ_{ib} , représentant une partie de la paroi solide, soit identifiée par erreur comme faisant partie de l'entrée Γ_{ib}^{es} . Afin d'éviter cela, seules les cellules de $\Gamma_{enforcing}^{es}$ appartenant à un même plan, de normale \mathbf{n}^{es} , sont sélectionnées (voir la figure 3.10). \mathbf{n}^{es} est également paramétrée par l'utilisateur et représente donc l'orientation approximative de l'entrée. Nous nous sommes limités à ne considérer ici que des entrées et sorties dont les faces sont alignées avec les lignes du maillage

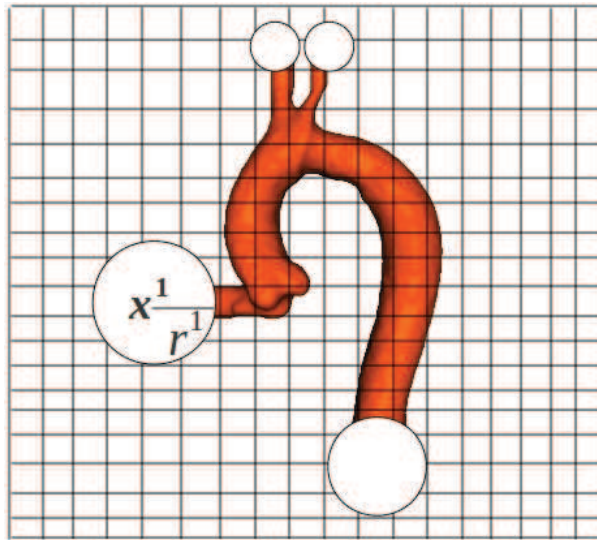


FIGURE 3.9 – Entrées et sorties immergées d’une artère aorte, sur maillage cartésien. Seule une entrée est ici détaillée.

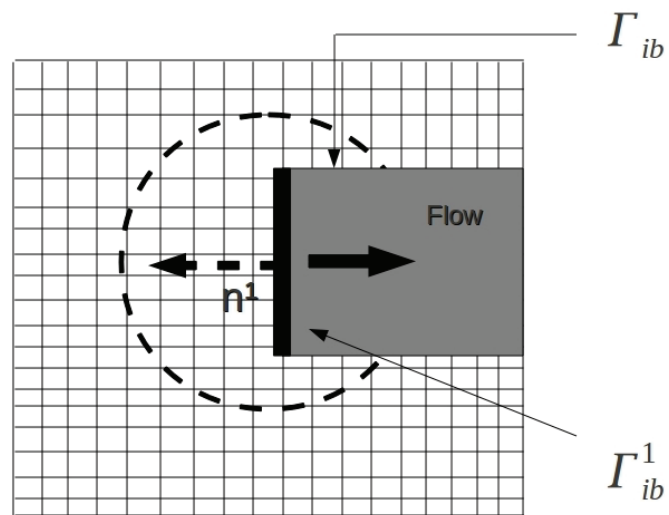


FIGURE 3.10 – Détail de l'entrée immergée présentée sur la figure 3.9. \mathbf{n}^1 est la normale au plan de l'entrée Γ_{ib}^1 , et Γ_{ib} la frontière immergée correspondant à une paroi solide.

cartésien et donc également alignées avec les bords du maillage (comme c'est le cas sur la figure 3.10). Les autres entrées et sorties immergées sont repérées selon la même procédure et sont représentées chacune par une portion limitée de $\Gamma_{enforcing}$ notée $\Gamma_{enforcing}^{es}$ (voir la figure 3.9). La procédure présentée ci dessus permet, avec les paramètres \mathbf{x}^{es} , r^{es} , et \mathbf{n}^{es} , de traiter indépendamment chaque entrée et sortie. Dans la mesure où chaque portion Γ_{ib}^{es} est considérée comme une frontière immergée les conditions limites qui s'y appliquent sont similaires à (3.16) :

$$u_i = u_{i,\Gamma_{ib}^{es}}. \quad (3.32)$$

En appliquant la méthode IB "A" sur les nœuds de $\Gamma_{enforcing}^{es}$, la condition limite de Dirichlet reconstruite est donnée par

$$\bar{u}_{\mathbf{x}_{i,\Gamma_{enforcing}^{es}}} = u_{i,\Gamma_{ib}^{es}} \quad (3.33)$$

avec $u_{i,\Gamma_{ib}^{es}}$ la $i^{ème}$ composante de la vitesse de l'écoulement à la $es^{ème}$ entrée ou sortie. Comme présentée dans le chapitre 2, $u_{i,\Gamma_{ib}^{es}}$ est obtenue par les mesures IRM. La condition limite de Newman homogène sur la pression ne change pas (3.17).

Dans cette approche, les frontières de la géométrie, parois solides et entrées ou sorties, sont toutes considérées et traitées comme des frontières immergées. Dans la prochaine section, nous comparerons ces deux approches des conditions limites d'entrée et sortie et montrerons que les résultats obtenus sont semblables. Ce traitement des entrées et sorties immergées a cependant l'avantage de pouvoir imposer les conditions limites de vitesse quelque soit la position des entrées et sorties par rapport au maillage cartésien. Ainsi, ce type d'approche permet d'imposer les conditions de vitesse obtenues par IRM aux positions où elles ont été obtenue et sans avoir à modifier arbitrairement la géométrie de départ.

3.6 Intégration des méthodes de Frontières immergées à la chaîne OCFIA

L'intégration des méthodes IB à la chaîne OCFIA (voir la figure 3.11) a ensuite été réalisée par les différents membres du projet OCFIA. L'objectif consiste à réaliser les simulations numériques compatibles avec les données médicales du patient sans avoir à utiliser de code CFD BF.

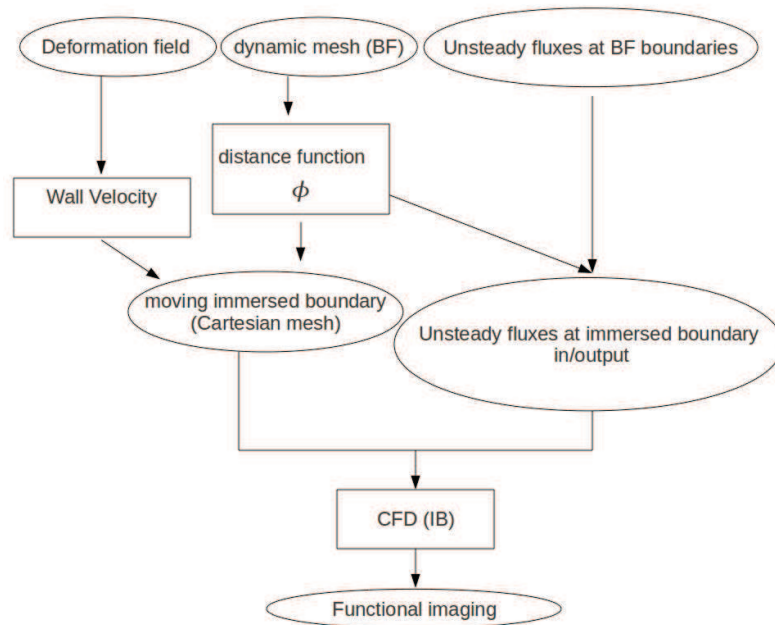


FIGURE 3.11 – Intégration des méthodes de frontières immergées à la chaîne OCFIA.

3.6.1 Génération de la fonction distance ϕ

Tout d'abord, la fonction distance ϕ est créée à partir de maillages BF générés par la chaîne OCFIA (voir la figure 2.1). Les bords de ces maillages BF sont composés de facettes qui sont, en 3D, triangulaires. Le processus de création de ϕ est représenté, en 2D, sur la figure 3.12. La première étape consiste à positionner le maillage BF au sein du maillage cartésien à l'aide d'un repère cartésien commun. En chacun des points du maillage cartésien, la facette du maillage BF la plus proche du point considéré est ensuite sélectionnée. La valeur de la fonction distance en ce point est alors calculée comme la distance séparant ce point du barycentre de la facette sélectionnée. Le maillage BF contient également les informations nécessaires permettant de distinguer l'intérieur du maillage BF de l'extérieur. Ainsi, les points du maillage cartésien se situant à l'intérieur du maillage BF se voient attribués une valeur de ϕ positive tandis qu'une valeur négative est attribuée aux points extérieurs. La fonction distance ϕ ainsi obtenue sur le maillage cartésien est alors lissée de façon à obtenir une description de la géométrie visuellement satisfaisante.

3.6.2 Vitesse à la paroi

La chaîne OCFIA permet également d'obtenir les champs de déformation et de déplacement correspondants aux images IRM acquises (voir la chapitre 2 et [Mor07, MCJ⁺08, NMT⁺09]). Ces champs sont définis sur un maillage cartésien dont chaque point correspond à la position d'un voxel des images IRM (3D). Le champ de déplacement est alors interpolé depuis ce maillage cartésien vers le maillage cartésien utilisé dans la simulation numérique. Le maillage cartésien utilisé dans la simulation numérique peut être différent de celui correspondant aux

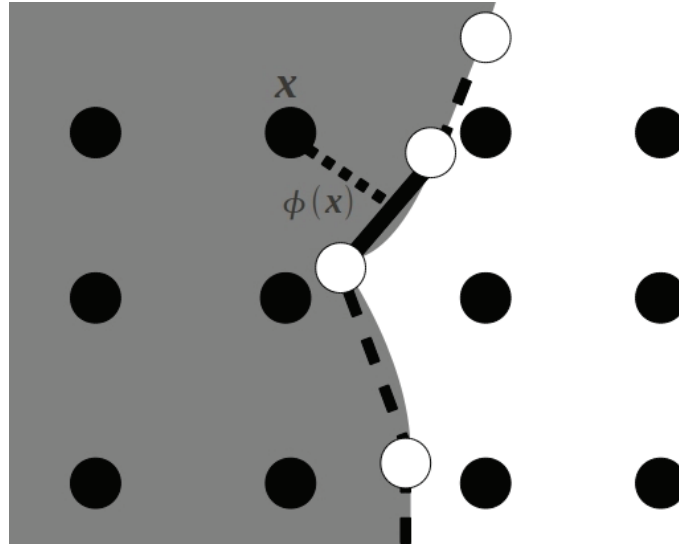


FIGURE 3.12 – Exemple 2D de création de ϕ . Les points appartenant au bord du maillage BF sont représentés en blanc. Les facettes du maillage BF, reliant ces points, sont représentés par des traits. L'intérieur du maillage BF (la zone d'écoulement) est coloré en gris tandis que l'extérieur est laissé en blanc. Les points noirs représentent les points du maillage cartésien. L'obtention de la valeur de ϕ est ici considérée pour un point du maillage cartésien positionné en \mathbf{x} . La facette du maillage BF la plus proche est sélectionnée : elle est ici représentée en trait plein. $\phi(\mathbf{x})$ prend alors la valeur, dans ce cas positive, de la distance séparant le point \mathbf{x} du barycentre de la facette sélectionnée.

images IRM (3D). En effet, le maillage cartésien de la simulation sera en général de volume inférieur et plus centré sur la région d'intérêt (l'artère, le ventricule, etc...). Ce maillage pourra également, par exemple, avoir une résolution différente de celle des images IRM acquises. En divisant la valeur du champ de déplacement, en chaque point du maillage cartésien de la simulation numérique, par la période séparant 2 champs de déplacement successifs, un champ de vitesse \mathbf{V} est obtenu ; ce champ de vitesse étant défini sur le maillage cartésien de la simulation numérique. Alors, la vitesse à la paroi $u_{i,\Gamma_{ib}}$ (équation (3.16)) est approchée par

$$u_{i,\Gamma_{ib}} = v_{i,\Gamma_a}. \quad (3.34)$$

avec v_{i,Γ_a} la $i^{\text{ème}}$ composante de \mathbf{V} sur Γ_a .

Chapitre 4

Validation

4.1 Ecoulement (3D) dans une artère sténosée

Les différentes implémentations IB, présentées précédemment, ont, dans un premier temps, été validées et évaluées sur une configuration rigide relativement simple mais représentative [TMM⁺10].

4.1.1 Le solveur BF YALES2

De façon à pouvoir valider les résultats obtenus avec les méthodes IB, les mêmes simulations ont été réalisées en utilisant un solveur numérique BF : le solveur YALES2 (<http://nonpremixed.insa-rouen.fr/~moureau/yales2.html>). YALES2 est un solveur numérique de mécanique des fluides sur maillage BF non-structuré. Ce solveur est utilisé dans de nombreux champs d'application [MD08] : écoulements incompressibles, magnéto-hydrodynamique, etc.... YALES2 est basé sur un schéma volume fini centré d'ordre 4 en espace. Nous avons également utilisé, pour l'intégration en temps, un schéma d'ordre 4 (fractional step method) pour résoudre les équations

incompressibles de Navier-Stokes.

4.1.2 Configuration

Géométrie

Le cas considéré ici est un modèle d'artère rigide sténosée (3D). Il s'agit d'une géométrie déjà largement étudiée et aujourd'hui considérée comme une application classique de la CFD aux écoulements sanguins. L'artère sténosée (3D) est modélisée par un tube (3D) dont le diamètre est localement réduit (Figure 4.2). Le diamètre du tube est réduit de moitié au niveau du col de la sténose. En aval et en amont de la sténose, le diamètre du tube est de $D = 0.05$ m. La géométrie est axisymétrique. L'axe du tube suit l'axe z . On considère l'origine des axes placée au centre du col de la sténose. Le rayon dans la partie sténosée est donné par :

$$r(z) = \frac{D}{2}[1 - 0.25(1 + \cos(2\pi z/L))] \quad \text{if } |z| \leq L/2, \quad (4.1)$$

$$r(z) = \frac{D}{2} \quad \text{if } |z| \geq L/2. \quad (4.2)$$

La longueur de la région sténosée est $L = 4D$. L'entrée du tube est située à $z = -10D$, tandis que la sortie est située à $z = 10D$ pour les simulations réalisées sur solveur BF et de $z = 30D$ pour les simulations réalisées avec les méthodes IB. Le domaine de calcul est ainsi rallongé pour les simulations IB de façon à analyser l'écoulement loin en aval de la sténose et de vérifier si cet écoulement correspond aux solutions de Poiseuille.



FIGURE 4.1 – géométrie de l'artère sténosée.

Maillage

Le maillage cartésien utilisé dans les simulations IB a les caractéristiques suivantes : $\Delta x/D = 0.03$, $\Delta y/D = 0.03$ et $\Delta z/D = 0.2$. Ce sont deux maillages BF non structurés qui ont été utilisés pour les simulations réalisées avec le solveur YALES2. Le premier maillage est constitué de 3,194,042 cellules tétraédriques. La taille des cellules, au niveau du col de la sténose, est de $0.025 D$ tandis qu'en amont en aval les cellules ont une taille de $0.05 D$. Le second maillage BF a été généré à partir du premier par raffinement automatique : chaque cellule tétraédrique du premier maillage forme 8 cellules de plus petite taille qui forment le second maillage BF. Ce processus de raffinement automatique est pris en charge par YALES2. Le second maillage ainsi obtenu est constitué de 25,552,336 cellules tétraédriques. Typiquement, ces cellules ont une taille de $0.0125 D$ près du col de la sténose et $0.025 D$ ailleurs. L'utilisation de ces 2 maillages permet de vérifier la convergence des solutions obtenues avec YALES2. La Figure 4.2 montre la surface du premier maillage BF au niveau de la sténose.

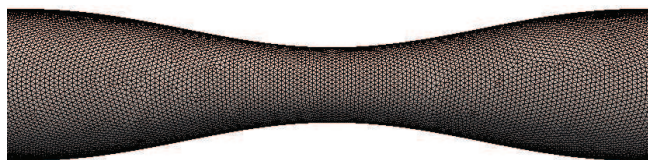


FIGURE 4.2 – Maillage BF (S5) ; vue détaillée du col de la sténose.

Paramètres de l'écoulement

Les écoulements simulés sont laminaires, avec un nombre de Reynolds à l'entrée de $Re = W_0 D / \nu \approx 250$. La vitesse à l'entrée est uniforme et sa valeur imposée à : $W_0 = 0.0172 \text{ m s}^{-1}$. La viscosité cinématique est de $\nu = 3.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. La table 4.1 montre les paramètres des simulations présentées dans les sections suivantes, la configuration restant la même par ailleurs.

Simulation	Solver	Grid	méthodes IB	Time step $\Delta t/t_0$
S1	IB	40x40x200	A	1.93×10^{-2}
S2	IB	40x40x200	B	1.87×10^{-2}
S3	IB	40x40x200	C	1.89×10^{-2}
S4	IB	40x40x200	D	1.88×10^{-2}
S5	BF	grid 1	-	2.63×10^{-3}
S6	BF	grid 2	-	5.50×10^{-3}

TABLE 4.1 – Descriptif et caractéristiques numériques des simulations réalisées. Voir la section 3.5 pour la définition des méthodes IB.

4.1.3 Résultats

Avant toute comparaison entre BF et IB, certaines analyses préliminaires doivent être réalisées. En premier lieu, les simulations BF sont réalisées dans le but d'obtenir une solution de référence à laquelle comparer les résultats obtenus par IB. Ainsi, la convergence et l'indépendance des solutions BF sont traitées dans la section suivante. Le second point à vérifier concerne la conservation de la masse pour les simulations IB. Après avoir réalisé ces vérifications préliminaires, nous com-

parerons les résultats obtenus par IB aux solutions références BF obtenues avec YALES2.

Simulations BF : étude de convergence

L'étude de la convergence et de l'indépendance en maillage a été réalisée grâce au raffinement automatique effectué par YALES2. Comme présenté précédemment, le maillage de S6 a été obtenu par raffinement automatique de maillage de S5. La méthode de raffinement a été développée par [Riv84]. Cette méthode permet de réaliser de façon simple et efficace des raffinements de maillage BF sans avoir à réutiliser de logiciel de maillage. Les profils de vitesse et de pression obtenus dans S5 et S6 sont présentés sur la figure Fig. 4.3. La comparaison de ces résultats ne montre aucune différence majeure entre les 2 simulations et suggère que l'indépendance en maillage est atteinte. Ainsi, les résultats obtenus dans S6 serviront de référence pour les comparaison avec les IB.

Simulations par méthode IB de base(A,B,C,D) : conservation de la masse

Un des enjeux majeurs lors de l'utilisation des IB sur des cas d'écoulements internes est la conservation de la masse. En effet, étant donné que les frontières physique des parois ne sont pas définies par le contour du maillage, comme elles le seraient avec les BF, mais que ces frontières passent entre les lignes du maillage cartésien, la condition d'imperméabilité des parois solides (vitesse normale à la paroi nulle) n'est pas imposée explicitement. Cette condition d'imperméabilité est approximée sur les nœuds les plus proches de la paroi par une méthode IB. Il s'agira donc de vérifier que le fluide ne traverse pas les parois solides, et donc de

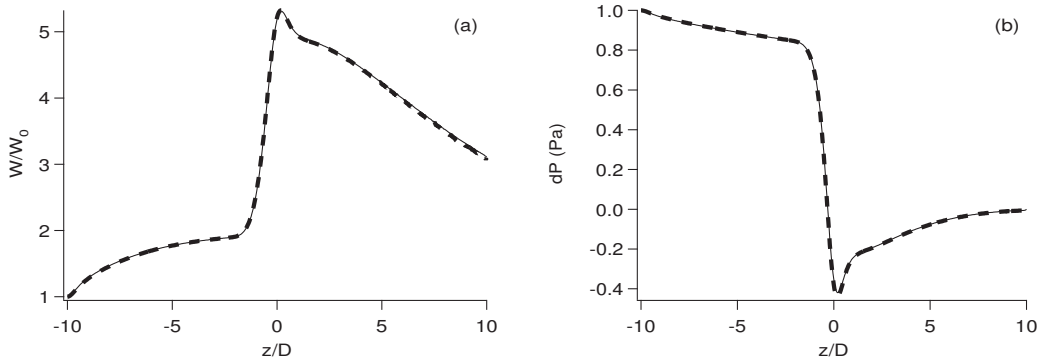


FIGURE 4.3 – Comparaison des simulations S5 (---) et S6 (—) afin de montrer l'indépendance en maillage des simulations réalisées avec YALES2. Les profils de vitesse axiale (a) et de pression (b) le long de l'axe centrale du tube sont ici montrés.

contrôler la conservation de la masse. Le débit est calculé tout le long de l'axe du tube à chaque $\Delta z/D = 0.2$ par intégration sur les faces entièrement incluses dans la région fluide. Il est adimensionné soit par le débit calculé en amont de la sténose à $z = -5D$ soit par le débit calculé à l'entrée du domaine (figure 4.4). Dans la figure 4.4, le débit adimensionné est tracé comme une fonction des coordonnées axiales z .

La figure 4.4(a) montre le débit Q adimensionné par le débit calculé à l'entrée du domaine Q_0 . Comme prévu, la méthode A permet une conservation stricte de la masse ($Q = Q_0$ le long de l'axe du tube). Pour les autres formulations IB (B,C,D) le débit varie près de l'entrée du domaine. On peut expliquer cela par le profil, uniforme, imposé à la vitesse à l'entrée. En effet, en imposant ce type de profil les conditions limites de non-glissement à la paroi ne sont pas prises en compte à l'entrée. Il est alors normal qu'en aval, dès que les conditions de non-glissement

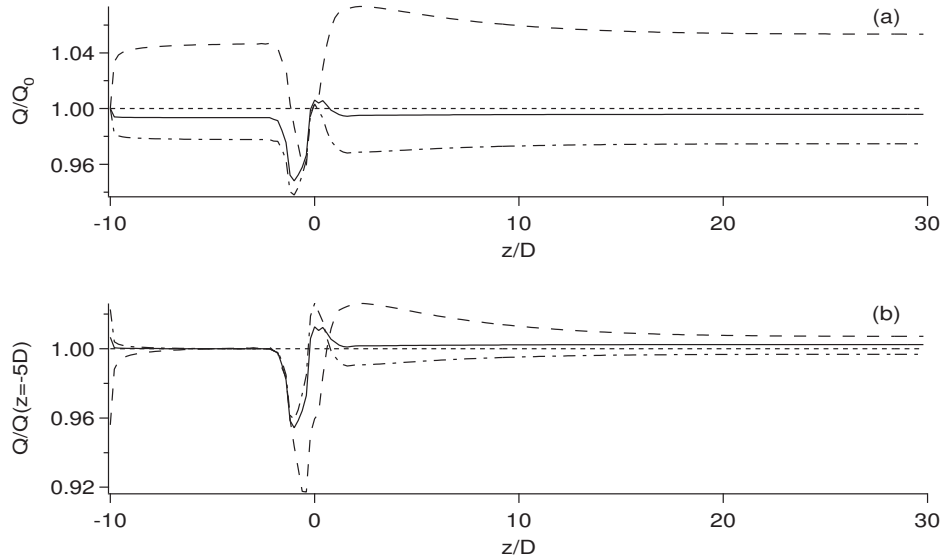


FIGURE 4.4 – Débit en fonction des coordonnées axiales z/D pour la formulation IB A (-----), B (---), C (-.-), D (—). Le débit est adimensionné par le débit à $z = -5D$ en amont de la sténose

à la paroi sont prises en compte, la vitesse de l'écoulement normale à la paroi ne soit pas nulle. On observe alors un gain ou une perte de masse près de l'entrée du domaine. Entre l'entrée et la sténose, l'écoulement est parallèle aux parois et Q est conservé quelque soit la méthode. C'est au niveau de la sténose que la variation du débit est la plus importante. En dehors de la méthode A, qui par définition assure explicitement la conservation de la masse, les autres méthodes IB montrent toutes une perte de masse (baisse de Q) au niveau du rétrécissement du tube en amont du col de la sténose. On observe aussi, pour toutes ces méthodes, un gain de masse en aval, lorsque la section du tube s'élargit. Les variations de débit les plus importantes sont observées lorsque c' est la formulation B (S2)

qui est utilisée. A l' inverse, la formulation D (S4) est la plus conservative des trois. Plus en aval, la conservation de la masse est vérifiée lorsque la direction de l'écoulement redevient parallèle à celle des parois. La figure 4.4(b) permet de comparer les méthodes en adimensionnant Q par une valeur typique du débit qui atteint effectivement la constriction. Cela permet d'analyser les variations de débit à la sténose indépendamment des perturbations produites à l'entrée, loin en amont. La formulation D (S4) reste la plus conservative des trois (B,C,D) tandis que la méthode A (S1) assure une complète conservation de la masse.

Comparaisons des méthodes IB de base(A,B,C,D) et BF

Dans cette section nous comparons les résultats obtenus par les différentes formulations IB aux résultats obtenus par une méthode BF plus classique et éprouvée (code YALES2). Le paramétrage et les détails concernant le maillage BF requis pour la simulation BF ont été détaillés dans les sections précédentes.

La figure Fig. 4.5 montre l' évolution de la pression le long le l' axe du tube. Dans la mesure où le débit effectif n'est pas le même selon les simulations, nous avons adimensionné la pression de façon à pouvoir effectuer les comparaisons. Ainsi, dans la figure Fig. 4.5 c'est $(P - P_o) - (P_i - P_o)$ qui est tracé, P_i étant la pression à l'entrée ($z/D = -10$), et P_o la pression à $z/D = 10$ (correspondant à la sortie pour la simulation S6). De façon générale, les résultats obtenus par méthodes IB, quelque soit la méthode choisie, sont très proches de ceux obtenues par BF (S6). La méthode IB donnant les écarts les plus faibles est la méthode D (simulation S4). Par ailleurs, la figure Fig. 4.5 atteste de la qualité du champ de pression dans l'ensemble du domaine d'écoulement. En effet, on observe bien un champ de pression axysymétrique et sans discontinuité. C' est l' un des avantages de suivre

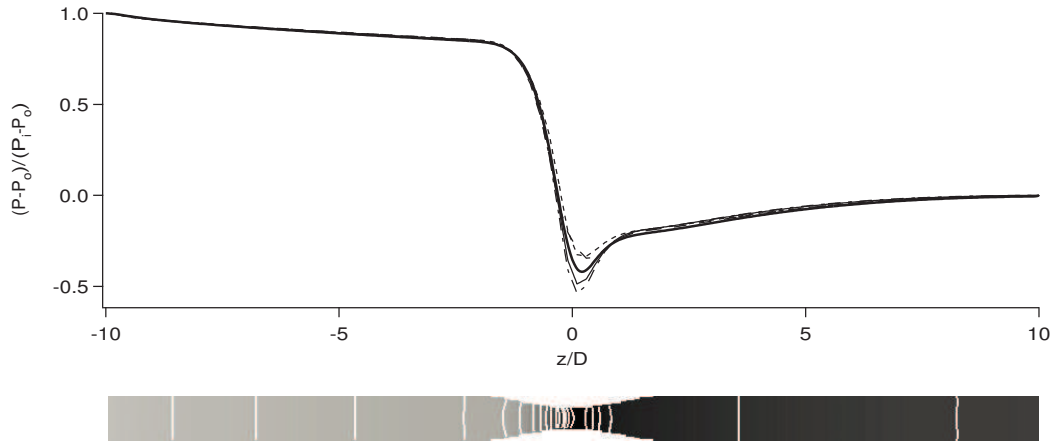


FIGURE 4.5 – Pression obtenue par les méthodes IB. En haut : comparaison de la pression adimensionnée le long de l'axe du tube pour les formulations A (----), B (---), C (-.-), D (—) et BF (—). En bas : champ de pression obtenu par la formulation D. Echelle des couleurs va de noir (faible pression) à gris (fortes pressions). Les isolines de pression en blanc montre la qualité du champ de pression proche des parois.

l'approche dite de "pressure decoupling" proposée par Kang *et al.* [KIH09]. Cette approche permet d'obtenir des champs de vitesse et de pression qui ne sont pas affectés par les valeurs, non réalistes, qu'ont les variables aux nœuds du maillage qui sont en dehors de la zone d'écoulement et qui déformeraient l'écoulement localement.

Les profils de vitesse axiale et radiale sont tracés pour $z/D = -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$ dans la figure 4.6. Ces profils sont donnés à 8 positions le long de l'axe du tube : à $z/D = -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$ pour chaque simulation IB (S1, S2, S3, S4) et pour la simulation BF (S6). La comparaison directe des profils n'est pas aisée dans

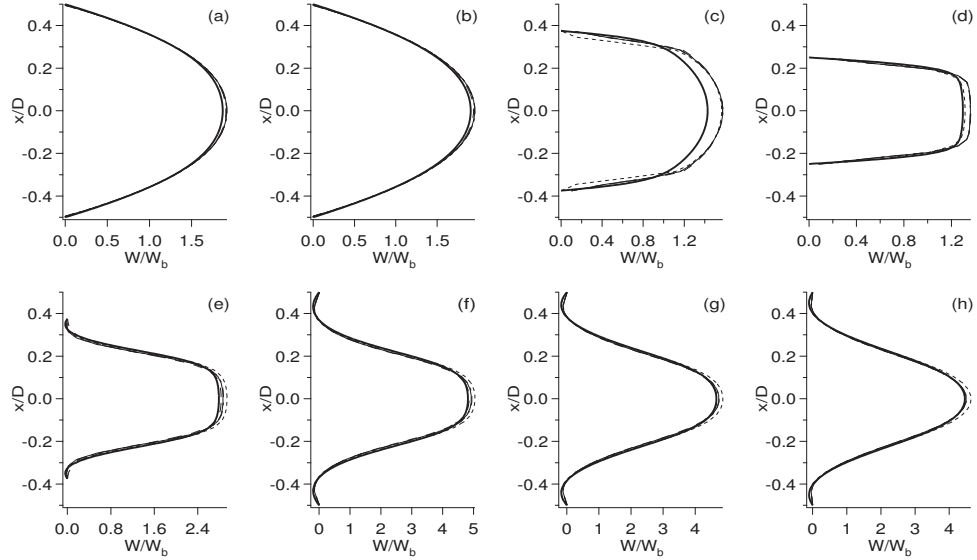


FIGURE 4.6 – Comparaison des profils de vitesse axiale W adimensionnée obtenues par les formulations A (-----), B (---), C (-.-.-), D (—) et BF (—). W est adimensionnée par la vitesse moyenne locale W_b dans chaque simulation. Les profils sont extraits du plan (x,z) en $y = 0$, à $z = -3D$ (a), $z = -2D$ (b), $z = -D$ (c), $z = 0$ (d), $z = D$ (e), $z = 2D$ (f), $z = 3D$ (g) et $z = 4D$ (h).

la mesure où, malgré des conditions d'entrée identiques (profil uniforme avec $W_0 = 0.0172 \text{ m.s}^{-1}$), les débits effectifs sont différents entre chaque simulation (voir § 4.1.3). Ainsi, afin de comparer ces profils de vitesse, nous avons adimensionné les vitesses de chaque profil par la vitesse moyenne locale (débit divisé par la section du tube). La figure 4.6 montre les profils de la vitesse axiale adimensionnée. Il apparaît que toutes les méthodes IB permettent d'obtenir des résultats satisfaisant. La forme du profil de vitesse est à chaque fois bien reproduite, bien qu'on observe à $z/D = -1$ (Fig. 4.6c) une contraction de l'écoulement plus forte que celle

obtenue par IB. La zone de recirculation en aval de la sténose est également bien reproduite, bien qu'on puisse observer que les méthodes B, C, et D sous-estiment cette recirculation. Cette figure montre que ces profils de vitesse obtenus par les IB sont globalement très proches de ceux obtenus par BF. La recirculation en aval de la sténose est également bien reproduite bien que pour les formulations IB B,C, et D, son intensité soit légèrement sous estimée.

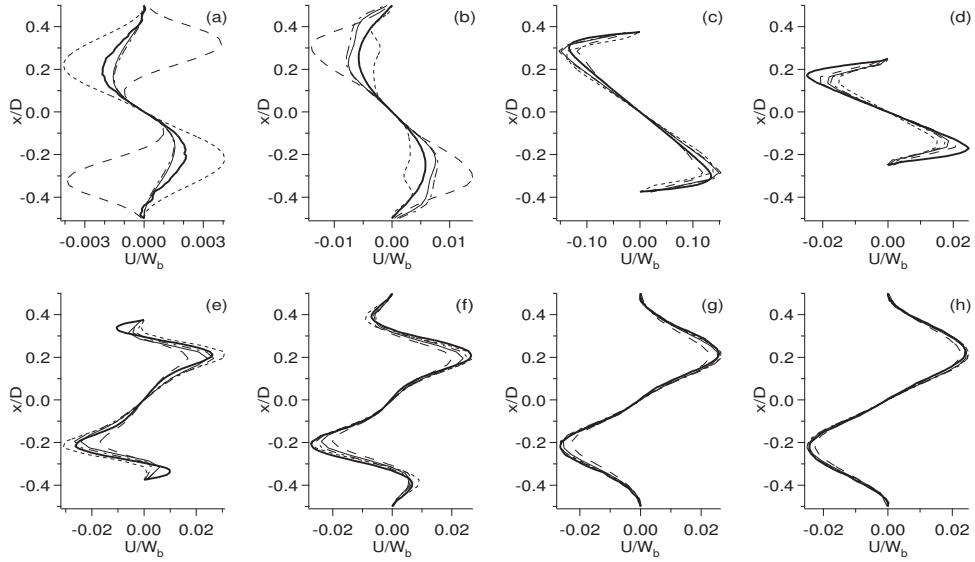


FIGURE 4.7 – Comparaison des profils de la vitesse transversale U adimensionnée obtenues pour les simulations S1 (-----), S2 (---), S3 (-.-), S4 (—) et S6 (—). U est adimensionnée par la vitesse moyenne locale W_b . Les profils montrés sont extraits du plan (x,z) , pour $y = 0$, à $z = -3D$ (a), $z = -2D$ (b), $z = -D$ (c), $z = 0$ (d), $z = D$ (e), $z = 2D$ (f), $z = 3D$ (g) et $z = 4D$ (h)

La figure 4.7 montre les profils de vitesse radiale (normale à la paroi) adimen-

sionnée (composante x de la vitesse U en fonction de l'axe x). On peut noter que les différences entre IB et BF sont plus nettes que pour les vitesses axiales. En particulier, les méthodes A et B produisent des vitesses radiales peu réalistes visibles sur les 2 premiers profils. Cependant, la valeur de ces erreurs est très faible ce qui explique que l'écoulement principal (axial) ne soit pas affecté. On peut également noter que la méthode A montre une anticipation de la constriction. Cela est prévisible et s'explique par le fait que dans méthode A la paroi se confond avec les limites du domaine de calcul qui se réduit lui même plus rapidement que le domaine physique. Au col de la sténose, toutes les méthodes IB permettent d'obtenir des résultats très similaires à ceux obtenus par BF.

De façon générale, la formulation B est celle qui donne les résultats les plus éloignés de ceux obtenus par une méthode BF. Les méthodes C et D donnent des résultats relativement précis et similaires, bien qu'on puisse noter une légère amélioration concernant la conservation de la masse pour la méthode D. La méthode A permet quant à elle, malgré sa simplicité, d'obtenir des résultats très corrects même si la précision de cette méthode serait probablement, plus que les autres, affectée par une baisse importante de la résolution du maillage.

Entrées et Sorties Immergées

Comme décrit dans la section 3.5, le traitement des entrées et sorties de l'écoulement en tant que frontières immergées est nécessaire pour prendre en compte des géométries plus réalistes. En effet, comme cela sera le cas dans les prochaines sections, la position des entrées et sorties d'une artère physiologique ne coïncide en général pas avec les bords du maillage cartésien. Dans cette section sont présentés les résultats obtenus avec un traitement des entrées et sorties en frontières immergées. La confi-

guration des simulations est identique à celle présentée dans la section précédente. La figure 4.8 montre le débit Q adimensionné par le débit calculé à l'entrée du

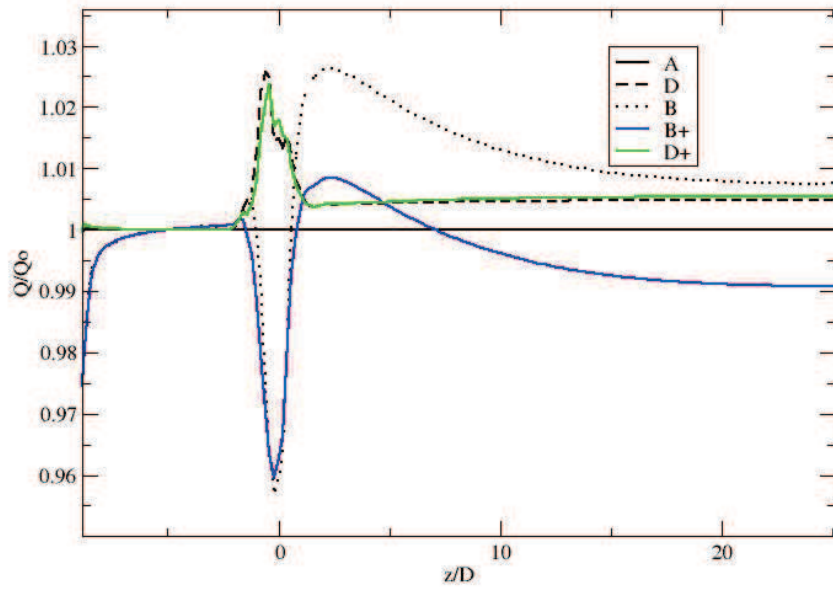


FIGURE 4.8 – Débit (adimensionné) le long du tube, obtenue pour différentes formulations IB et par un traitement des entrées et sorties en frontières immergées.

domaine Q_0 . Ces résultats sont très similaires à ceux qui ont été obtenus avec un traitement classique des entrées et sorties (figure 4.4). De nouveau, la méthode A (S1) permet une conservation stricte de la masse tandis que la méthode B reste la moins conservative. Enfin, la figure 4.9 montre les profils de vitesse axiale adimensionnées obtenus au col de la sténose avec un traitement des entrées/sorties

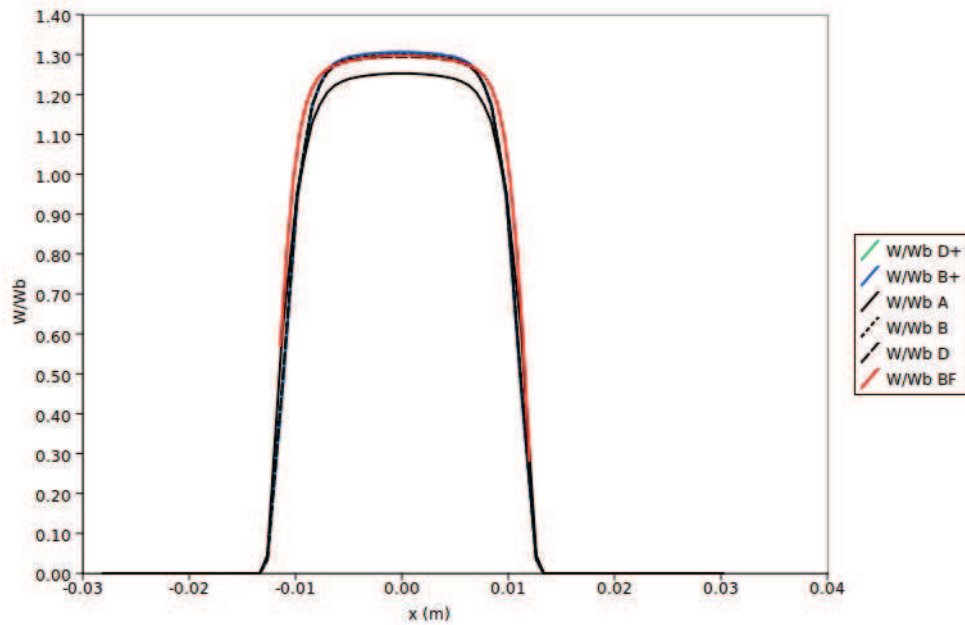


FIGURE 4.9 – Profils, pour différentes formulations IB et par un traitement en frontière immergées de l’entrée et de la sortie, de la vitesse axiale au col de la sténose.

immergées. Les résultats sont similaires à ceux montrés sur la figure 4.6 qui ont été obtenus avec un traitement des entrées/sorties classique. En effet, on note à nouveau une contraction de l’écoulement plus forte au niveau du col de la sténose avec les IB qu’avec une méthode BF. La similarité de l’ensemble de ces résultats avec ceux présentés dans la section précédente confirme la capacité des IB à traiter non seulement les conditions limites aux parois mais également les conditions limites d’entrée et de sortie.

Résultats de méthodes IB B^+ et D^+ :

Comme présentées dans la section 3.5, les méthodes IB B^+ et D^+ impliquent un nombre de nœuds accrus par rapport aux méthodes de base IB. Ces méthodes sont, dans cette section, évaluées et comparées aux méthodes IB de base (A,B,C,D) et aux simulations BF. Il s'agit de vérifier que les développements supplémentaires des méthodes IB B^+ et D^+ permettent réellement une amélioration des résultats. La configuration des simulations est identique à celle utilisée pour les méthodes B et D (voir la table 4.1). Les simulations ont été réalisées avec un traitement des entrées/sorties immergées identique à celui présentée dans la section précédente.

La figure 4.8 montre, pour chaque méthode IB et BF, le débit Q adimensionné par le débit calculé à l'entrée du domaine Q_0 . En comparant les méthodes B et B^+ on remarque que la perte de masse dans la zone de constriction en amont du col de la sténose est identique. Toutefois, le gain de masse observé en aval, lorsque la section du tube s'élargit, est inférieur avec la méthode B^+ . Plus loin en aval, peu de différence dans la conservation de la masse sont notables entre ces 2 formulations. La méthode B^+ permet donc, globalement, une amélioration de la conservation de la masse par rapport à la méthode B. On observe en revanche pas de différence notable entre les méthodes D et D^+ , qui toutes les deux permettent de conserver la masse de façon très satisfaisante.

La figure 4.9 montre quant à elle les profils de vitesse axiale adimensionnés obtenus au col de la sténose avec ces différentes méthodes. Les résultats sont similaires entre les méthodes B, B^+ , D et D^+ et sont dans l'ensemble également très proches des résultats BF. Pour conclure, les différentes méthodes IB, hormis la méthode B, permettent toutes une conservation de la masse et une précision très satisfaisante par rapport aux méthodes BF. Il semble en effet que, contrairement aux autres

méthodes IB évaluées ici, la méthode B, bien qu'elle soit très utilisée ([FVOMY00]) et représentative des IB, ne permettent pas de reproduire des écoulements vasculaires de façon satisfaisante. On note que la reproduction des structures de l'écoulement est améliorée lorsque des corrections tangentielles (méthodes C et D) sont ajoutées ou lors de l'utilisation de plusieurs nœuds intérieurs (B^+ , D^+) tandis que la conservation de la masse devient stricte lorsque c'est la méthode la plus basique qui est utilisée (A).

4.2 Ecoulement (2D) généré par une paroi mobile

4.2.1 Configuration

Dans cette section, nous considérons un cas (2D) représentatif de l'écoulement généré par le mouvement d'une paroi. Il s'agit de valider les formulations IB sur des cas à paroi mobile en comparant les résultats de la simulation aux solutions analytiques proposées dans la littérature [Nic02]. La configuration et les paramètres de ce cas test (2D) peuvent être trouvés en détail dans Nicoud *et al.* [Nic02]. La zone d'écoulement est comprise entre $x = 0$ et $x = 25$ de $y = 0$ à $y = Re(h(t))$ (où $Re(h(t))$ signifie la partie réelle de la fonction $h(t)$) avec $h(t)$ donnée par la fonction complexe :

$$h(t) = h_0(1 + \epsilon e^{-j\omega t}), \quad (4.3)$$

où t est le temps, ϵ l'amplitude de l'oscillation, et h_0 la position autour de laquelle la paroi oscille. La paroi est rectiligne et horizontale, toujours parallèle à l'axe x .

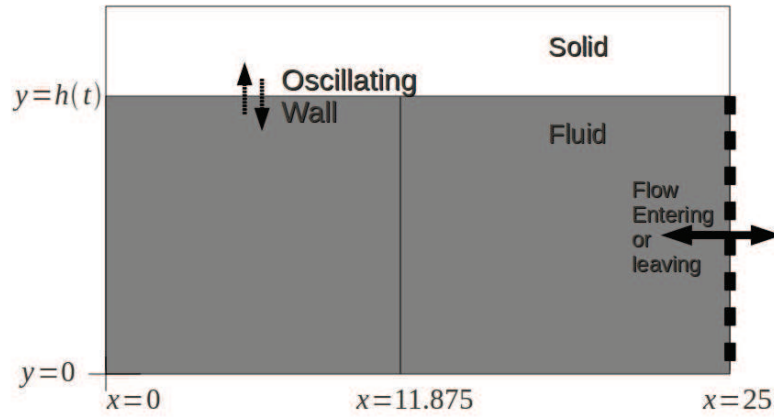


FIGURE 4.10 – Configuration de l'écoulement généré par une paroi oscillante. Le trait vertical, tracé à $x = 11.875$, indique la position où les profils de vitesse horizontale sont extraits.

Elle est positionnée, à l'instant t en $y = Re(h(t))$. Les conditions limites sont les suivantes : en $x = 0$ ainsi qu'en $y = 0$, c' est un mur glissant qui est imposé ; en $y = Re(h(t))$, c' est à dire le long de la paroi, c' est un mur non-glissant qui est imposé. Enfin, en $x = 25$, l'écoulement est laissé libre. La paroi oscille suivant l'axe y ; elle crée un écoulement du fluide qui entre ou sort du domaine de calcul en $x = 25$ (voir la figure 4.10). Les simulations ont été réalisées avec $W_o = 2.8$ où W_o est le nombre de Womersley $W_o = h_0 \sqrt{\omega/\nu}$ et ϵ petit (0.05). Le nombre de Reynolds, basé sur la vitesse d'écoulement axiale maximale obtenue dans les simulations et sur h_0 , est très faible ($Re \ll 1$).

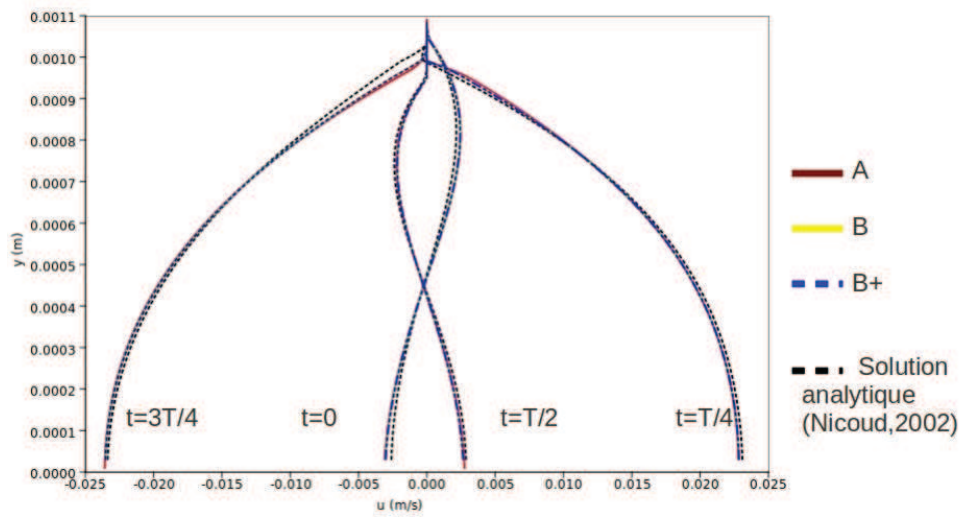


FIGURE 4.11 – Profils de vitesse horizontale, extraits à $x = 11.875$, obtenus à différents instants du cycle.

4.2.2 Résultats

Nicoud *et al.* [Nic02] ont proposé une solution analytique à cet écoulement, pour ϵ petit et pour un écoulement à Re faible. Cette solution est basée sur une fonction de courant $\Psi = xF(\eta)e^{-j\omega t}$ qui vérifie $u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$ et $v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$ avec $\eta = \frac{y}{h(t)}$. Les conditions limites peuvent être réécrites $v(x, 0) = \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) = 0$, $u(x, h) = 0$ et $v(x, h) = \frac{\partial h}{\partial t} = -j\omega\epsilon h_0 e^{-j\omega t}$ et mènent à $F(0) = \frac{\partial^2 F(0)}{\partial t^2} = 0$, $\frac{\partial F(1)}{\partial t} = 0$ et $F(1) = j\omega\epsilon h_0$. En utilisant ces conditions limites, la fonction Ψ et les équations de l'écoulement, F peut être approchée, au premier ordre, pour ϵ petit, par :

$$F_0 = j\omega h_0 \frac{\eta - \sinh(\alpha\eta)/\alpha \cosh(\alpha)}{(1 - \frac{\tanh(\alpha)}{\alpha})} \quad (4.4)$$

avec $\alpha = j^{\frac{3}{2}}Wo$. Tous les détails peuvent être trouvés dans Nicoud *et al.* [Nic02].

Des profils de vitesses horizontales à $x=11.875$ sont tracés sur la figure Fig. 4.11. Il s'agit d'une comparaison des profils de vitesse obtenus numériquement par les méthodes IB aux profils de vitesse obtenus analytiquement suivant Nicoud *et al.* [Nic02]. La comparaison est effectuée à différents instants du cycle : lorsque la paroi est à la position la plus haute ($t=0$), lorsque la paroi descend ($t=T/4$), lorsque la paroi est à sa position la plus basse ($t=T/2$) et lorsque la paroi remonte ($t=3T/4$). Il apparaît que les formulations IB (ici A, B, et E) permettent d'obtenir des vitesses d'écoulement très proches de la solution analytique. Ces résultats attestent la validité des IB à reproduire un écoulement dans une géométrie à paroi mobile, particulièrement pertinent au regard du contexte bien que relativement simpliste. En effet, ce cas test est une simplification (2D) d'un écoulement généré à l'intérieur d'un ventricule cardiaque dont les parois oscillent au cours du cycle cardiaque. Nous considérerons un cas plus réaliste et physiologique dans la section suivante.

Chapitre 5

Écoulements physiologiques

5.1 Écoulement (3D) pulsé dans un modèle in-vitro de crosse aortique humaine

Dans cette section nous traitons un cas plus réaliste. Il s'agit d'un modèle in-vitro d'une crosse aortique humaine utilisé par le CHU de Toulouse Rangueil (France) dans le cadre du programme OCFIA (voir Nicoud *et al.* [NMT⁺09]). Nous considérons ce modèle comme rigide et traiterons de cas à paroi mobile dans les sections suivantes. De nouveau, nous comparerons les résultats obtenus par des formulations IB aux résultats obtenus via une méthode plus classique BF(YALES2).

5.1.1 Configuration

La géométrie du modèle d'aorte utilisé est montrée dans la figure 5.1. A la différence d'une véritable artère humaine, ce modèle ne possède pas d'artère

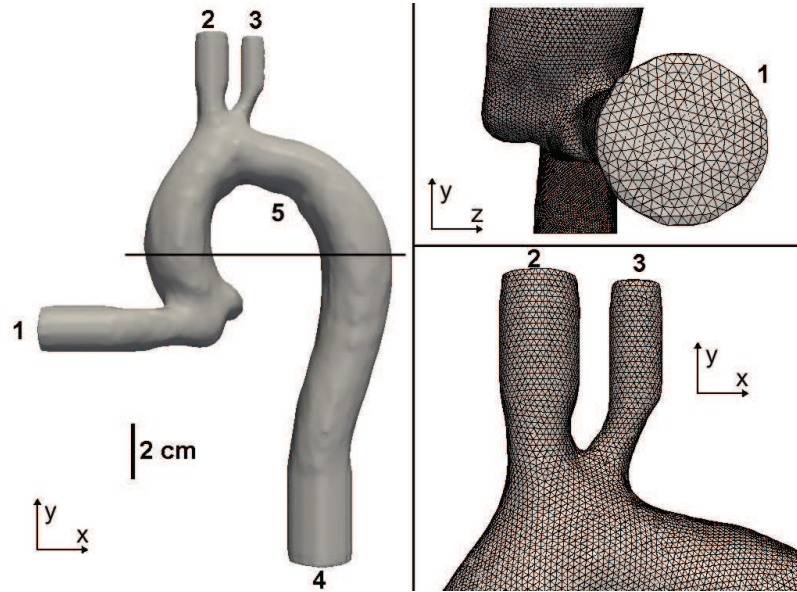


FIGURE 5.1 – Géométrie du modèle de crosse aortique. A droite : maillage utilisé dans les simulations BF.

subclavière. Les conditions limites (BC) sont représentées sur la figure 5.1. BC 1 représente l'entrée de l'écoulement dans l'artère ascendante. BCs 2 et 3 sont les sorties de l'écoulement au niveau du tronc artériel brachiocéphalique et de l'artère carotide respectivement. BC 4, est également une sortie de l'écoulement vers l'aorte descendante. Numériquement, la vitesse de l'écoulement est imposée aux BCs 1, 2 et 3; elle est laissée libre à BC 4. BC 5 représente une condition de mur rigide non glissant à vitesse nulle. Il est à noter que le prolongement artificiel à l'entrée de l'aorte (BC1), visible sur la figure 5.1., fait partie du modèle in-vitro.

Le débit imposée aux niveaux des BC $j = 1, 2$ et 3 , est donné par une série de Fourier : $Q_j = a_{0,j} + \sum_{i=1,5} (a_{i,j} \cos(i\omega t) + b_{i,j} \sin(i\omega t))$ avec t le temps et $\omega = 6.3263 \text{ s}^{-1}$ la pulsation. Les valeurs des coefficients $a_{i,j}$ est $b_{i,j}$ sont données dans

la table 5.1.

BC	$a_{0,j}$	$a_{1,j}$	$a_{2,j}$	$a_{3,j}$	$a_{4,j}$	$a_{5,j}$	$b_{1,j}$	$b_{2,j}$	$b_{3,j}$	$b_{4,j}$	$b_{5,j}$
j=1	40.15	16.94	-22.59	1.05	-2.15	-1.61	28.50	-0.21	1.56	2.33	-0.72
j=2	-4.23	1.58	2.64	-0.48	-1.27	0.03	2.41	-0.32	-1.67	1.17	0.20
j=3	-1.70	0.63	1.06	-0.19	-0.51	0.01	0.97	-0.13	-0.67	0.47	0.08

TABLE 5.1 – Coefficients de la série de Fourier définissant le débit à BC 1, 2 et 3. Les valeurs sont utilisées avec un facteur $10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)

Les débits aux BCs 1, 2, et 3 sont représentés sur la figure 5.2. Etant donné que nous considérons un modèle rigide, le débit à BC 4 compense exactement celui des autres BCs. Il est à noter qu'à l'entrée de l'écoulement (BC 1) le débit est négatif pendant une courte période du cycle ($0.5 \text{ s} \leq t \leq 0.575\text{s}$). De cette façon nous mimons un débit cardiaque et aortique de période 1s avec une systole ($0. \text{ s} \leq t \leq 0.5\text{s}$) pendant laquelle la vitesse de l'écoulement à l'entrée est positive et un diastole pendant laquelle cette vitesse est négative ($0.5 \text{ s} \leq t \leq 0.575\text{s}$).

Le maillage cartésien utilisé pour les simulations IB et le maillage BF utilisé pour la simulation BF ont une même discrétisation spatiale de 1 mm.

Il apparaît qu'au bout de 4 cycles cardiaques simulés, un écoulement complètement développé et périodique est obtenu. Toutes les analyses présentées dans les sections suivantes sont réalisées après avoir réalisé ces 4 cycles.

Nous présentons ici les résultats obtenus avec la formulation IB C.

5.1.2 Résultats

Les résultats obtenus par les méthodes BF et IB sont comparés dans cette section. La figure Fig 5.3 montre les valeurs de la vitesse obtenues sur une coupe sagittale de l' aorte pendant la systole ($t_s = 0.3 \text{ s}$) et pendant la diastole ($t_d = 0.5 \text{ s}$)

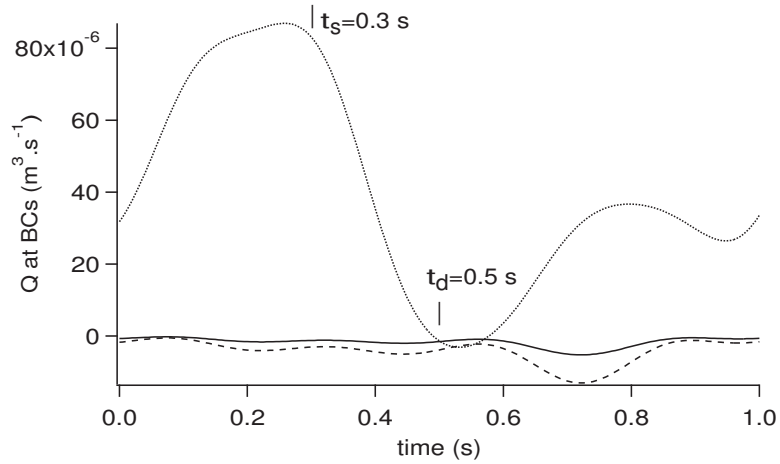


FIGURE 5.2 – Evolution du débit Q à BC 1 (.....), BC 2 (----) et BC 3 (—) pendant le cycle cardiaque. t_s identifie l' instant choisi pour la systole et t_d pour la diastole.

(Fig 5.3c,d). De façon générale, les valeurs de vitesse obtenues par les méthodes IB et BF sont très similaires. Les principales structures de l'écoulement obtenues dans les simulations BF sont reproduites par les IB. Par exemple, on peut observer un décollement au niveau de l' arche de l' artère, là où elle se courbe le plus : on observe en effet des faibles vitesses d'écoulement proche de la paroi proximale et un jet avec des vitesses plus élevées orienté vers la paroi distale de l' aorte. Des différences sont tout de même visibles, en particulier au niveau des plus petites structures de l'écoulement qui ne sont pas forcément toutes reproduites par les IB. En effet, on peut observer la présence de petits tourbillons dans sur les résultats obtenus par BF et qui ne sont retrouvés par la méthode IB. Ces différences peuvent être attribuées à l' ordre des méthodes numériques qui sont différents entre les solveurs IB (ordre 1 à 2) et BF (ordre 4). Ces différences sont, très vraisemblablement,

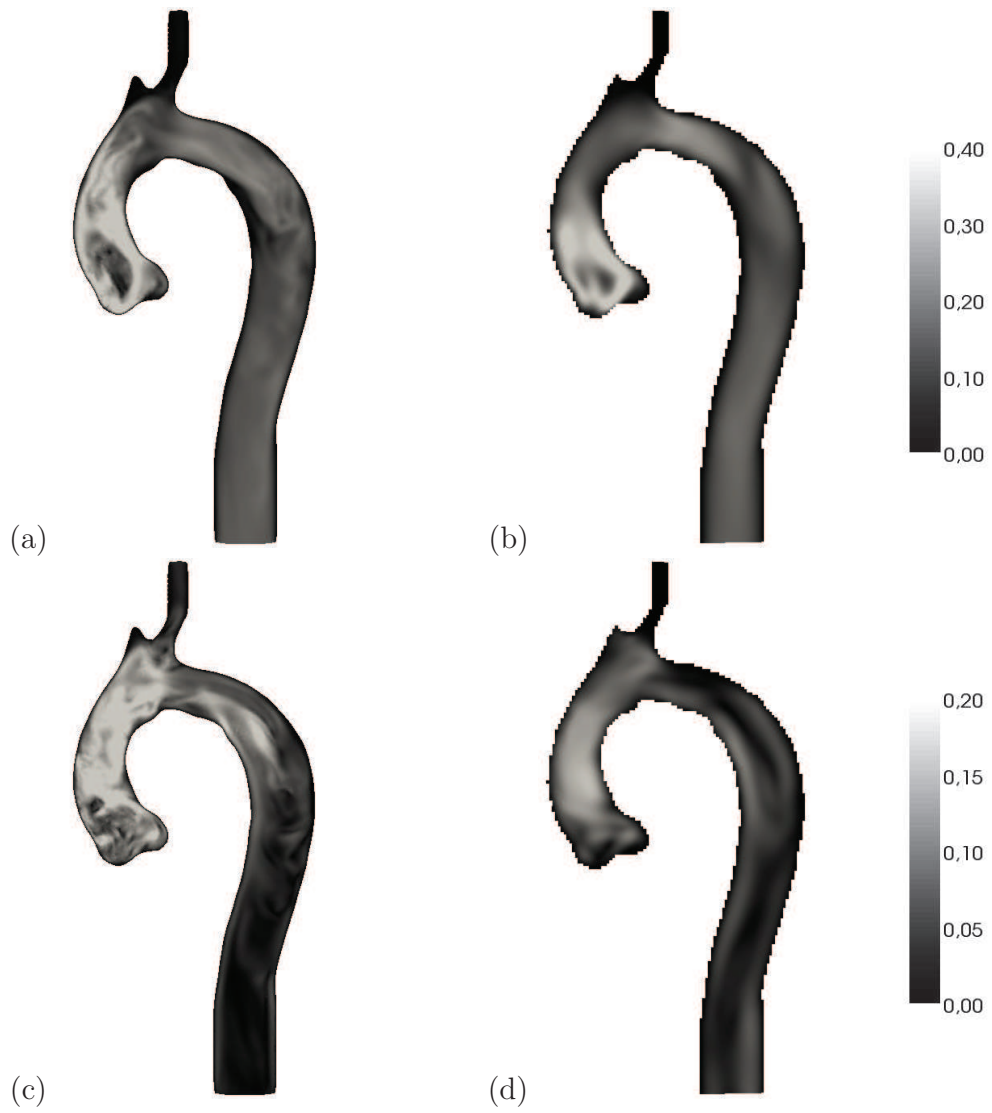


FIGURE 5.3 – Valeur de la vitesse sur une coupe sagittale pendant la systole à $t_s = 0.3$ s (a,b) et pendant la diastole à $t_d = 0.5$ s (c,d). Comparaison entre BF (a,c) et IB (b,d).

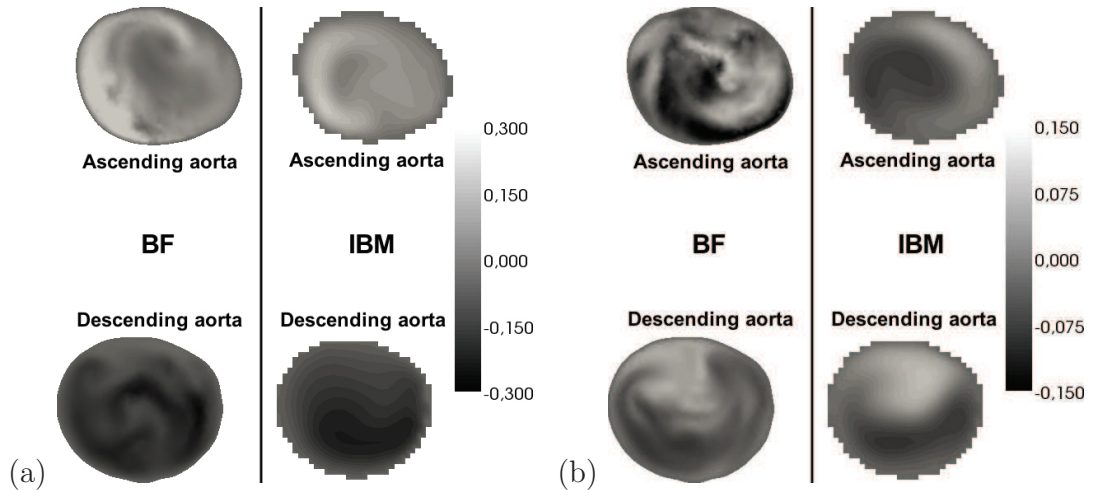


FIGURE 5.4 – Comparaison de la vitesse verticale (normale au plan de coupe) obtenue par BF et IB sur le plan de coupe horizontal montré sur la Fig. 5.1 pendant la systole (a) et la diastole (b).

négligeables au regard des incertitudes provenant de l'acquisition de la géométrie et des conditions limites obtenues par IRM (voir chapitre 2).

La figure Fig. 5.4 permet de comparer l'écoulement obtenu par les deux méthodes sur une coupe transversale. Cette coupe est horizontale et tracée sur la figure (Fig. 5.1) : elle coupe l'artère au niveau de l'aorte ascendante et de l'aorte descendante. La valeur de la composante normale au plan de coupe de la vitesse est montrée pour $t_s = 0.3$ (Fig. 5.4a) et pour $t_d = 0.5$ s (Fig. 5.4b).

Ces résultats confirment l'analyse effectuée sur les coupes transversales. En effet, là encore les structures générales de l'écoulement sont reproduites même si des différences sont visibles sur les plus petites structures. L'ordre des méthodes est vraisemblablement responsable de ce type de différences. En effet, compte tenu de la complexité de ce type d'écoulement, et dans la mesure où les maillages sont

de taille identique, l'ordre de la méthode peut impacter sensiblement les petites structures. En revanche, l'écoulement principal est lui bien reproduit.

5.2 Ecoulement (3D) généré dans le ventricule gauche d'un patient

Dans cette section, nous montrons l'application la chaîne OCFIA (IB) à un cas réaliste et patient spécifique. Il s'agit de simuler l'écoulement(3D) généré à l'intérieur du ventricule gauche (LV), a paroi mobile, du cœur d'un patient.

5.2.1 Acquisition et traitement des données médicales

L'acquisition de la géométrie (3D) du ventricule gauche du patient a été réalisée par des séquences IRM statiques et dynamiques (comme décrit dans le chapitre 2). Ces séquences IRM ont été effectuées par l'équipe du projet OCFIA basé au CHU de Rangueil à Toulouse. Le protocole utilisé est décrit dans [Mor07, NMT⁺09, TMN⁺09] et résumé dans le chapitre 2. Ce protocole d'imagerie par IRM permet d'obtenir des images (3D) du ventricule gauche du patient à différents instants du cycle cardiaque. On fera référence à une acquisition IRM sous le terme "phase" : une images IRM correspond à une phase. En l'occurrence, la séquence IRM a permis d'obtenir 10 images (3D) successives du LV (10 phases) au cours du cycle cardiaque ($T = 0.99s$) avec une résolution temporelle de $0.099s$. La procédure décrite dans la section 3.5 permet, pour chaque phase, de construire une fonction distance qui localise la paroi du ventricule sur un maillage cartésien à ce moment du cycle cardiaque, comme montré sur la fig. 5.5. On remarque la contraction du ventricule

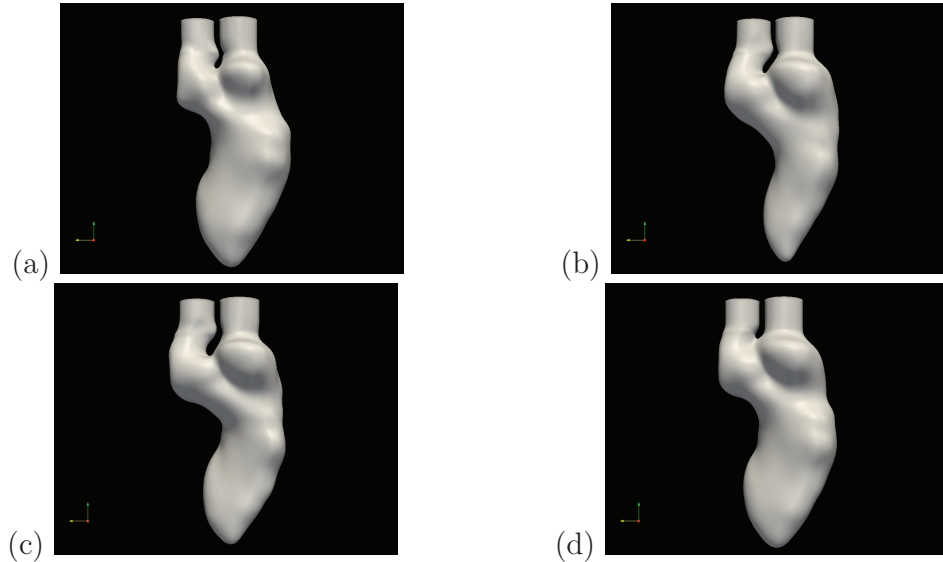


FIGURE 5.5 – Contour du ventricule gauche du cœur d’un patient au cours de la systole à $t = 0$. (a) et à $t = 0.25T$ (b) ainsi qu’au cours de la diastole à $t = 0.5T$ (c) et à $t = 0.75T$ (d).

pendant la systole (5.5 (a) et (b)) et sa dilatation pendant la diastole ((5.5 (c) et (d)). Il s’agit respectivement de la systole et de la diastole. Il est à noter, comme montré sur la fig 5.6, qu’une partie de la géométrie est un prolongement artificielle du LV. En effet, ce prolongement se situe aux positions qu’occupent normalement l’aorte ascendante et l’oreillette droite du cœur. Les valves aortiques et mitrales ne sont donc également pas présentes. Cela constitue une réelle simplification de la géométrie sur la partie supérieur du LV. L’évolution du volume du LV au cours du cycle cardiaque est montré sur la fig 5.6. On remarque bien la contraction du LV, dont le volume diminue de 110ml à 52ml ($0 < t < 0.5T$) puis sa dilatation durant le reste du cycle cardiaque. Ces variations de volume du LV sont très proches des

variations de volume physiologiques couramment observées chez l’homme au cours du cycle cardiaque qui sont de l’ordre de 120 – 50ml.

La chaîne OCFIA permet, également, d’obtenir une approximation réaliste des vitesses de la paroi ventriculaire sur le maillage cartésien pour chaque phase selon la procédure décrite dans la section 3.5. L’acquisition et le traitement des images médicales aboutissant à la reconstruction, sur un maillage cartésien, d’une géométrie (3D) à paroi mobile, réaliste et patient spécifique, constitue la première étape de la chaîne d’imagerie fonctionnelle OCFIA IB.

5.2.2 Configuration de la simulation numérique

La géométrie du ventricule gauche (LV) utilisée pour les simulations est montrée sur la fig. 5.5 à différents instants du cycle cardiaque. Au total, la géométrie du ventricule est décrite, sur un maillage cartésien, par 10 fonctions distances (10 phases) successives. Chacune de ces fonctions distance correspondant à une phase (une image IRM), comme décrit précédemment. La géométrie entre deux phases successives est donnée par une interpolation linéaire des 2 fonctions distance successives.

Sur ce point, d’autres options étaient disponibles. Par exemple, les méthodes de Level Set [Set99] permettent également de faire évoluer la fonction distance au cours du cycle cardiaque. L’avantage est de pouvoir faire évoluer la fonction distance de façon non-linéaire et donc de pouvoir prendre en compte les déformations non linéaires (en temps) de la géométrie. Toutefois, ce type de méthode implique de résoudre une EDP (équation aux dérivées partielles) supplémentaire, ce qui implique des contraintes numériques et une implémentation plus complexe. Nous avons donc préféré ici une approche plus simple et relativement satisfaisante à

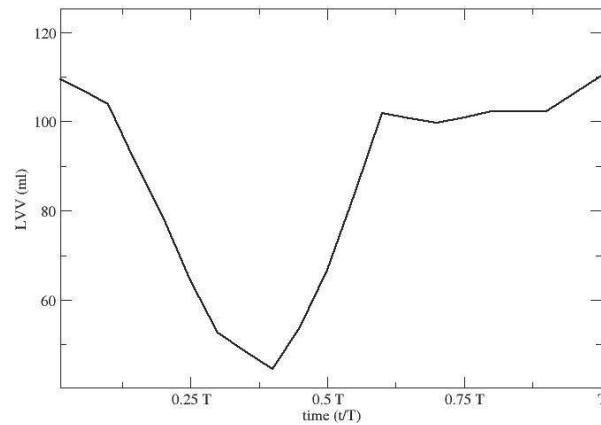
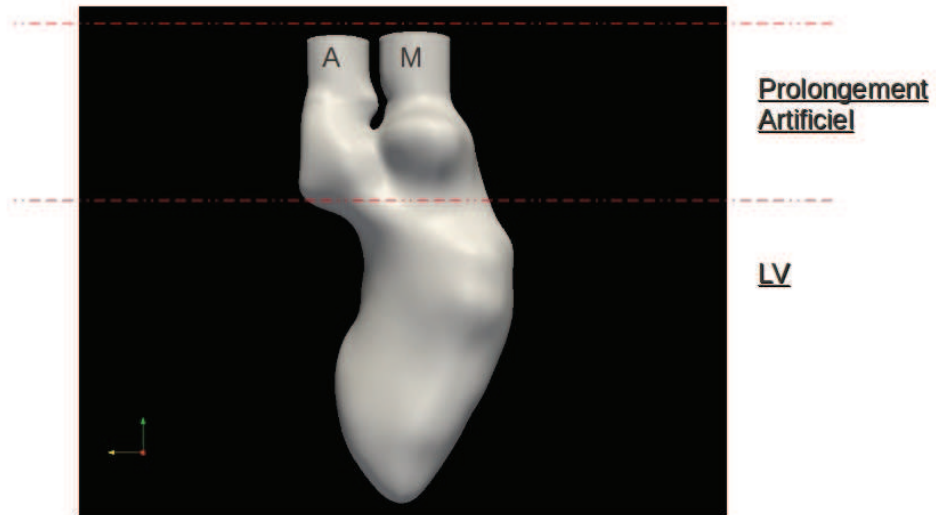


FIGURE 5.6 – En haut : portion physiologique du LV et prolongement artificiel. Les entrées et sorties sont dénommées BC(a), A sur la figure, et (m), M sur la figure. En bas : Volume (ml) de la partie physiologique du LV au cours du cycle cardiaque.

savoir l'interpolation linéaire.

La vitesse à la paroi est obtenue sur le maillage cartésien, pour chacune des 10 phases du cycle cardiaque, selon la procédure décrite dans la section précédente. De la même façon que pour la fonction distance, la vitesse à la paroi entre 2 phases successives est obtenue par une interpolation linéaire. La vitesse à la paroi ainsi obtenue sur le maillage cartésien sert de condition limite à la paroi pour les simulations numériques (voir section 3.5). La condition limite de vitesse imposée au niveau de BC (a) est montrée sur la figure 5.7 au cours du cycle cardiaque. Cette condition limite permet de reproduire l'effet de la valve aortique : pendant la systole, la valve est ouverte et permet un flux aortique comparable à celui présentée sur la figure 5.7 ; pendant la diastole, la valve aortique est normalement fermée et le flux nul. Toutefois, cette condition limite ne permet de reproduire que partiellement la présence d'une valve. En effet, la valve n'étant pas présente physiquement dans les simulations, son influence sur la structure de l'écoulement n'est pas prise en compte. Au niveau de BC (m) l'écoulement n'est pas imposé et il est calculé par résolution numérique des équations de l'écoulement.

Le maillage cartésien utilisé a une discrétisation spatiale de 1.3mm. La viscosité cinématique est de $\nu = 3.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. La méthode IB A a été utilisée dans cette simulation.

Plus de 5 cycles cardiaques ont été simulés de façon à obtenir un écoulement périodique et complètement développé. Les figures 5.9 et 5.8 montrent l'évolution, pour différentes positions à l'intérieur du LV, de la vitesse verticale sur plusieurs cycles cardiaques. Comme on peut le voir sur cet exemple, les principales caractéristiques de l'écoulement sont déjà périodiques au 5^{ème} cycle. Les analyses suivantes seront donc réalisées sur le 5^{ème} cycle et porteront essentiellement sur la

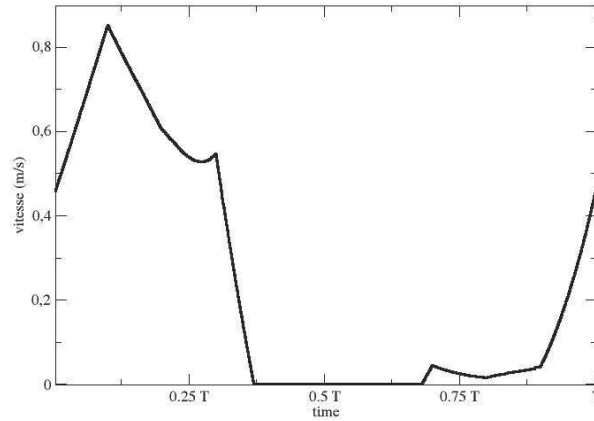


FIGURE 5.7 – Condition limite de vitesse verticale imposée à BC (a)

portion physiologique de la géométrie à savoir sur le ventricule gauche (fig 5.6). Il s'agira de vérifier la conservation de la masse et la cohérence physiologique des simulations.

5.2.3 Résultats

Les résultats de la simulation numérique sont tout d'abord montrés sur les figures 5.10. Il s'agit du champ de vitesse verticale obtenu sur une coupe sagittale de la géométrie à différents instants du cycle cardiaque. Durant la systole, lorsque le volume du LV diminue (fig. 5.6), on remarque l'accélération et la sortie de l'écoulement vers le prolongement aortique tandis que l'écoulement est très faible voire nul au niveau de la mitrale (fig. 5.10). L'accélération vers le prolongement aortique est particulièrement visible lorsque la systole est bien avancée ($t = 0.25T$)

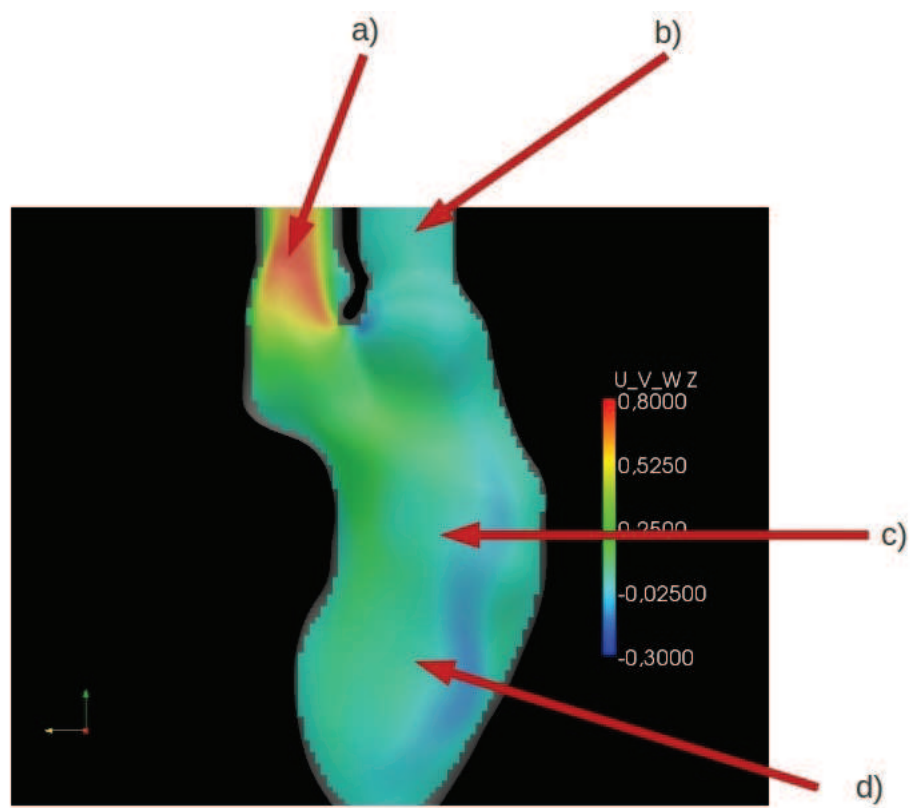


FIGURE 5.8 – Positions, à l'intérieur du LV, où est enregistrée l'évolution de la vitesse verticale au cours du temps.

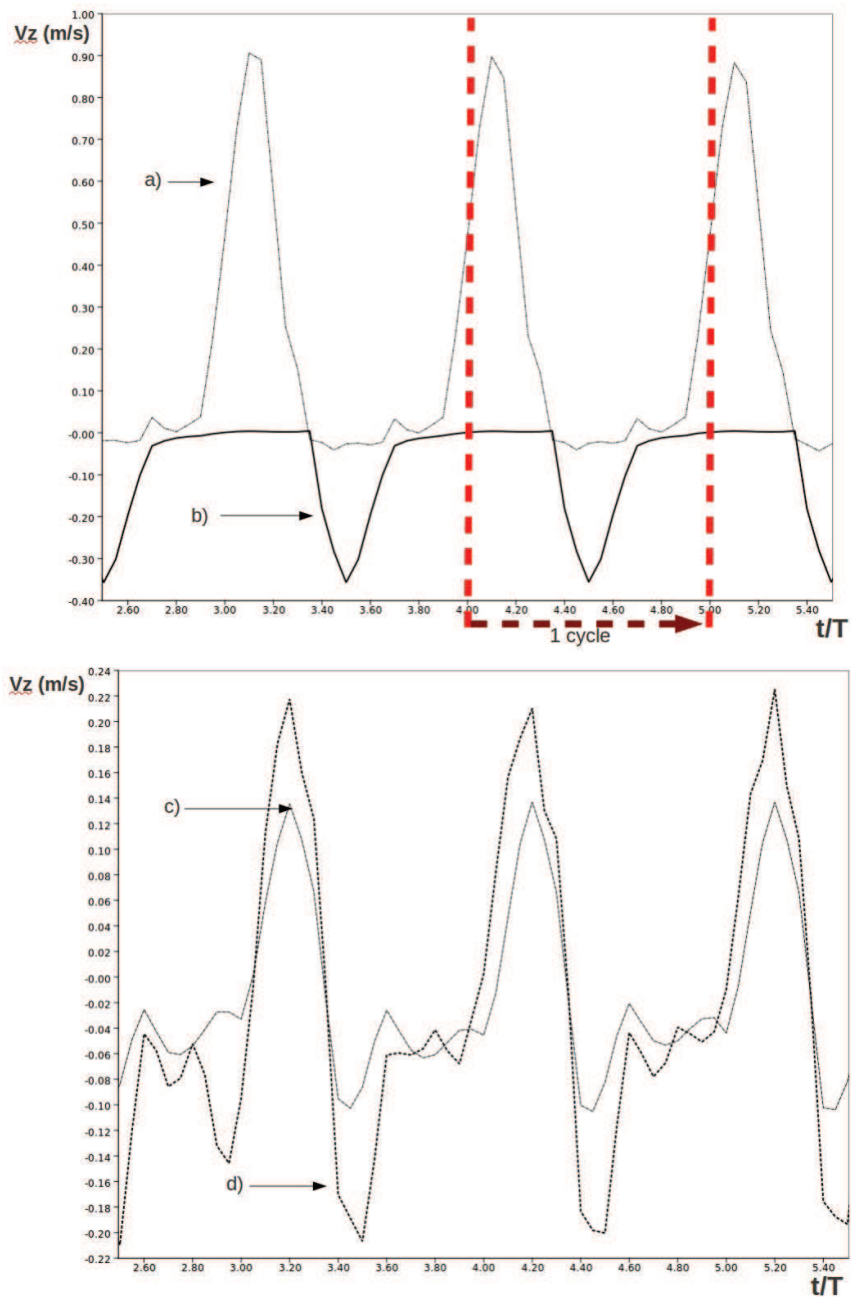


FIGURE 5.9 – Vitesse verticale, obtenue à différentes positions à l'intérieur du LV, au cours des cycles cardiaques.

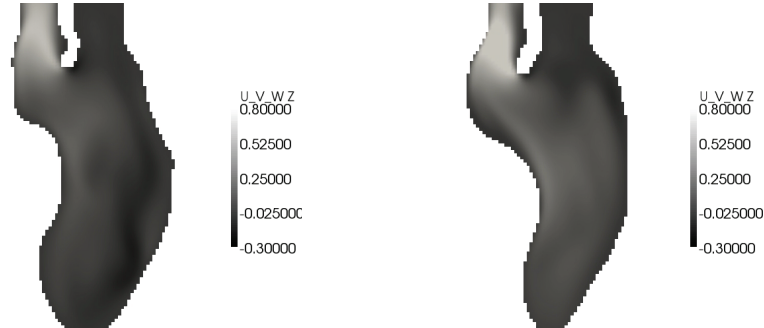


FIGURE 5.10 – Vitesse verticale obtenue sur un plan de coupe sagittal au cours de la systole, à $t = 0$ et $t = 0.25T$. L'échelle des couleurs va de blanc pour des valeurs de vitesse positives (vitesse dirigée vers le haut) à noir pour des valeurs négatives (vitesse dirigée vers le bas).

où quasiment plus aucune zone de recirculation n'est décelable à l'intérieur du LV. Les figures fig. 5.11 montrent le champ de vitesse transversale au plan de coupe durant la systole. On remarque que la composante transversale de la vitesse est, essentiellement, orientée depuis les parois vers le centre de la cavité ventriculaire. Cela est confirmé sur les figures fig. 5.12 qui montrent cette même composante de la vitesse sur un plan de coupe transversal : dans les régions proches des parois ventriculaires l'écoulement suit le mouvement de contraction des parois.

L'éjection de l'écoulement vers le prolongement aortique au cours de la systole peut s'expliquer par la contraction du LV qui se produit, physiologiquement, à ce moment là. En effet, la contraction physiologique du LV entraîne une diminution de son volume, comparable, chez un sujet sain, à celui obtenu ici (fig. 5.6). Comme l'écoulement suit les mouvements des parois et ne semble pas passer au travers, le sang à l'intérieur est comprimé et éjecte vers le prolongement aortique.

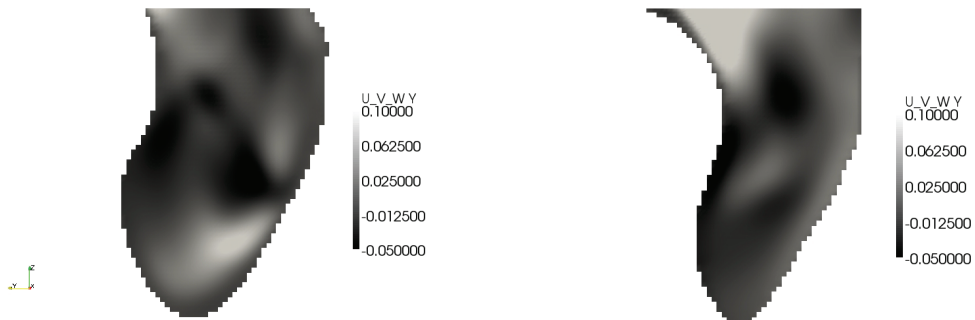


FIGURE 5.11 – Vitesse horizontale, obtenue au cours de la systole, à $t = 0$ et $t = 0.25T$, sur un plan de coupe sagittale du LV. L'échelle des couleurs va de blanc pour des valeurs de vitesse positives (vitesse dirigée vers la gauche sur la figure) à noir pour des valeurs de vitesse négatives (vitesse dirigée vers la droite sur la figure).

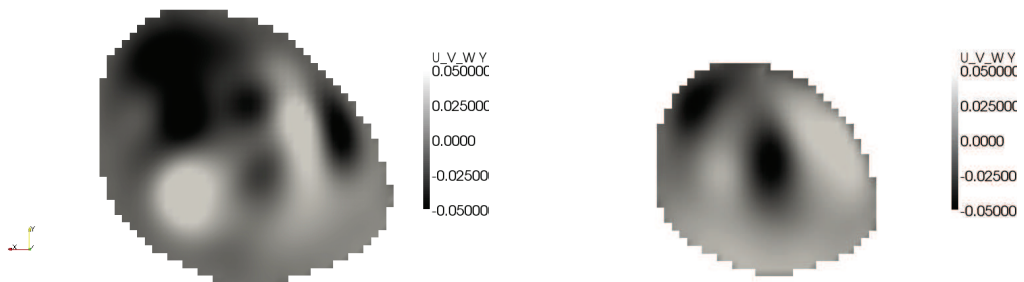


FIGURE 5.12 – Vitesse horizontale obtenue au cours de la systole, à $t = 0$ et $t = 0.25T$, sur un plan de coupe transversal. L'échelle des couleurs va de blanc pour des valeurs de vitesse positives (vitesse dirigée vers le haut sur la figure) à noir pour des valeurs négatives (vitesse dirigée vers le bas sur la figure).

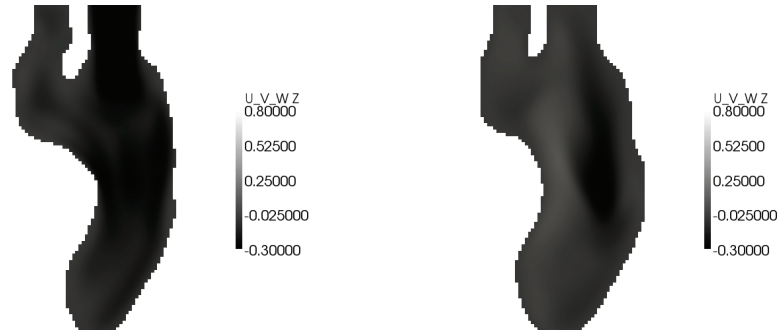


FIGURE 5.13 – Vitesse verticale obtenue sur un plan de coupe sagittal au cours de la diastole, à $t = 0.5T$ et $t = 0.75T$. L'échelle des couleurs va de blanc pour des valeurs de vitesse positives (vitesse dirigée vers le haut) à noir pour des valeurs négatives (vitesse dirigée vers le bas).

Ensuite, au cours de la diastole, le volume du LV augmente (fig. 5.6). On remarque alors le remplissage du LV par la mitrale (fig. 5.13) tandis que l'accélération de l'écoulement vers l'aorte disparaît complètement ($t = 0.5T$). Les figures fig. 5.14 et fig. 5.15 montrent que l'écoulement suit bien les mouvements de dilatation des parois du LV et qu'il remplit tout le volume du LV.

Là encore, on peut expliquer le remplissage du LV par la dilatation physiologique du LV qui se produit pendant la diastole. En effet, au cours de la diastole, le LV se relâche et son volume augmente. L'écoulement suit alors les mouvements des parois, tandis que le remplissage via la mitrale s'effectue permettant au sang d'occuper le volume créé par la dilatation du ventricule.

Une analyse plus quantitative permet d'évaluer la conservation de la masse dans le LV au cours du cycle cardiaque. La figure fig. 5.16 montre une comparaison entre le débit sortant et les variations de volume du LV au cours du cycle cardiaque.

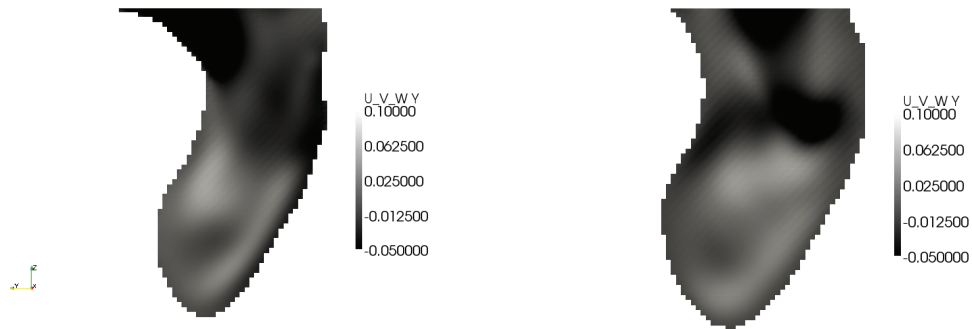


FIGURE 5.14 – Vitesse horizontale, obtenue au cours de la diastole, à $t = 0.5T$ et $t = 0.75T$, sur un plan de coupe sagittal du LV. L'échelle des couleurs va de blanc pour des valeurs de vitesse positives (vitesse dirigée vers la gauche sur la figure) à noir pour des valeurs de vitesse négatives (vitesse dirigée vers la droite sur la figure).

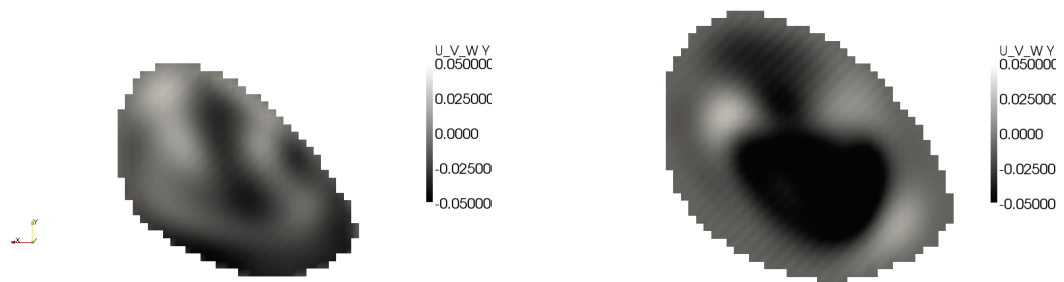


FIGURE 5.15 – Vitesse horizontale obtenue au cours de la diastole, à $t = 0.5T$ et $t = 0.75T$, sur un plan de coupe transversal. L'échelle des couleurs va de blanc pour des valeurs de vitesse positives (vitesse dirigée vers le haut sur la figure) à noir pour des valeurs négatives (vitesse dirigée vers le bas sur la figure).

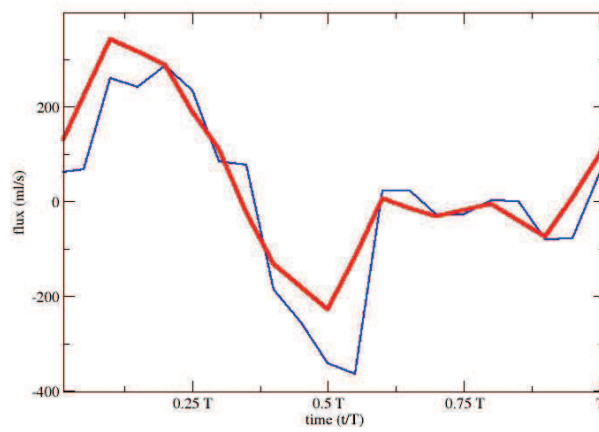


FIGURE 5.16 – Comparaison de la variation de volume du LV ($-\frac{\partial(LVV)}{\partial t}$), représentée ici en bleu (trait fin), au débit sortant, en rouge (trait épais), du LV au cours du cycle cardiaque.

Une conservation stricte de la masse implique que le débit suive exactement les variations de volume du LV. Si en revanche le débit ne suit pas ces variations de volume cela implique que la masse n'est pas strictement conservée. Par exemple, si le débit à un moment donné est inférieur à la diminution de volume du LV au cours de la systole alors cela implique que l'écoulement traverse les parois latérales du LV.

En l'occurrence, comme le montre fig. 5.16, le débit calculé dans la simulation suit très correctement les variations de volume du LV au cours du cycle cardiaque. On voit en effet que, lors de la systole, le débit augmente et correspond à la diminution du volume du LV. De la même façon, on peut voir que le débit suit, quantitativement, la dilatation de volume du LV au cours de la diastole : l'écoulement entre dans le LV pour remplir, quantitativement, l'augmentation du volume. Ces résultats sont cohérents avec l'analyse qualitative réalisée précédemment : globalement, l'écoulement ne semble pas traverser les parois du ventricule, ce qui explique la conservation de la masse satisfaisante observée dans la simulation.

Cela dit, des écarts sont ponctuellement notables sur la fig. 5.16. La méthode IB A, utilisée ici, permet une conservation stricte de la masse lorsque la vitesse à la paroi et la géométrie sont connues exactement, comme montré sur le cas test de la sténose et de la paroi mobile au chapitre 4. Ici, toutefois, les vitesses à la paroi et la géométrie du LV ont été mesurées et obtenues via la chaîne OCFIA sur le LV d'un patient. Ces données patient spécifique ne sont donc pas connues de façon exacte ; elles sont obtenues avec une erreur, faible, liée aux mesures et aux traitements des données patient spécifique qui ont lieu au sein de la chaîne OCFIA (voir le chapitre 2). En particulier, la vitesse à la paroi peut alors être légèrement surestimée ou sous-estimée. Si, par exemple lors de la systole, la vitesse de contraction

des parois est surestimée par rapport à la diminution réelle de volume du LV, un écoulement passant au travers de la paroi, dirigé depuis l'extérieur vers l'intérieur du LV, est généré dans la simulation. La conservation de la masse à l'intérieur du LV implique alors un débit sortant supérieur à la variation de volume réelle du LV, ce qui pourrait expliquer les faibles écarts observés (par exemple à $t = 0.5T$ sur la figure 5.16). La même remarque peut être faite concernant les incertitudes liées à la variation réelle du volume du LV provenant de l'acquisition de la géométrie via la chaîne OCFIA. Les faibles écarts observés entre le débit sortant et la variation de volume du LV pourraient donc être expliqués par les approximations réalisées lors de l'obtention, via la chaîne OCFIA, de la vitesse à la paroi et de la géométrie du LV.

L'impact de ces écarts, faibles et ponctuelles, sur la structure de l'écoulement est vraisemblablement négligeable étant donné, comme montré précédemment, que l'on observe pas, localement, d'écoulement opposé au mouvement des parois du ventricule (voir par exemple fig. 5.11 et fig. 5.14).

Globalement, la chaîne OCFIA (IB) permet donc de simuler l'écoulement intraventriculaire patient spécifique avec une cohérence physiologique et une conservation de la masse satisfaisante : lorsque le LV se contracte au cours de la systole, l'écoulement est éjecté vers l'aorte ; lorsque le LV se dilate au cours de la diastole, l'écoulement remplit le ventricule depuis la mitrale.

Les résultats montrent par ailleurs la présence de structures tourbillonnaires à l'intérieur du LV. Ces structures sont particulièrement visibles au cours de la diastole (figure 5.17, à $t = 0.75T$). En effet, l'écoulement accélère depuis la mitrale vers l'apex dans les régions proches la paroi distale du LV tandis qu'au même moment il accélère depuis l'apex vers l'aorte dans les régions proches de la paroi proxi-

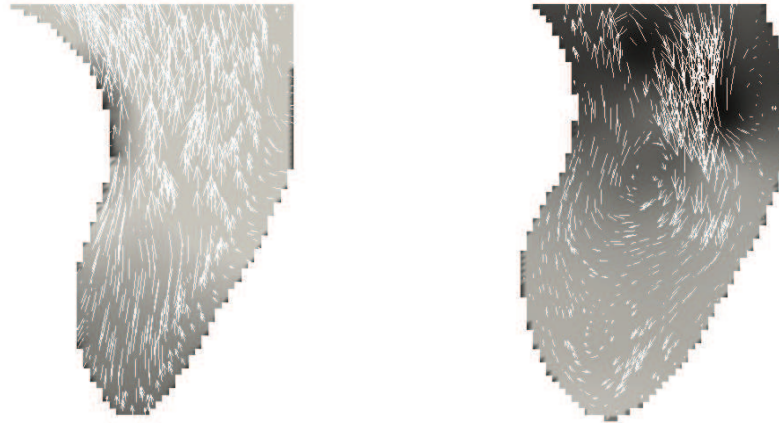


FIGURE 5.17 – Vecteurs vitesse et champ de pression sur une coupe sagittale du LV au cours de la systole ($t = 0.25T$) et de la diastole ($t = 0.75T$). L'échelle des couleurs va de blanc pour des valeurs de pression fortes à noir pour des valeurs de pression faibles.

male du LV. Cette structure disparaît ensuite complètement au cours de la systole ($t = 0.25T$). La présence de structure tourbillonnaires au cours de la diastole est un phénomène qui est largement attesté par la littérature [Thi08, TSS⁺08]. Ces structures auraient d'importantes fonctions physiologiques dans la circulation intraventriculaire. La chaîne OCFIA (IB) permet donc de simuler, avec une conservation de la masse satisfaisante, un écoulement intraventriculaire physiologiquement cohérent. Cela montre le potentiel des IB, intégré à la chaîne OCFIA, à réaliser des simulation vasculaires complexes.

Chapitre 6

Conclusion générale

6.1 Conclusion

L'avantage des méthodes IB est qu'elles ne requièrent de l'utilisateur aucune tâche de maillage, y compris pour des géométries (3D) complexes à parois mobiles. En ce sens, l'utilisation de la CFD basée sur ces méthodes est rendue relativement simple et accessible contrairement aux méthodes CFD BF plus classiques. Or le principal obstacle à l'utilisation de la simulation numérique par le corps médical est précisément la faible accessibilité de la CFD à un public non expert en simulation numérique. Pourtant, les techniques actuelles combinant imagerie médicale et CFD BF permettent d'obtenir de précieuses informations sur les maladies cardiovasculaires, tant du point de vue de la compréhension que du diagnostique. Les méthodes IB ont donc le potentiel, parcequ'elles rendent la CFD plus accessible, d'amener plus de cliniciens à utiliser, comme une aide au diagnostique, les techniques combinant imagerie médicale et CFD. La question est de savoir si les méthodes IB ont la même capacité que les méthodes CFD BF à réaliser les simu-

lations cardiovasculaires.

Notre objectif principal était donc d'évaluer la capacité des méthodes IB à réaliser des simulations d'écoulements cardiovasculaires réalistes et patient spécifique. Ce contexte est très particulier. En effet, contrairement aux applications plus classiques comme l'aérodynamique, les écoulements cardiovasculaires ont lieu dans une géométrie où la paroi a une surface relativement importante comparé au volume de l'écoulement. Comme les méthodes IB ne permettent pas d'imposer explicitement des conditions d'imperméabilité aux parois, contrairement aux méthodes BF, il s'agissait de vérifier la capacité de ces méthodes IB à conserver la masse dans ce type d'écoulement. Les écoulements cardiovasculaires ont une seconde spécificité : ils se déroulent dans des géométries à paroi mobile. Nous travail visait donc également à vérifier la capacité des méthodes IB à réaliser des simulations d'écoulement à paroi mobile. Une fois vérifiés et validés ces points clés, il s'agissait d'intégrer les méthodes IB à la chaîne d'imagerie fonctionnelle OCFIA pour enfin réaliser des simulations d'écoulements cardiovasculaires réalistes et patient spécifique.

Les différentes méthodes IB ont été présentées dans la section 3.5. Ces méthodes sont basées, essentiellement, sur l'idée de reconstruire des conditions limites cohérentes aux frontières du domaine d'écoulement qui approxime, sur le maillage cartésien, le domaine d'écoulement physique [KIH09, IK07]. Nous proposons une sélection de points relativement nouvelle pour reconstruire les conditions limites, ainsi qu'une méthode de correction tangentielle des conditions limites de vitesse plus simple que celles déjà existantes [COER07].

Nous avons évalué la capacité de ces formulations IB à modéliser des parois imperméables sur un cas d'écoulement dans un modèle de sténose aortique (3D)

à paroi rigide. Ce cas test est relativement pertinent à au moins deux égards. En effet, c'est un cas représentatif d'une maladie vasculaire répandue, due à l'accumulation de plaque d'athérome dans la paroi aortique. Ensuite, c'est une géométrie (3D) relativement complexe, typique des écoulements vasculaires où la paroi a une surface relativement importante comparée au volume. Ce cas test est donc particulièrement indiqué pour vérifier la capacité des méthodes IB à modéliser correctement l'imperméabilité des parois vasculaires. Les résultats montrent que toutes les formulations IB, hormis la formulation B, permettent une conservation correcte de la masse ; ces formulations permettent de modéliser de façon satisfaisante, sans pour autant être totalement exemptes d'erreurs, les parois imperméables des écoulements cardiovasculaires. Il est remarquable que la formulation IB B, bien que basée sur une formulation classique des IB de reconstruction et pourtant extensivement validée pour des écoulements à relativement grand volume [FVOMY00], soit moins conservative dans le contexte des écoulements vasculaires.

Nous nous sommes ensuite intéressés aux écoulements à paroi mobile. L'écoulement généré par une paroi (2D) oscillante est particulièrement intéressant parcequ'il représente de façon simplifiée, par exemple, l'écoulement généré dans le cœur par les contractions et relâchements cycliques de ses parois. Ce cas test est également intéressant parce qu'une solution analytique, à laquelle confronter les simulations IB, a été proposé par Nicoud [Nic02]. Les résultats obtenus montrent que toutes les formulations IB permettent d'obtenir des résultats très proches de la solution analytique.

Les méthodes IB permettent donc de modéliser à la fois l'imperméabilité des parois vasculaires de façon satisfaisante et de simuler correctement les écoulements à paroi mobile. Ces méthodes, en plus de rendre l'utilisation de la CFD relativement

accessible, semblent donc adaptées aux contraintes spécifiques des écoulements cardiovasculaires.

Notre objectif suivant était d'intégrer les méthodes IB à la chaîne d'imagerie fonctionnelle OCFIA [Mor07, NMT⁺09, TMN⁺09] présentée dans le chapitre 2. Pour ce faire, nous avons proposé des développements supplémentaires aux formulations IB. Ces développements sont présentés dans la section 3.5. Ils consistent d'abord à transposer la géométrie à paroi mobile patient spécifique, obtenue par la chaîne d'acquisition OCFIA, sur le maillage cartésien au moyen d'une fonction distance qui localise la position de la paroi. Ensuite, il s'agissait de pouvoir imposer les conditions limites d'entrée ou sortie aux positions où elles ont été mesurées par IRM (voir le chapitre 2). Nous avons donc proposé de traiter les entrées et sorties par des méthodes de frontière immergée. Ce traitement permet d'imposer des entrées et sorties indépendamment de leur position par rapport aux bords du maillage cartésien.

Nous avons alors pu simuler un écoulement pulsé dans une géométrie (3D) complexe et physiologique : il s'agissait de l'écoulement dans une crosse aortique (3D) in-vitro à paroi rigide. C'est un écoulement instationnaire très représentatif, avec de multiples entrées et sorties, dans une géométrie comparable à celle d'une crosse aortique humaine. Peu d'études basées sur les méthodes IB ont, à notre connaissance, présenté ce type d'écoulement. Les résultats des simulations IB sont, de façon général, similaires à ceux obtenus avec une méthode BF de référence bien que des différences soient notables concernant les plus petites structures de l'écoulement. Cette application, basée sur un modèle réaliste in-vitro de crosse aortique, ne prenait toutefois pas en compte la mobilité des parois artérielles.

Dans l'application finale nous avons réalisé une simulation d'écoulement dans

une géométrie à paroi mobile, réaliste et patient spécifique. Il s'agissait de l'écoulement dans le ventricule gauche (3D) du cœur d'un patient. Les parois du myocarde se contractaient pendant la systole et se dilataient pendant la diastole de façon réaliste et patient spécifique. Un écoulement était alors généré à l'intérieur du ventricule : pendant la systole, l'écoulement était éjecté vers la sortie aortique du ventricule tandis qu'on observait le remplissage au niveau de la mitrale pendant la diastole. La conservation de la masse a été évaluée et semble plutôt satisfaisante. Les simulations montrent la présence de structures tourbillonnaires qui sont attestées par la littérature. Ces résultats arguent en faveur de la capacité de la chaîne OC-FIA IB à réaliser des simulations d'écoulements vasculaires qui soient réalistes et patient spécifique. Il est à noter que peu d'études présentent des simulations d'écoulement cardiaque patient spécifique. En effet, certaines études comme celles de Peskin et al. [Pes82] ou plus récemment celles de Griffith et al. [GHMP07] ou Tay et al. [TTLT11] se basent sur les méthodes IB pour simuler l'écoulement cardiaque. Toutefois, ces études n'incorporent pas, à l'heure actuelle, de données hémodynamiques patient spécifique et sont toutes réalisées à partir d'un modèle du cœur. L'application de la chaîne OCFIA IB que nous avons présentée est donc relativement nouvelle. Elle montre le potentiel de la chaîne OCFIA IB à produire des simulations cardiovasculaires qui soient réalistes et patient spécifique.

6.2 Limites et perspectives

La chaîne d'imagerie fonctionnelle OCFIA combine, en plusieurs étapes (voir chapitre 2) des mesures hémodynamique réalisées par IRM et de la simulation numérique. A chaque étape de la chaîne, des approximations sont faites. Un travail

important serait de quantifier les erreurs d'approximation faites à chacune de ces étapes. La précision, et les marges d'erreur, de la chaîne OCFIA seraient alors complètement quantifiées. Ce serait une étape supplémentaire vers la validation de la chaîne OCFIA. Notre travail s'est ici focalisé sur l'outil de simulation numérique de la chaîne OCFIA, et ne s'est donc pas attaché à quantifier la précision de la chaîne complète.

L'outil de simulation numérique pourrait également être amélioré. On peut imaginer, par exemple, combiner les méthodes IB et les méthodes BF dans un même outil CFD de simulation numérique. Ce faisant, cette outil pourrait conserver à la fois la robustesse et la simplicité d'utilisation des méthodes IB, et profiter des excellentes propriétés conservatives des méthodes BF. Par exemple, les IB pourraient modéliser, au sein d'une géométrie cardiovasculaire, les parois complexes à grande déformation tandis que le reste de la géométrie serait modélisé par des méthodes BF.

Enfin, notre but ici n'était pas d'apporter de connaissances sur la biologie des maladies cardiovasculaires. Il est évident que les applications que nous avons présentées, bien que relativement nouvelles, peuvent être améliorées pour un réalisme plus grand. Par exemple, une étude focalisée sur les écoulements cardiaques devrait incorporer tout les ventricules, les oreillettes et les valves. Notre but ici n'était pas celui là mais il consistait plutôt à montrer le potentiel qu'a la chaîne d'imagerie fonctionnelle OCFIA à s'orienter vers ce type de problématique.

Bibliographie

- [AMI] *Amira 4.1, TGS, Mercury Computer System, USA.*
- [AVB] *AVBP Code <http://www.cerfacs.fr/>.*
- [Bal04] E. Balaras. Modeling complex boundaries using an external force field on fixed cartesian grids in large-eddy simulations. *Computers and fluids*, 33 :375–404, 2004.
- [BGLS99] D. Bluestein, C. Gutierrez, M. Londono, and R. Schoepfoerster. Vortex shedding in steady flow through a model of an arterial stenosis and its relevance to mural platelet deposition. *Annals of biomedical engineering*, 27 :763–773, 1999.
- [CB10] Y. Chenny and O. Botella. The ls-stag method : A new immersed boundary/level-set method for the computation of incompressible viscous flows in complex moving geometries with good conservation properties. *Journal of computational physics*, 229 :1043–1076, 2010.
- [CBFB02] R. Corti, L. Badimon, V. Fuster, and J.J. Badimon. Assessing and modifying the vulnerable atherosclerotic plaque. *chapter Endothelium, flow, and atherothrombosis*, American-Heart Association, 2002.

- [CFGS69] C. Caro, J. Fitz-Gerald, and R.. Schroter. Arterial wall shear stress and distribution of early atheroma in man. *Nature*, 223 :1159–1160, 1969.
- [COER07] J.I. Choi, R.C. Oberoi, J.R. Edwards, and J.A. Rosati. An immersed boundary method for complex incompressible flows. *Journal of computational physics*, 224 :757–784, 2007.
- [Cok80] G. Cokelet. Rheology and hemodynamics. *Ann. Rev. of Fluid Mech.*, 42 :311–324, 1980.
- [CR00] O. Colin and M. Rudgyard. Development of high-order taylor-galerkin schemes for unsteady calculations. *Journal of computational physics*, 162(2) :338–371, 2000.
- [CS10] P.H. Chiu and T.W.H. Sheu. A differentially interpolated direct forcing immersed boundary method for predicting incompressible navier-stokes equations in time varying geometries. *Journal of computational physics*, 229 :4476–4500, 2010.
- [CT85] L.J. Chang and J.M. Tarbell. Numerical simulation of fully developed sinusoidal and pulsatile (physiological) flow in curved tubes. *Journal of fluid mechanics*, 161 :175–198, 1985.
- [DS99] V. Deplano and M. Siouffi. Experimental and numerical study of pulsatile flows through sttenosis : wall shear stress analysis. *Journal of biomechanics*, 32 :1081–1090, 1999.
- [FVOMY00] E.A. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi, and J. Mohd-Yusof. Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations. *J. Comp. Phys.*, 161 :35–60, 2000.

- [GAVdVJ99] F. Gijsen, E. Allanic, F. Van de Vosse, and J. Jansen. Influence of the non-newtonian properties of blood on the flow in large arteries : unsteady flow in a 90 deg. curved tube. *Journal of biomechanics*, 32 :705–713, 1999.
- [GGvdL⁺07] H.C. Groen, F.J. Gisjen, A. van der Lugt, T.S. Ferguson, T.S. Hatsukami, A.F. van der Steen, C. Yuan, and J.J. Wentzel. Plaque rupture in the carotid artery is localized at the high shear stress region : a case report. *Stroke*, 38 :2379–2381, 2007.
- [GHMP07] B.E. Griffith, R.D. Hornung, D.M. McQueen, and C.S. Peskin. An adaptative, formally second order accurate version of the immersed boundary method. *Journal of computational physics*, 223 :10–49, 2007.
- [GP05] B.E. Griffith and C.S. Peskin. On the order of accuracy of the immersed boundary method : higher order convergence rates for sufficiently smooth problems. *Journal of computational physics*, 208 :75–105, 2005.
- [GVdVJ99] F. Gisjen, F. Van de Vosse, and J. Jansen. Influence of the non-newtonian properties of blood flow on the flow in large arteries : steady flow in a carotid bifurcation. *Journal of biomechanics*, 32 :601–608, 1999.
- [GVF05] J. F. Gerbeau, M. Vidrascu, and P. Frey. Fluid structure interaction in blood flows on geometries based on medical imaging. *Computers & Structures*, 83 :155–156, 2005.
- [HBMB00] A.J. Hall, E.F. Brusse, D.J. McCarville, and J.J. Burgess. Aortic wall tension as a predictive factor for abdominal aortic aneurysm

- rupture : improving the selection of patients for abdominal aneurysm repair. *Ann. Vasc. Surg.*, 14(2) :152–157, 2000.
- [Hua91] H. Huang. *Incompressible viscous flow in tubes with occlusions*. PhD thesis, The university of British Columbia, 1991.
- [HW65] F.H. Harlow and J.E. Welch. Numerical calculation of the time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Physics of fluids*, 8 :2182–2189, 1965.
- [IK07] T. Ikeno and T. Kajishima. Finite-difference immersed boundary method consistent with wall conditions for incompressible turbulent flow simulations. *J. Comp. Phys.*, 226 :1485–1508, 2007.
- [KIHM09] S. Kang, G. Iaccarino, F. Ham, and P. Moin. Prediction of wall-pressure fluctuation in turbulent flows with an immersed boundary method. *J. Comp. Phys.*, 228 :6753–6772, 2009.
- [KP09] Y. Kim and C.S. Peskin. 3-d parachute simulation by the immersed boundary method. *Computers and fluids*, 38 :1080–1090, 2009.
- [Ku97] D. N. Ku. Blood flow in arteries. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 29 :399–434, 1997.
- [LP00] M.C. Lai and C.S. Peskin. An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity. *Journal of computational physics*, 160 :705–719, 2000.
- [LRH11] P. Libby, P.M. Ridker, and G.K. Hansson. Progress and challenges in translating the biology of atherosclerosis. *Nature*, 473 :317–325, 2011.

- [MCJ⁺08] R. Moreno, M. Chau, S. Jeetoo, F. Nicoud, F. Viart, A. Salvayre, and H. Rousseau. Optimized computational functional imaging for arteries. *8th International Meeting on High Performance Computing for Computational Science, Toulouse*, 1 :1–11, 2008.
- [MD02] F. Mallinger and D. Drikakis. Instability in three-dimensional, unsteady, stenotic flows. *International journal of heat and fluid flow*, 23 :657–663, 2002.
- [MD08] V. Moureau and O. Desjardins. A second-order ghost-fluid method for the primary atomization of liquid fuel in air-blast type injectors. *Summer Program 2008, CTR*, 2008.
- [MH11] E. Marieb and K. Hoehn. *Anatomy and Physiology*. Pearson, 2011.
- [MI05] R. Mittal and G. Iaccarino. Immersed boundary methods. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 37 :239–261, 2005.
- [MNVR06] R. Moreno, F. Nicoud, L. Veunac, and H. Rousseau. Non-linear transformation field to build moving meshes for patient specific blood flow simulations. In *European conference on computational fluid dynamics*, 2006.
- [Mor07] R. Moreno. *Simulations numeriques vasculaires, spécifiques et réalistes*. PhD thesis, Université de Toulouse III, 2007.
- [MS98] R. Malladi and J. A. Sethian. Level set methods for curvature flow, image enhancement, and shape recovery in medical images. *Proceedings of conference on visualization and mathematics*, Berlin, Germany, 1998.

- [MVW08] A. Mark and B.G.M. Van Wachem. Derivation of a novel implicit second-order accurate immersed boundary method. *Journal of computational physics*, 227 :6660–6680, 2008.
- [MY97] J. Mohd-Yusof. Combined immersed boundary/b-spline methods for simulation of flow in complex geometries. *Ann. Res. Briefs, Cent. Turbul. Res.*, pages 317–328, 1997.
- [Nic98] F. Nicoud. Defining wave amplitude in characteristic boundary conditions. *Journal of computational physics*, 149(2) :418–422, 1998.
- [Nic02] F. Nicoud. Hemodynamic changes induced by stenting in elastic arteries. *Ann. Res. Briefs, Cent. Turbul. Res.*, pages 335–346, 2002.
- [NMT⁺09] F. Nicoud, R. Moreno, B. Tayllamin, M. Chau, and H. Rousseau. Computational hemodynamics in moving geometries without solving the fluid-structure interaction problem. *Conference on Modeling Fluid Flow (CMFF09) The 14th International Conference on Fluid Flow Technologies Budapest, Hungary*, 2009.
- [NP01] F. Nicoud and T. Poinsot. Boundary conditions for compressible unsteady flows. In *Tourrette L. and Halpern L., editors, Absorbing Boundaries and Layers, Domain Decomposition Methods. Applications to Large Scale Computation. Editions Novascience, New-York,*, 2001.
- [NS02] F. Nicoud and T. Schonfeld. Integral boundary conditions for unsteady biomedical cfd applications. *Int. J. of Num. Meth. in Fluids*, 40 :457–465, 2002.

- [Pen92] J. Penaz. Criteria for set point estimation in the volume clamp method of blood pressure measurements. *Physiol. Rev.*, 41 :5–10, 1992.
- [Pes82] C.S. Peskin. The fluid dynamics of heart valves : experimental, theoretical, and computational methods. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 14 :235–259, 1982.
- [PL92] T. Poinsot and S. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of computational physics*, 101(1) :457–465, 1992.
- [PL09] M.C. Paul and A. Larman. Investigation of spiral blood flow in a model of arterial stenosis. *Medical engineering and physics*, 31 :1195–1203, 2009.
- [PNP91] K. Perktold, R.M. Nerem, and R.O. Peter. A numerical calculation of flow in a curved tube model of the left main coronary artery. *Journal of biomechanics*, 24 :175–189, 1991.
- [Riv84] M.C. Rivara. Mesh refinement processes based on the generalized bisection of simplices. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 31 :604–613, 1984.
- [Ros99] R. Ross. Artherosclerosis—an inflammatory disease. *N. Engl. J. Med.*, 340(2) :115–126, 1999.
- [SBS00] J.S. Stroud, S.A. Berger, and D. Saloner. Influence of stenosis morphology on flow through severely stenotic vessels : implications for plaque rupture. *Journal of biomechanics*, 33 :443–455, 2000.

- [SDP98] M. Siouffi, V. Deplano, and R. Pelissier. Experimental analysis of unsteady flows through a stenosis. *Journal of biomechanics*, 31 :11–19, 1998.
- [Seg10] P. Segers. *VKI Lectures series : fluid dynamics of biological flow*. VKI, 2010.
- [Set99] J.A. Sethian. *Level Set Methods and Fast Marching Methods*. Cambridge University Press, 1999.
- [SOT⁺04] M. Shojima, M. Oshima, K. Takagi, R. Torii, M. Hayakawa, K. Katada, A. Morita, and T. Kirino. Magnitude and role of wall shear stress on cerebral aneurysm. *stroke*, 35 :2500–2505, 2004.
- [SR99] T. Schonfeld and M. A. Rudgyard. Steady and unsteady flows simulations using the hybrid flow solver avbp. *AIAA journal*, 37(11) :1378–1385, 1999.
- [Ste02] D.A. Steinman. Image-based computational fluid dynamics modeling in realistic arterial geometries. *Ann. Biomed. Eng.*, 30 :483–497, 2002.
- [TF03] Y.H. Tseng and J. Ferziger. A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry. *Journal of computational physics*, 192 :593–623, 2003.
- [TH09] C.A. Taylor and J. D. Humphrey. Open problems in computational vascular biomechanics : hemodynamics and arterial wall mechanics. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, CMA 8904 :1–36, 2009.
- [Thi08] M. Thiriet. *Biology and mechanics of blood flows. Part 2 : Mechanics and medical aspects*. Springer, 2008.

- [TMM⁺10] B. Tayllamin, S. Mendez, R. Moreno, M. Chau, and F. Nicoud. Comparison of body-fitted and immersed boundary methods for biomechanical applications. *V European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECCOMAS CFD*, 2010.
- [TMN⁺09] B. Tayllamin, R. Moreno, F. Nicoud, M. Chau, and H. Rousseau. Cfd-based functional imaging for arteries : in vitro validation. *19eme congres francais de mnique*, pages 1–6, 2009.
- [TPSH92] M. Thiriet, C. Pares, E. Saltel, and F. Hecht. Numerical model of steady flow in a model of the aortic bifurcation. *Journal of Biomech. Eng.*, 114 :40–49, 1992.
- [TS10] C.A. Taylor and D.A. Steinman. Image-based modeling of blood flow and vessel wall dynamics : applications, methods and future directions. *Annals of biomedical engineering*, 38 :1188–1203, 2010.
- [TSS⁺08] M. Tanaka, T. Sakamoto, S. Sugawara, H. Nakajima, Y. Katahira, S. Ohtsuki, and H. Kanai. Blood flow structure and dynamics, and ejection mechanism in the left ventricle : analysis using echodynamography. *Journal of cardiology*, 52 :86–101, 2008.
- [TTLT11] W.B. Tay, Y.H. Tseng, L.Y. Lin, and W.Y. Tseng. Towards patient-specific cardiovascular modeling using the immersed boundary techniques. *Biomedical engineering online*, 10 :52 :1–17, 2011.
- [TYM⁺08] D. Tang, C. Yang, S. Mondal, F. Liu, G. Canton, T.S. Hatsukami, and C. Yuan. A negative correlation between human carotid atherosclerotic plaque progression and plaque wall stress : in vivo mri-based 2d/3d fsi models. *J. Biomech.*, 41 :727–736, 2008.

- [UMRK01] H.S. Udaykumar, R. Mittal, P. Rampunggoon, and A. Khanna. A sharp interface cartesian grid method for simulating flows with complex moving boundaries. *Journal of computational physics*, 174 :345–380, 2001.
- [VFF07a] S.S. Varghese, S. Frankel, and P. Fischer. Direct numerical simulation of stenotic flows. part 1. steady flow. *Journal of fluid mechanics*, 582 :253–280, 2007.
- [VFF07b] S.S. Varghese, S. Frankel, and P. Fischer. Direct numerical simulation of stenotic flows. part 2. pulsatile flow. *Journal of fluid mechanics*, 582 :281–318, 2007.
- [VRDB⁺08] S. J. Vermeersch, Rietzschel, M. L. De Buyzere, D. De Bacquer, G. De Backer, L. M. Van Bortel, T. C. Gillebert, P. R. Verdonck, and P. Segers. Determining carotid artery pressure from scaled diameter waveforms : comparison and validation of calibration techniques in 2026 subjects. *Physiological measurements*, 29 :1267–1280, 2008.
- [Wom55] J.R. Womersley. Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known. *J. Physiol.*, 127 :553–563, 1955.
- [WWG01] N. B. Wood, J. S. Weston, and D. A. Gosman. Combined mr imaging and cfd simulation of flow in the human descending aorta. *Journal of magnetic resonance imaging*, 13 :699–713, 2001.
- [YGN05] A. Yakhot, L. Grinberg, and N. Nikitin. Modeling rough stenoses by an immersed-boundary method. *Journal of biomechanics*, 38 :1115–1127, 2005.

- [YMUS99] T. Ye, R. Mittal, H.S. Udaykumar, and W. Shyy. An accurate cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries. *Journal of computational physics*, 156 :209–240, 1999.