

Développements récents sur les courbes algébriques

April 3–4, 2007, Université de Versailles Saint-Quentin (UVSQ)

Programme

Tuesday (April 3)

09:00-09:30 welcome ; coffee
09:30-10:00 G. Cornelissen
10:10-11:00 A. Cadoret

Coffee break

11:20-12:20 M. Antei

Lunch

13:40-14:30 L. Thomas
14:40-15:30 M. Magen
15:40-16:30 V. Cossart

Evening Dinner at the restaurant

Wednesday (April 4)

09:00-09:50 J. Bertin
10:00-10:50 L. Brewis

Coffee break

11:20-12:20 M. Rocher

Lunch

14:00-14:50 J. Byszewski
15:00-15:50 N. Borne

Titles and abstracts

GUNTHER CORNELISSEN

ANNA CADORET : *Contraintes abéliennes pour les G -revêtements.*

Si $X \rightarrow k$ est une courbe définie sur un corps k et $\mathbf{t} \subset X$ un diviseur k -rationnel sur X , l'existence d'un G -revêtement abélien $Y \rightarrow X$ défini sur k , de diviseur de ramification $\mathbf{t}$ et de degré premier à la caractéristique de k impose des contraintes arithmétiques sur X , $\mathbf{t}$ et $\text{Pic}_{X/k}^0$.

Ces contraintes permettent de relier l'étude de la torsion sur les jacobiniennes de courbes à celle des points rationnels sur certains espaces de modules de G -revêtements.

Je décrirai la connexion entre ces deux problématiques et certains résultats qu'elle a permis d'obtenir, notamment:

- une formulation modulaire de la conjecture de torsion forte pour les jacobiniennes de courbes.

- une généralisation en dimension supérieure de la tour des courbes modulaires $(Y_1(p^{n+1}) \rightarrow Y_1(p^n))_{n \geq 0}$ pour les jacobiniennes hyperelliptiques.

- le théorème suivant:

Théorème: *On se fixe un nombre premier p , un corps k de type fini et de caractéristique $\neq p$ et un groupe profini G contenant un sous-groupe ouvert $U \subset G$ tel que $U \twoheadrightarrow \mathbb{Z}_p$. Alors, quelque soit la courbe $X \rightarrow k$ que l'on considère, il n'existe pas d'extension galoisienne $E/\bar{k}(X)$ de groupe G et de corps des modules k .*

Ce théorème, qui est un contre-exemple à une variante faible du problème de Galois inverse régulier profini (variante vraie pour les groupes finis), a une interprétation modulaire en terme de non existence de systèmes projectifs sur certaines tours d'espaces de modules pour les courbes avec G -action.

M. ANTEI : *Comparaison du schéma en groupe fondamental d'un schéma relatif X avec celui de sa fibre générique.*

Soit X un schéma réduit et irréductible, fidèlement plat sur un schéma de Dedekind B , et soit $x : B \rightarrow X$ un point de $X(B)$. Gasbarri définit le "schéma en groupe fondamental $\pi(X, x)$ " qui généralise celui défini par Nori, dans le cas où B est le

spectre d'un corps parfait. Soit η le point générique de B (qu'on suppose affine) ; on définit un morphisme $\pi(X_\eta, x_\eta) \rightarrow \pi(X, x) \times_B B_\eta$, dont on montre qu'il est surjectif. On expliquera comment le noyau de ce morphisme mesure l'obstruction à l'extension de torseurs sous un schéma en groupe fini sur X_η en un torseur sur X . On rappellera les exemples de Romagny et Saïdi de torseurs sur X_η qui ne s'étendent pas en torseur sur X .

LARA THOMAS : *Ramification en caractéristique positive et applications.*

Cet exposé portera sur l'étude de la ramification dans des pro- p -extensions d'un corps local K de caractéristique p . Nous nous intéresserons notamment à décrire explicitement les groupes de ramification des pro- p extensions abéliennes de K . Puis nous présenterons une application originale des propriétés des sauts de ramification à un problème de structure galoisienne dans une p -extension finie de K , démontrant en particulier une récente conjecture de Byott et Elder.

MICKAËL MAGEN : *Une propriété de certains groupes agissant avec un nombre fini d'orbites sur les variétés de drapeaux des groupes classiques.*

Il s'agit d'une généralisation aux groupes classiques de l'énoncé suivant sous $GL(C)$: Soit G un groupe agissant linéairement sur un espace vectoriel V de dimension finie n et soit k tel que l'action déduite de G sur la grassmannienne des k -plans (notée $Gr(k, n)$) de V ait un nombre fini d'orbites. Pour tout l tel que $\dim Gr(l, n) \leq \dim Gr(k, n)$, l'action déduite de G sur $Gr(l, n)$ a aussi un nombre fini d'orbites.

VINCENT COSSART : *Invariants d'Hironaka.*

Pour démontrer son célèbre théorème, Hironaka a défini et utilisé de nombreux invariants que ses successeurs (Bierstone, Millman, Villamayor, etc.) ont raffiné plus tard.

Le but de la conférence est d'en faire découvrir quelques uns et de convaincre l'auditoire qu'ils peuvent être utiles en caractéristique positive ou en inégale caractéristique.

Ils ont permis de prouver la résolution plongée en dimension 2 en toute généralité et la résolution en dimension 3 sur un corps "géométrique".

www.math.uvsq.fr/~cossart/resdimthree1.pdf

www.math.uvsq.fr/~cossart/resdimthree2.pdf

En collaboration avec O. Piltant.

JOSÉ BERTIN : *Questions ouvertes.*

LOUIS BREWIS : *Some examples of liftable D_4 -actions.*

Using explicit liftings of cyclic-4 actions on curves, we exhibit a relatively simple family of local D_4 -actions (dihedral order-8 group) on curves in characteristic 2 who admit smooth lifts to characteristic 0. The idea is very explicit and is mostly based on manipulating equations.

MAGALI ROCHER : *Sur les courbes lisses munies d'un p -groupe d'automorphismes.*

Soit k un corps algébriquement clos de caractéristique $p > 0$. Nous décrivons les courbes algébriques C/k lisses, de genre $g > 1$, munies d'un p -groupe d'automorphismes G avec : $|G|/g > 2p/p - 1$ et $|G|/g^2 \geq 4/(p^2 - 1)^2$.

J. BYSZEWSKI : *Group restriction for local representations.*

Given a smooth projective connected curve X over a field of positive characteristic, one can ask if one can lift the curve X to characteristic zero together with a given group of its automorphisms G . This question can be examined by means of deformation theory. Furthermore, the local-global principle of J. Bertin and A. Mézard allows one to reduce the question to the study of deformations of the group action at the ramification points of the quotient map $X \rightarrow X/G$. In the talk, we will show how one might attempt to relate the respective deformations of the group G and of its subgroup H . We will extend certain well known cohomological operations to the level of deformation functors. This will be applied to computing the rings pro-representing the deformation functors in some examples when the second inertia group vanishes. Finally, the methods will be applied to the original problem of lifting X to characteristic zero.

NIELS BORNE : *Autour du groupe fondamental modéré.*

Je commencerai par expliquer le résultat folklorique suivant : le groupe fondamental modéré (à la Grothendieck-Murre) d'un schéma X sur un corps muni d'un diviseur D à croisements normaux simples peut être interprété comme limite projective des groupes fondamentaux étales de certains orbifolds associés à (X, D) (des champs de Deligne-Mumford appelés champs des racines). J'essaierai ensuite de montrer ce qu'apporte le point de vue des champs dans cette situation.
