

Optimisation de maintenance par le contrôle stochastique

Benoîte de Saporta

Institut de Mathématique et de Modélisation
Faculté des Sciences – Département de Mathématiques



Institut de Mathématiques
et de Modélisation
de Montpellier



Plan de l'exposé

Présentation

Position dans l'UM

La parité en mathématiques

Problème de maintenance

Exemple Astrium

Formulation mathématique

Processus Markoviens déterministes par morceaux

Arrêt optimal

Solution numérique

Exemple Astrium

Conclusion et perspectives

Position dans l'UM

Facultés de l'UM

- ▶ Faculté d'Administration Économique et Sociale
- ▶ Faculté de Droit et de Science politique
- ▶ Faculté d'Économie
- ▶ Faculté d'Éducation
- ▶ Faculté de Médecine
- ▶ Faculté d'Odontologie
- ▶ Faculté de Pharmacie
- ▶ Faculté des Sciences
- ▶ Faculté des Sciences et Techniques des Activités Physiques et Sportives

Position dans l'UM

▶ Faculté des Sciences

Départements

- ▶ Biologie – Mécanisme du Vivant
- ▶ Biologie Écologie
- ▶ Chimie
- ▶ Sciences et Recherche de l'Enseignement
- ▶ Sciences de la Terre, de l'Eau et de l'Environnement
- ▶ Électronique Électrotechnique Automatique
- ▶ Physique
- ▶ Informatique
- ▶ Langues
- ▶ Mathématiques
- ▶ Mécanique
- ▶ Parcours des Écoles d'Ingénieurs de Polytech

Position dans l'UM

Enseignement

Probabilités et statistique

- ▶ Licence de Mathématiques
- ▶ Master biostatistique
- ▶ Préparation à l'agrégation de mathématiques

Recherche

Probabilités appliquées

- ▶ i3m Laboratoire de Mathématique et de Modélisation de Montpellier (UMR 5149 UM - CNRS)
- ▶ équipe CQFD, Inria Bordeaux Sud-Ouest

Parité en mathématiques (2012-2013)

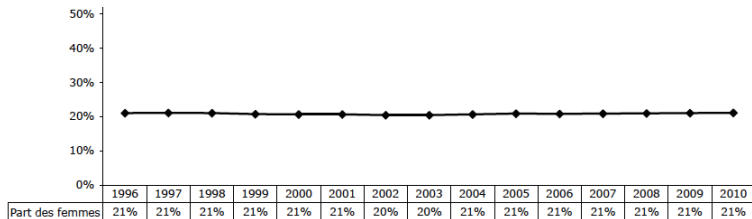
Section 25 Mathématiques

- ▶ 13.69 % de femmes : section CNU la moins féminisée

Section 26 Mathématiques appliquées et applications des mathématiques

- ▶ 26.58 % de femmes : 10ème section CNU la moins féminisée

Sections 25+26 la part des femmes n'augmente pas



Motivation : maintenance préventive

Machine pouvant tomber en panne de façon aléatoire

- ▶ maintenance **classique** : attendre la panne pour réparer
- ▶ maintenance **préventive** : anticiper les pannes pour les éviter

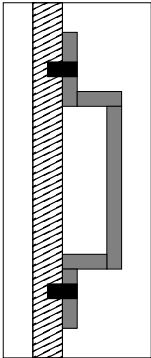
Problème de maintenance

Trouver un **équilibre** optimal entre

- ▶ changer les pièces trop tôt/souvent
- ▶ ne rien faire jusqu'à la panne totale

Problème de corrosion

Structure de missile balistique stratégique soumis à corrosion



- ▶ support pour les équipements du missile
- ▶ structure de petite taille : un seul point de mesure
- ▶ longue durée de vie → surveillance de la perte d'épaisseur par corrosion



Exigence du sûreté très forte



Maîtriser l'évolution de l'épaisseur

Dynamique du processus de dégradation

- ▶ Succession déterministe des environnements : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \dots$
 1. atelier
 2. sous-marin nucléaire en mission
 3. sous-marin en cale sèche
- ▶ Temps **aléatoire** passé dans l'environnement i
- ▶ Protection anti-corrosion initiale d'une durée **aléatoire**
- ▶ Equation de la **perte d'épaisseur** dans l'environnement i

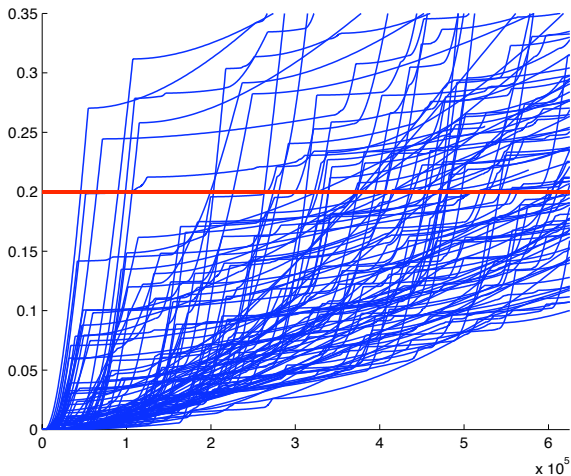
$$d_t = \rho_i \left(t - \eta_i + \eta_i \exp(-t/\eta_i) \right)$$

- ▶ ρ_i taux de corrosion stable **aléatoire** suivant
- ▶ η_i durée de transition déterministe dans l'environnement i .

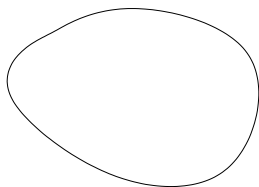
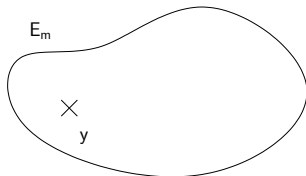
On dispose de valeurs numériques pour tous les paramètres.

Structure inutilisable si $d_t \geq 0.2mm$

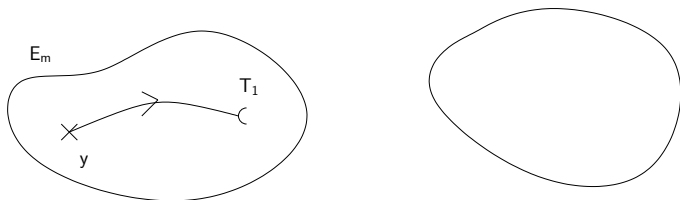
Exemples de trajectoires simulées



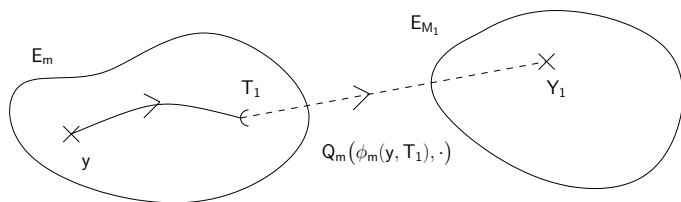
Processus Markoviens déterministes par morceaux



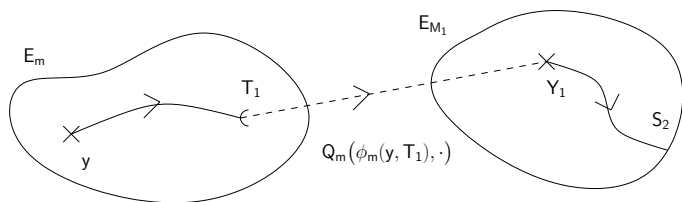
Processus Markoviens déterministes par morceaux



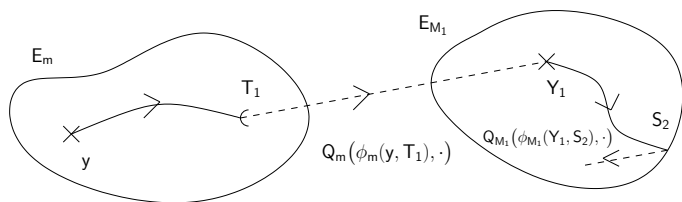
Processus Markoviens déterministes par morceaux



Processus Markoviens déterministes par morceaux



Processus Markoviens déterministes par morceaux



Problème d'arrêt optimal

- ▶ Fonction de performance g
- ▶ Horizon aléatoire : N -ème temps de saut T_N du PDMP
- ▶ \mathcal{M}_N ensemble des temps d'arrêt $\tau \leq T_N$

Problème d'arrêt optimal

- ▶ calculer la fonction valeur

$$V(x) = \sup_{\tau \in \mathcal{M}_N} \mathbb{E}_x[g(X_\tau)]$$

- ▶ trouver un temps d'arrêt ε -optimal τ^* qui atteint $V(x) - \varepsilon$

Solution théorique

Programmation dynamique

- ▶ $v_N = g$
- ▶ $v_n = L(v_{n+1}, g)$ pour $n \leq N - 1$

$$v_0(x) = \sup_{\tau \leq S_N} \mathbb{E}_x[g(X_\tau)] = V(x)$$

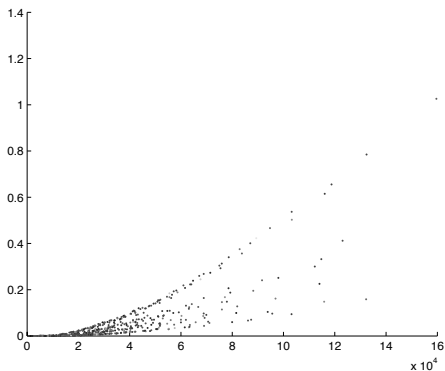
$$\begin{aligned} L(v, g)(x) &= \sup_{u \leq t^*(Z_n)} \left\{ \mathbb{E} \left[v(Z_{n+1}) \mathbf{1}_{\{S_{n+1} < u\}} + g(\phi(Z_n, u)) \mathbf{1}_{\{S_{n+1} \geq u\}} \mid Z_n = x \right] \right\} \\ &\quad \vee \mathbb{E}[v(Z_{n+1}) \mid Z_n = x] \end{aligned}$$

Calcul exact **impossible** : proposer une approximation **numérique**

Grilles pour le processus de corrosion

Quantification optimale : une photo du processus à chaque changement d'environnement

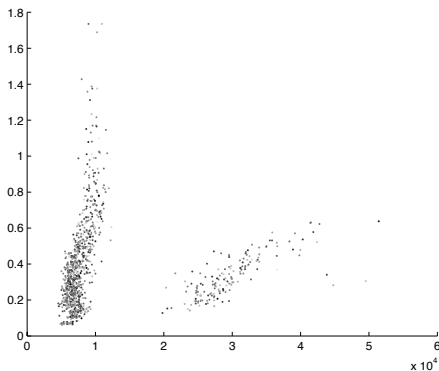
Dans l'ambiance 2 après le 1er saut



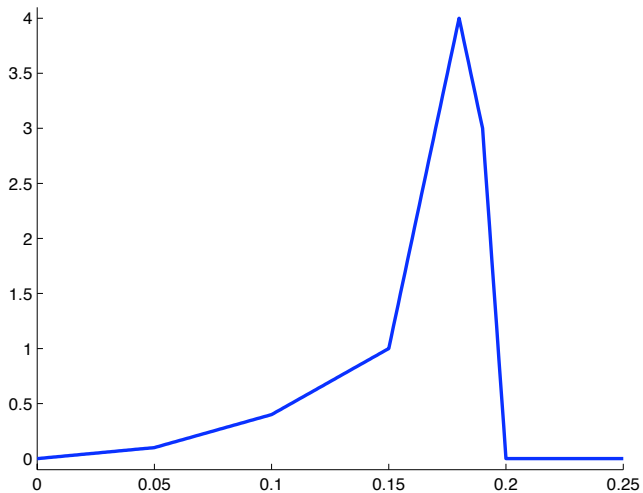
Grilles pour le processus de corrosion

Quantification optimale : une photo du processus à chaque changement d'environnement

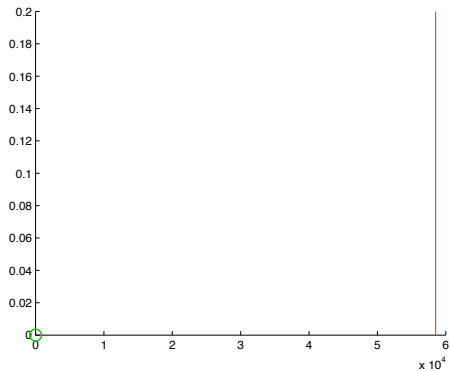
Dans l'ambiance 1 après le 15ème saut



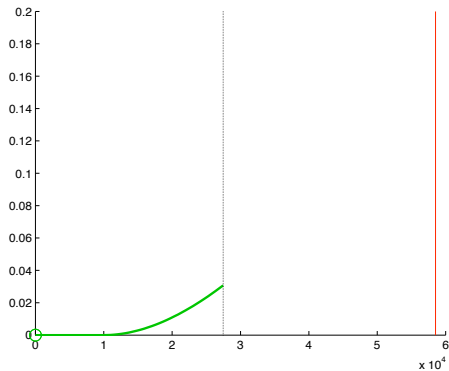
Fonction de performance



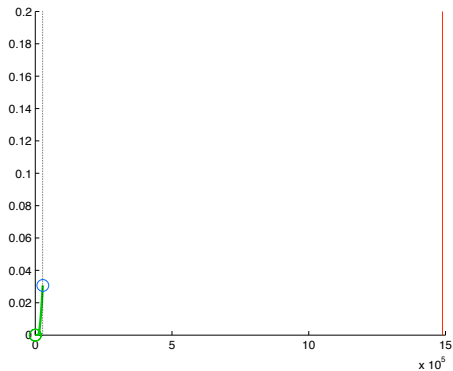
Règle d'arrêt itérative



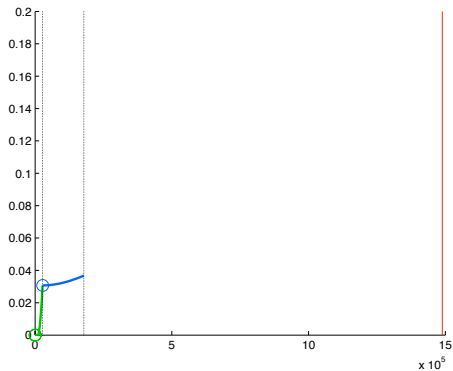
Règle d'arrêt itérative



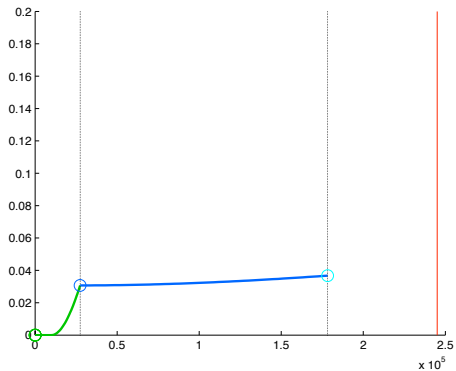
Règle d'arrêt itérative



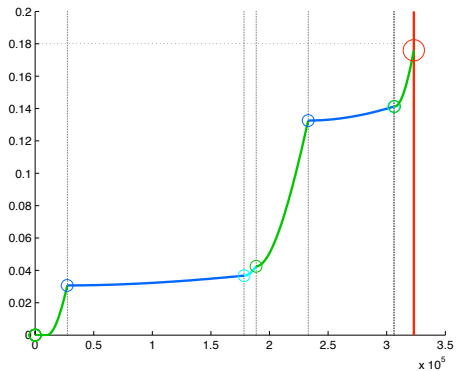
Règle d'arrêt itérative



Règle d'arrêt itérative

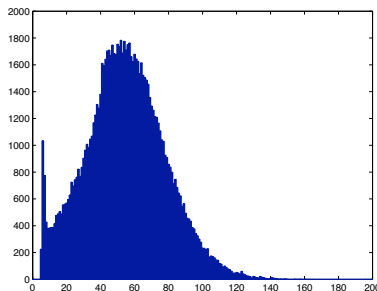


Règle d'arrêt itérative

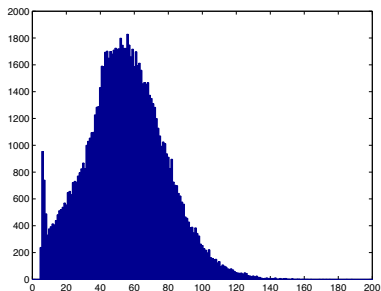


Comparaison avec Monte Carlo

Temps d'arrêt optimal $\tau^* = \inf\{t : d_t \geq 0.02\}$



temps d'arrêt approché



temps d'arrêt théorique

Classe de modèle très souple

Composante discrète

- ▶ environnement
- ▶ panne de composants
- ▶ nombre de cellules/canaux ouverts
- ▶ présence/absence de traitement, de parasites, . . .
- ▶ . . .

Composante continue

- ▶ équations de la physique, chimie, biologie
- ▶ dynamique des populations
- ▶ temps
- ▶ . . .

Conclusion et perspectives

Avantages et inconvénients des méthodes numériques

- ▶ méthode utilisable en **pratique**, avec des démonstrations **théoriques** de convergence
- ▶ permet de calculer des indicateurs de performance et de les **optimiser**
- ▶ temps de calcul on line/off line
- ▶ dimension

Perspectives

- ▶ stratégie optimale pour le contrôle impulsionnel
Thèse Alizée Geeraert 2014-2017
- ▶ observations partielles
- ▶ applications et nouvelles problématiques issues de la **biologie**